

目 录

第 ① 讲	七巧板与九巧板	1
第 ② 讲	观察物体	9
第 ③ 讲	连加与乘法	19
第 ④ 讲	连减与除法	26
第 ⑤ 讲	平均分与平均数	34
第 ⑥ 讲	混合运算	42
第 ⑦ 讲	玩转“24 点”	51
第 ⑧ 讲	“数学王子”的巧算	58
第 ⑨ 讲	填数阵图	67
第 ⑩ 讲	搭配知多少	77

5

3

2

9

4

7

第 11 讲	页码里的秘密	85
第 12 讲	解算式谜	92
第 13 讲	“鸡兔同笼”问题	100
第 14 讲	等量代换法	108
第 15 讲	趣题巧解	115
第 16 讲	有余数的除法	123
第 17 讲	推算星期几	131
第 18 讲	简单周期问题	138
第 19 讲	抢 30	146
第 20 讲	最大、最小和最优	154



扫码看讲解

第 1 讲 七巧板与九巧板

由此入门

七巧板是由七块板组成的，完整图案是一个正方形（如图 1-1）。一副七巧板包括 5 块等腰直角三角形（2 块小三角形、1 块中等三角形和 2 块大三角形），还有 1 块正方形和 1 块平行四边形。其中的三角形都很特殊，都是等腰直角三角形，等腰——有两条边相等；直角——这两条边围成的角是直角（方角）。

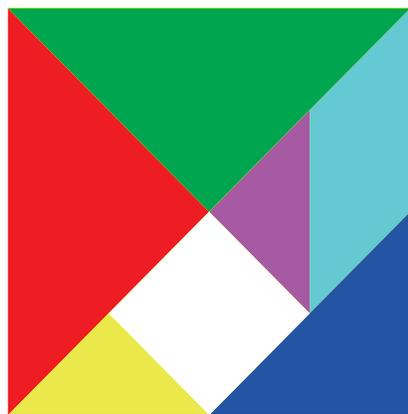


图 1-1

七巧板是中国古代劳动人民的发明，它的历史至少可以追溯到公元前二千多年，到了明代基本定型，并在明、清两代广泛流传。大约 200 年前，七巧板流传到了国外，立刻引起人们极大的兴趣，有些外国人通宵达旦地玩它，并叫它“唐图”，意思是来自中国的拼图。

我们用七巧板可以随意地拼出自己设计的图样，如三角形、长方形、平行四边形等，也可以把它拼成各种人物、动物、桥、房子、塔等，还可以拼出数字和字母。当然，如果想用七巧板拼出特定的图案，那就要动一番脑筋，并反复尝试呢。这正是七巧板的乐趣所在。

除了七巧板，还有其他同样有趣的拼图广受人们的喜爱，比如心形九巧板、蛋形九巧板（如图 1-2）。

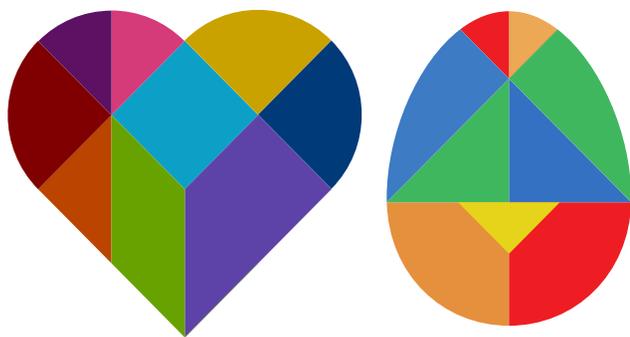


图 1-2

 **学而有悟**

例 1 用图 1-1 那样的一副七巧板拼成一个平行四边形。



这样想

我们在一年级学习《认识图形》时，已经知道，用两个完全一样的三角形，可以拼成一个正方形，也可以拼成一个长方形或一个平行四边形。只要在图 1-1 中找到两个完全一样的三角形，就能拼出平行四边形（如图 1-3）。



图 1-3

想一想 移动图 1-3 中的一块板，可以把它变成一个长方形。该移动哪一块板？把它移动到哪里呢？

例 2 从图 1-1 那样的一副七巧板中，找出 2 块或更多块拼成一个平行四边形。



我们可以找2块来拼，
如图 1-4。

我们仔细观察七巧板，
并留心：哪几块是完全一样的，哪几块的边和

其他块的边是一样长的，就可能想到更多的办法，而不要只想“2块拼成一块”。实际上，只要选择得当，3块、4块、5块，都能拼出一个平行四边形，如图 1-5。

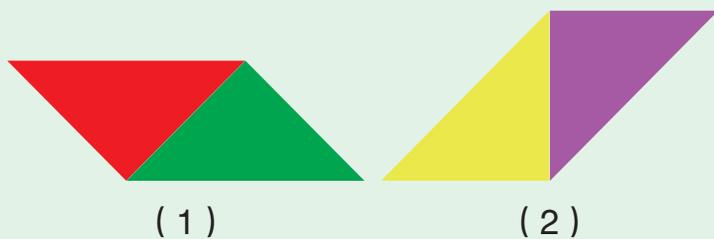


图 1-4

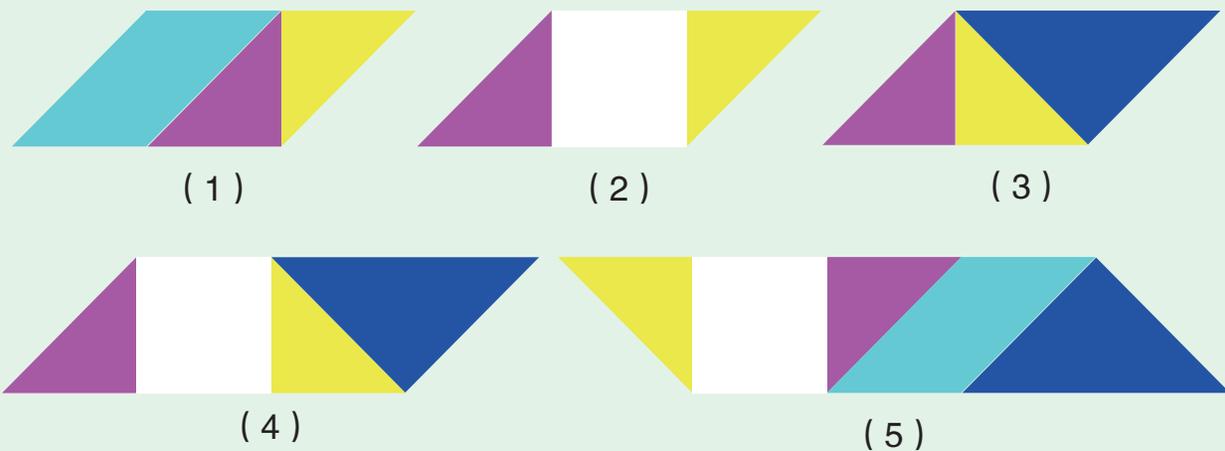


图 1-5

试一试 在图 1-5 (5) 中，有 2 块的大小和白色正方形一样。你能找到是哪 2 块吗？说说为什么它们是一样大。

例 3 在图 1-1 那样的一副七巧板中，有 3 块的大小一样，都可以用另外两个小块拼成。找出这样的 3 块，并用拼图的方法说明这 3 块的确一样大。



这样想

我们再看看例 2，从图 1-4 (2)、图 1-5 (1)、图 1-5 (3) 可以受到启发。容易看出，在图 1-1 那样的一副七巧板中，白色正方形、蓝色三角形和平行四边形是一样大的。我们用图 1-6 来说明，你也可以用实物七巧板来演示。

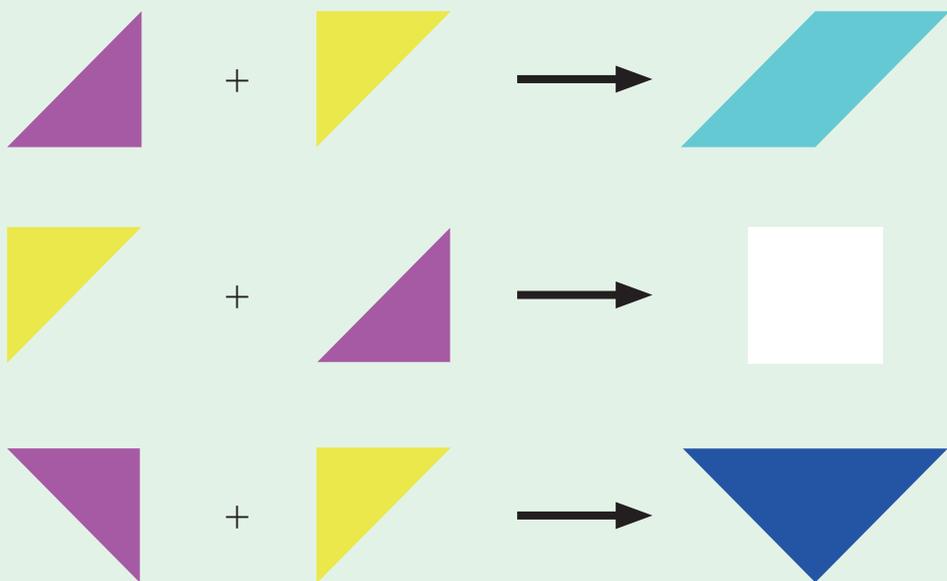


图 1-6

试一试* 如果把图 1-6 中的一个“△”的大小用 1 表示，那么这个图中“→”右边的 3 个图形的大小都可以用 2 表示。再想一想：图 1-5 中每个图形的大小分别可以用哪个数表示？一个完整的七巧板图案的大小又可以用哪个数表示呢？

例 4 用图 1-1 那样的一副七巧板，拼出 2 个同样大的正方形。



这样想

仔细观察图 1-1，再看看图 1-6 中的拼图过程，容易想到把七巧板中 2 个最大的（红色和绿色的）三角形拼成一个正方形。

由于这 2 个最大的三角形大小占了整个七巧板大小的“一半”，并且它们能拼成一个正方形，所以，剩下的 5 块应该能拼成一个同样大的正方形。因为同样大的正方形边长应该是一样长的，如图 1-7 中三种颜色的虚线。这样就能拼出图 1-7 中“→”右边的两个正方形。

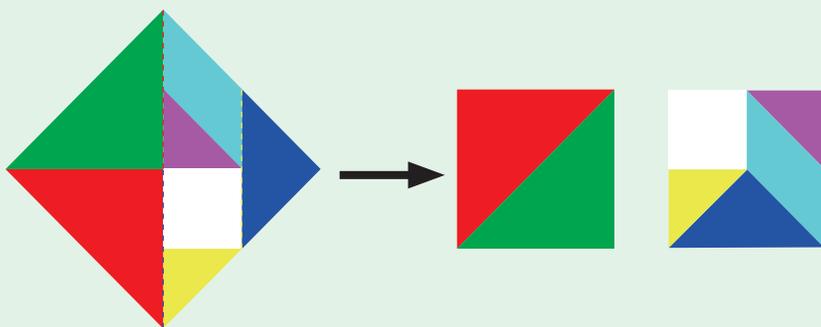


图 1-7

试一试* 在图 1-1 的七巧板中，挑出 4 块拼成一个长方形，使拼出的长方形大小等于完整的七巧板正方形的一半。

例 5 图 1-8 是一副心形九巧板的完整图案。

在这个图形的正中间画出一条竖线，如果沿着竖线对折，左、右两边的图形可以完全叠合在一起。我们把具有这样特点的图形称为轴对称图形，中间的竖线叫对称轴。请你用这副心形九巧板拼出 2 种轴对称图形，如“花瓶”“飞鸟”“哑铃”等。

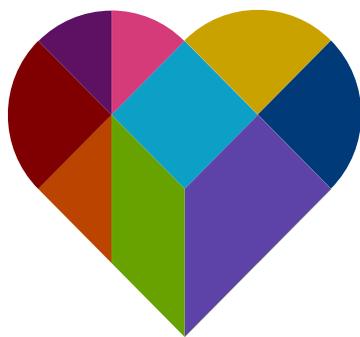
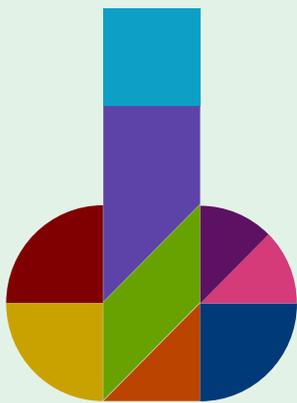


图 1-8

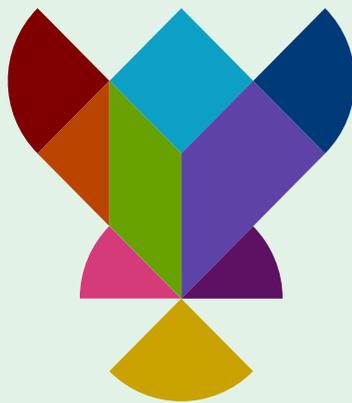


这样想

仔细观察图 1-8，可以发现：心形是由 1 个正方形和一个圆形（2 个半圆形）组成的，正方形和圆形都是轴对称图形。发现了这些，就容易拼出如图 1-9 的 2 种对称图形了。



(1)



(2)

图 1-9

试一试 用心形九巧板，你还能拼出哪些和上面形状不一样的物品或小动物？

回味一番

1. 拼图之前，先要仔细观察整个七巧板，认识七块板中每一块的特点，明白它们之间的大小关系、倍数关系，以及不同的小块中哪些边是一样长的。
2. 在反复尝试和操作之后，要学会总结经验，熟练掌握和灵活运用一些规律。比如两个同样大的三角形，通过旋转、平移，可以拼成一个长方形（正方形），也可以拼成一个平行四边形或三角形；拼成的这些图形的大小都是一样的。
3. 轴对称是一个重要的数学概念，以后还会专门学习，这一讲只是初步认识，知道“沿一条线对折”“两边的部分完全叠合”就可以了。在日常生活中找找轴对称的物品吧。



小试身手

- ① 用图 1-1 那样的一副七巧板拼一个长方形。
- ② 从图 1-1 那样的一副七巧板中，任意找出 2 块或更多块拼一个长方形。
- ③ 用图 1-1 那样的一副七巧板拼一个等腰直角三角形。
- ④* 从图 1-1 那样的一副七巧板中，找出 4 块，使其中 3 块能拼成另外一块。
- ⑤ 请你用一副心形九巧板拼出：① 2 种轴对称图形，如“小鱼”“哑铃”等；② 2 个蘑菇的样子。
- ⑥ 请你用一副蛋形九巧板拼出 3 种以上形态不同的小鸭子。



扫码看讲解

第 2 讲 观察物体

由此入门

同样一个物体，在不同的位置或者从不同的视角看，看到的形状通常不同。比如，国家体育场——北京的鸟巢，从它旁边的道路上看，是图 2-1 的样子；从高空向下看，它就像个圆圈，如图 2-2。



图 2-1



图 2-2

但是，放在桌面上的篮球（如图 2-3），不论你从哪个角度看，它的形状都是圆的；在遥远的太空看人类的家园地球（如图 2-4），它的形状也



图 2-3



图 2-4

是圆的。

在图 2-1 中，你还看到了鸟巢在水面的倒影，它的形状和你在地面上所看到的样子虽然很像，但又不一样。如果把地面看成一条对称轴，那么鸟巢在水面的倒影，与它地面上的样子是对称的。

看来，从不同的位置、不同的视角看同一个物体，还挺有趣的呢。这一讲，我们就一起来探究一些关于观察物体的问题。



学而有悟

例 1 A、B、C、D 四人分别坐在一张正方形桌子的四周（如图 2-5），分别观察拼在一起的 5 个正方体箱子（如图 2-6）。请在图 2-7 上画线，把 A、B、C 三人与他们各自看到的形状连起来。

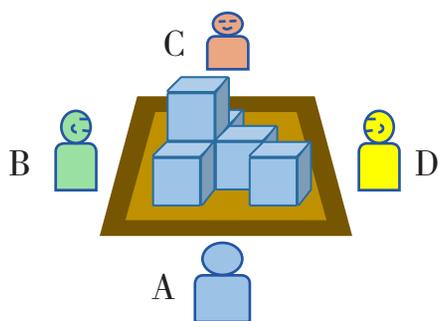


图 2-5

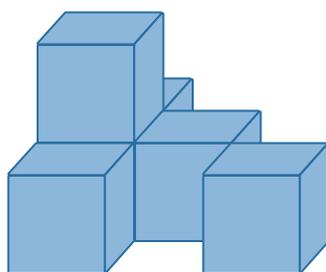


图 2-6

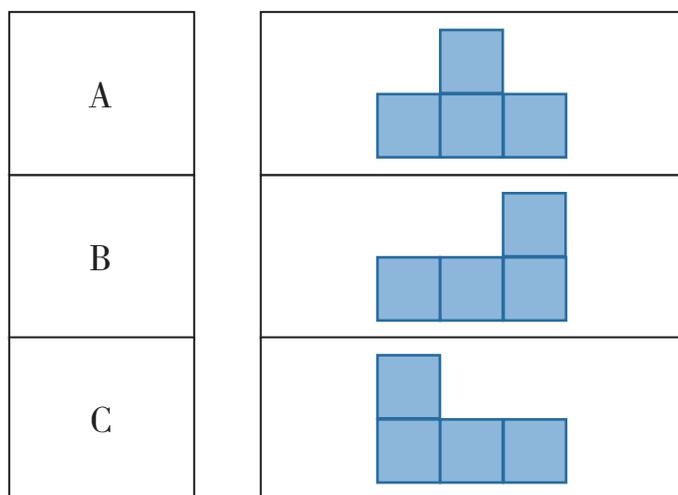


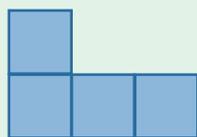
图 2-7



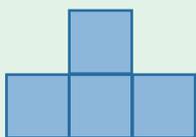
这样想

我们从正面看物体，看到的总是“近大远小”。比如，看一排同样的楼房，只看到最前面一幢的正面，看不到它的左、右两个侧面，也看不到它的后面；这一排的其他楼房都被它挡住了。这里的 A、B、C、D 四人看桌上的正方体也是这样的。

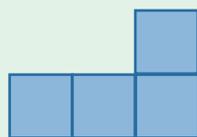
比如 A，他只看到最左边一上一下两个正方形；在下面一层，他还看到中间和右边两个正方形。他看到的形状是图 2-8 (1)。



(1)



(2)



(3)

图 2-8

同样道理，B 和 C 看到的形状分别是图 2-8(2) 和图 2-8(3)。

试一试 在图 2-7 中能找到 D 看到的形状吗？

例 2 你一定很熟悉英文字母 E 吧。如果让字母 E 去照镜子，它在镜子中是什么样子呢？



这样想

想象有一个大的字母 E，如图 2-9 (1)，像人一样也会走路。他先是面向我们的，后来要照镜子，就要面向镜子（不然镜子照不到）。于是就转过身去，相当于我们说的“向后转”，

变成了图2-9(2)。接着慢慢朝镜子走去，直到他的脸靠近镜子。你瞧，他在镜子里样子的左右方向是“反过来”的，如图2-9(3)。

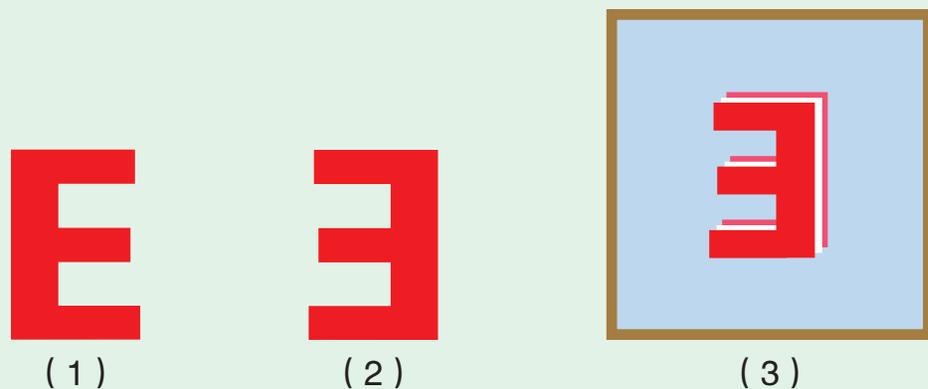


图2-9

有的小朋友可能会疑惑：我经常照镜子，怎么没有觉得自己的样子在镜子里是“反过来”的呢？那是因为你的脸长得端正正（很对称），左右方向（正反）都一个样。还有，只有别人才会看到你不照镜子时的样子。



人或物体照镜子，镜子里的影像与原来形象的左右方向是反过来的，但上下方向并没有变化。也就是说，原来的形状和镜子里的形状是轴对称图形。

想一想 如果你拿一本书放在胸前照镜子，那么从镜子里看到的这本书封面上的字是正的，还是反的？

例 3 传统文化博物馆的一面墙上挂着一幅“太极八卦图”（如图 2-10），墙的对面安装了一面大镜子。问：我们在镜子中看到的“太极八卦图”是哪一幅呢？请在图 2-11 的 A、B、C、D 中选择一幅。



图 2-10

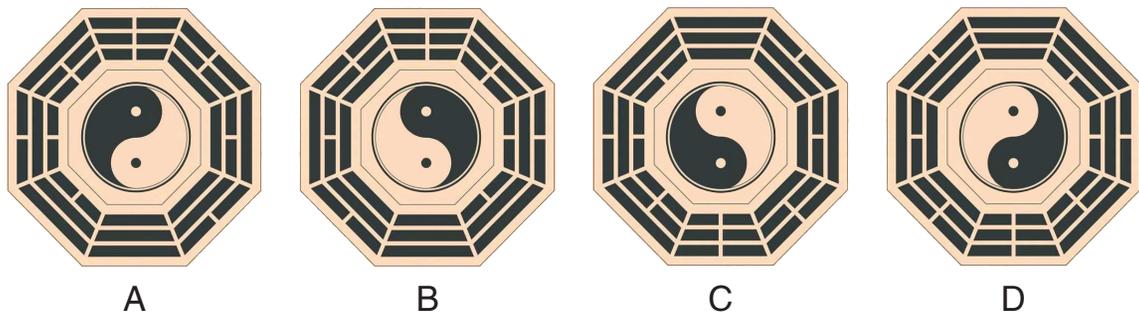


图 2-11



这样想

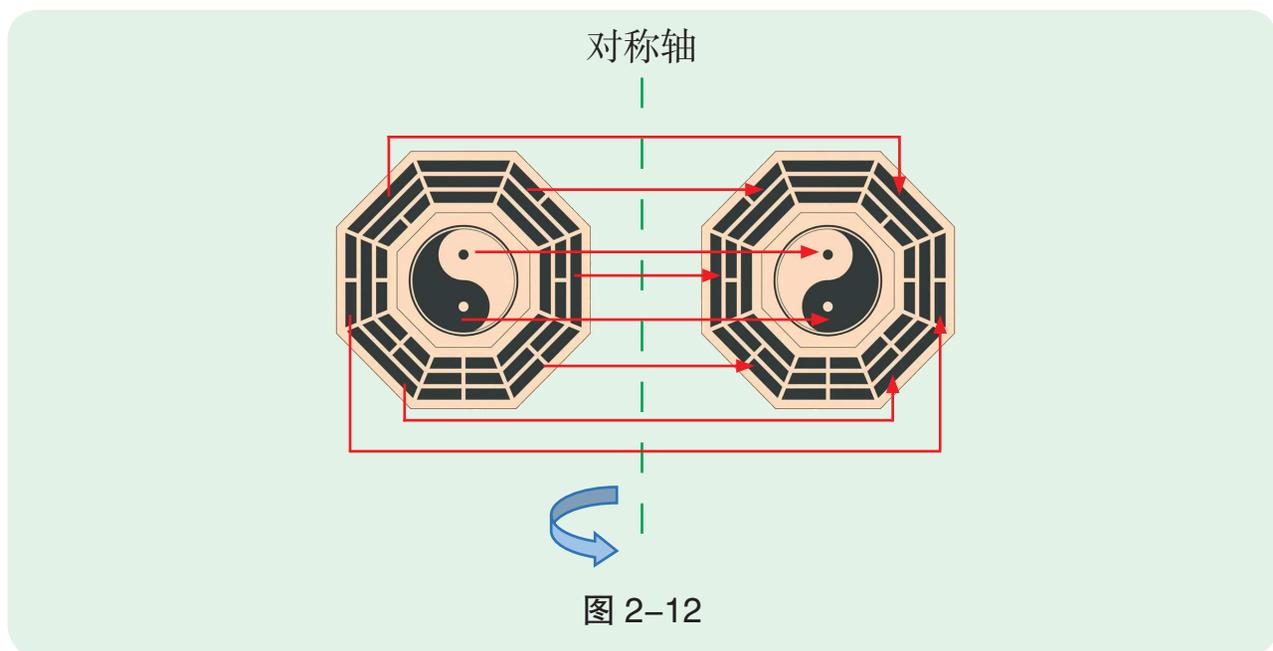
有了从例 2 得出的经验，解这道题就容易了。

首先，由于镜子里的形象与原来形象的上下方向并没有发生变化，可以排除图 2-11 中的 A 和 B。这两幅图与“太极八卦图”对比，从上下方向看都有了变化。

再看 D，它和题目中的那幅“太极八卦图”一模一样，从左右方向看并没有反过来。所以，D 也应该排除。这样，就只剩下 C 了。

C 对不对呢？只要想象一下，让它转半圈，相当于做“向后转”的动作：左边的图案到了右边，右边的图案到了左边。

实际上，“向后转”的动作相当于做一次从左向右的“翻折”，翻折前后两幅图上的图案完全贴合在了一起，如图 2-12。



找一找 从图 2-11 的 B、C、D 三个图案中，找出 A 图案在镜子中的样子。

例 4 小花和小叶面对面地坐在一块草地上，在他们之间摆了一块塑料布，塑料布上有一个九宫图。小叶看到的九宫图如图 2-13。请画出坐在小叶对面的小花看到的九宫图。

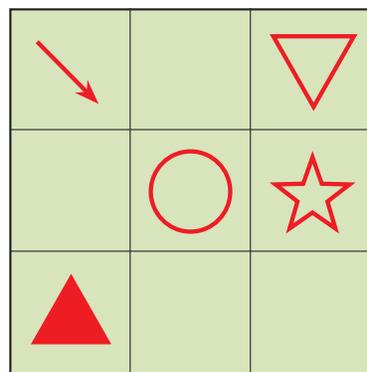


图 2-13



这样想

你可能会这样做：把这块塑料布倒过来看，就相当于从小花那边看。能想到“倒过来看”，真是很聪明，对解决这个问题也很有帮助。

“倒过来看”，就是这样想：小叶看到的左边，就是小花看到的右边；小叶看到的上边，就是小花看到的下边；小叶看

到的左上角，就是小花看到的右下角；小叶看到的朝上，就是小花看到的朝下……

小叶看到左上角有一个箭头指向右下角，那么，小花就会看到右下角有一个箭头指向相反方向；小叶看到左下角有一个实心三角形尖向上，那么，小花就会看到右上角有一个实心三角形尖向下；小叶看到右上角有一个空心三角形尖向下，那么，小花就会看到左下角有一个空心三角形尖向上；空心的圆形在九宫格的中央，它又没有朝向，从哪边看都是一样的，所以，小叶看到的和小花看到的圆圈，位置一样，形状也一样。

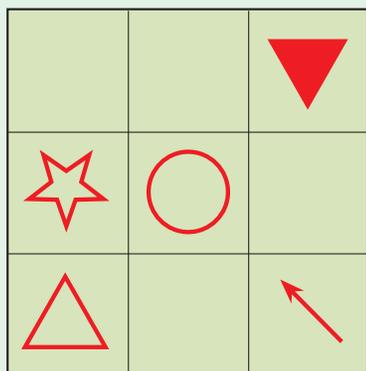


图 2-14

经过以上分析，容易画出图 2-14。



同一个图案，如果水平放置给面对面的两个人看，他们看到的樣子不仅左右颠倒，而且上下也是颠倒的。

想一想★

站在音乐教室讲台上的王老师，看到教室里 26 张圆凳摆出的图案如图 2-15。那么，站在教室最后面的李老师看到的这 26 张圆凳摆出的图案是什么样子的呢？你是怎么想的？

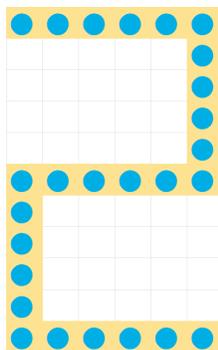


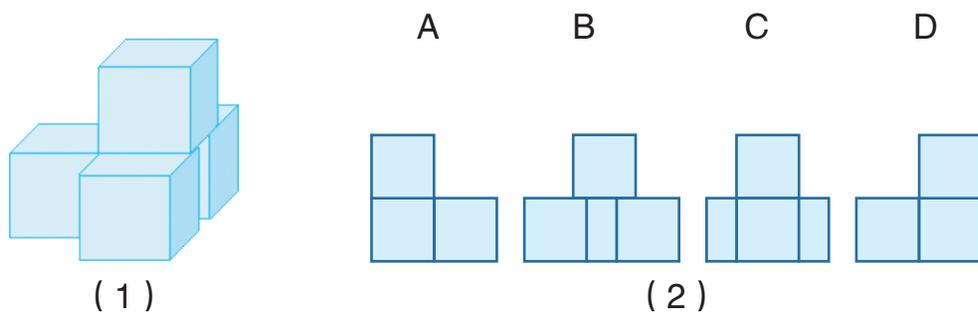
图 2-15

回味一番

1. 当一个物体足够大时，我们从它的正前方看，只能看到它的轮廓图形，是一个平面图形或几个平面图形的组合。
2. 一个图形或人的形象在镜子中的影像，与原来的形状或形象是左右相反的；同一个图形隔着玻璃正面看，看到的两个图形也是左右相反的。它们之间是轴对称的关系。
3. 面对面两人看水平放置的一幅图，左右方向、上下方向都是相反的。
4. 要想明白从不同视角、不同位置看到的物体是什么样的，需要想象力，更需要多实践。经常借助实物去做一做，活动经验、学习体验丰富了，想象力也会不断提高。

小试身手

- 1 A、B、C、D 四人坐在一张正方形桌子的四周，分别从正前方、正后方、正左方、正右方观察图 2-16 这样摆放的 4 个正方体箱子。
- ①请在下图 (2) 上画线，把 A、B、C、D 四人与他们各自看到的形状连起来；②如果从这些箱子的正上方看，它又是什么样子的，请画出图。



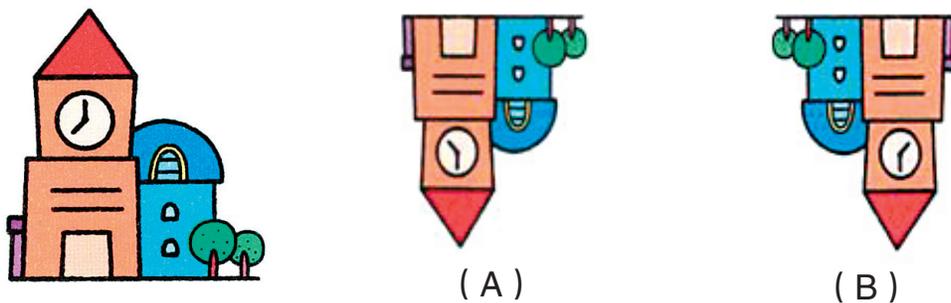
(第 1 题)

- 2 如图，请在 4 个英文字母下面的括号里画出它们在镜子中的样子。



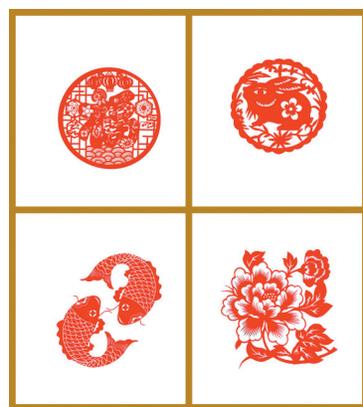
(第 2 题)

- 3 下图是儿童乐园的一个建筑物，指出它在水中的倒影是右边 A、B 中的哪一幅（请在你选择的那幅图下面的括号内打“√”）。



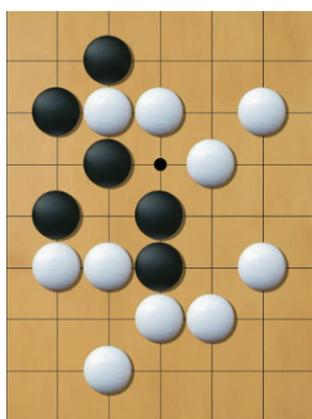
(第 3 题)

- 4★ 小花在她房间的玻璃窗上贴了4种不同的窗花,分别是福字、兔子、金鱼、牡丹花,右图是小花在室内看到的玻璃窗的样子。小叶在玻璃窗外看到的这个窗户左上角玻璃上的窗花是(),右下角玻璃上的窗花是()。

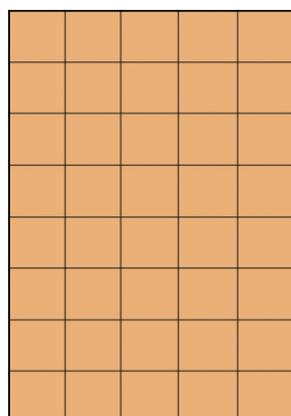


(第4题)

- 5★ 小强和小勇面对面下围棋,下图(1)是小强看到的棋盘上棋子摆放的样子。请你在图(2)中画出小勇看到的棋盘上棋子摆放的样子。



(1)



(2)

(第5题)



扫码看讲解

第 3 讲 连加与乘法

由此入门

冬天的早晨，天刚蒙蒙亮，两只大公鸡花花和白白就开始轮番打鸣了。

花花：“喔——喔——喔——”，白白：“喔——喔——”；

花花：“喔——喔——喔——”，白白：“喔——喔——”；

……

还在熟睡中的小鸟欢欢被他们吵醒了，很是不高兴：“这么冷，天不亮就叫醒我们，真讨厌！”

鸟妈妈温柔地说：“孩子，现在是冬天，虽然天还没大亮，也到了起床时间啦。花花和白白为了不让我们睡懒觉耽误了上学，不仅那么早就起床，还要花力气叫许多遍，好辛苦啊。你可记得他们已经叫了几遍，叫了多少声‘喔’呢？”

欢欢：“花花的声音特别高亢，每一遍发了3声‘喔’，我记得他叫了5遍， $3+3+3+3+3=15$ ，花花一共叫了15声‘喔’呢，是挺辛苦的。”

妈妈：“白白比花花岁数大，声音比较粗，力气也不如花花，每一遍只叫2声‘喔’，我记得他叫了6遍， $6\times 2=12$ ，白白一共叫

了12声‘喔’，也挺辛苦的。”

欢欢：“6乘2等于12？妈妈，你算得真快！”

妈妈：“当然快啦。我用的是乘法，算起来很简便，所以就比你算得快。你想学吗？”

欢欢：“想学，很想学！妈妈你快教教我呢！”

妈妈：“想学还不赶快起床呀！”

欢欢一吃完早点，迫不及待地跟妈妈学起了乘法。

学而有悟

例 1 你会把 $4 + 4 + 3 + 1$ 改写成乘法算式吗？



这样想

当一个加法算式里的加数都相同时，我们可以把它改写成乘法算式。这里的加数并不都是4，出现了其他的数。可以画出图3-1来分析。

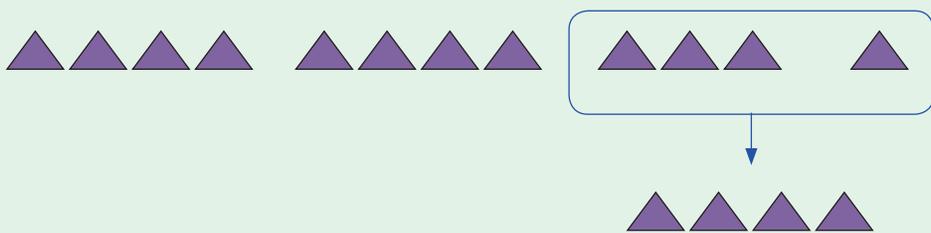


图 3-1

通过画图，我们可以发现第3堆和第4堆的三角形合起来正好是4个，也就是说我们可以把原来的算式转化成3个4相加，改写成乘法算式就是 3×4 。



乘法,是求几个相同加数和的简便计算,可说成:求“几个几”是多少的简便计算,可写成“几 \times 几”。这里的两个“几”意义不同,前一个“几”表示相同加数的个数,后一个“几”表示这个相同加数。

想一想 小叶想到的方法和图 3-1 中的不一样,她把原来的算式转化成了 4 个 3 相加,写出的算式是 4×3 。你知道她是怎么想的吗?可以画图表示。

例 2 你会把 $2 + 2 + 2 + 2 + 4$ 改写成乘法算式吗?



这样想

如图 3-2,把加数 2 和 2 合起来,就得到 4,原来的 $2 + 2 + 2 + 2 + 4$ 就可转化成 3 个 4 相加,改写成乘法算式就是 3×4 。

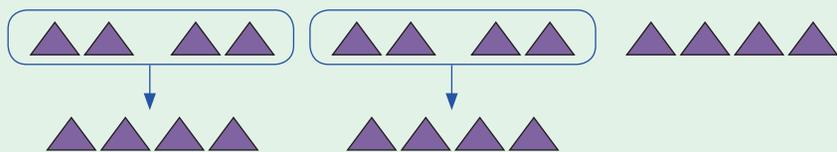


图 3-2

还可以这样想:把 4 拆分为 $2+2$,如图 3-3,原来的算式就可以看成是 6 个 2 相加,改写成乘法算式是 6×2 。

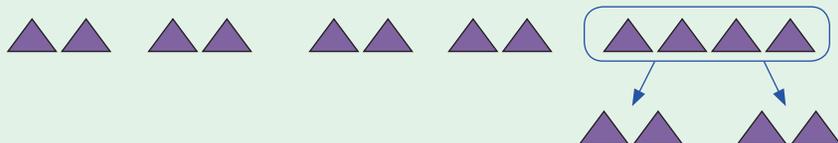


图 3-3



当一个算式中的加数不都相同时，可以用合并或拆分的办法，使这个算式中的每一个加数都相同。这样，加法算式就可以改写为乘法算式了。

想一想 算式 $3+2+2+2+2+4$ ，能改写成哪个乘法算式？

例 3 你会把 $2+3+1+4+5+5$ 改写成乘法算式吗？



这样想

这个算式出现了多个不同的加数，但是仔细观察可以发现，其中不相同的4个数可以组成和都是5的两组：2和3，1和4，这样原来的算式可以变成乘法算式。步骤是这样的：

$$\begin{aligned} & 2+3+1+4+5+5 \\ &= (2+3)+(1+4)+5+5 \\ &= 5+5+5+5 \\ &= 4 \times 5 \end{aligned}$$

练一练 把 $1+2+3+3+4+5+6$ 改写成乘法算式。

例 4 把 $2+3+4+5+6+7+8$ 改写成乘法算式。



这样想

先看5后面的3个数6，7，8， $6=1+5$ ， $7=2+5$ ， $8=3+5$ 。这就出现了3个相同的加数5，多出了1，2，3。而原来连加的

算式中 5 前面的 2, 3, 4 与它们又可以凑成 3 个 5:

$$2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8$$

$$\begin{array}{ccccccc} & & & & \wedge & \wedge & \wedge \\ & & & & 1 & 2 & 3 \\ & & & & 5 & 5 & 5 \end{array}$$

这样, 原来连加的算式就变成了 7 个 5 相加, 即 $2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 = (2+3) + (3+2) + (4+1) + 5 + 5 + 5 + 5$, 改写成乘法算式就是: 7×5 。

还可以这样拆分、组合: 把 8 拆成 $1+7$, 让这里的 1 与 6 组合; 再让前面的 2 与 5 组合、3 与 4 组合。这样, 原来连加的算式就变成了 5 个 7 连加: $(2+5) + (3+4) + (6+1) + 7 + 7$, 改写成乘法算式是 5×7 。



当一个连加算式中几个加数不都相同时, 可以用合并、拆分、重组(分组)的方法, 使它变成几个相同加数相加的算式。

练一练 把 $9+8+7+6+5+4+3$ 改写成乘法算式。

例 5 从图 3-4 中找出黑色、白色方块的排列规律, 并算出图中黑色、白色方块各有多少个。

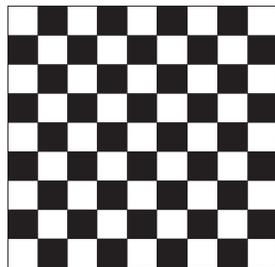


图 3-4



这样想

横着看, 每行的黑色方块不一样多, 但有规律地排列着: 从第 1 行到第 9 行, 单数行, 黑色方块都是 4 块; 双数行, 黑色方块都是 5 块。要算出图中黑色方块共有多少, 写成加法算

式是： $4+5+4+5+4+5+4+5+4$ ，这个算式可改写成 $(4+4+4+4+4) + (5+5+5+5) = 5 \times 4 + 4 \times 5$ 。

用这样的方法，也可以很快算出图中白色方块共有多少。

试一试* 计算图 3-4 中的白色方块、黑色方块共有多少，应该列出什么样的乘法算式？

回味一番

1. 乘法，是求几个相同加数的和的简便计算，可写成“几 \times 几”。前一个“几”表示相同加数的个数，后一个“几”表示这个相同加数。
2. 只有每个加数都相同的加法算式才可以直接改写成乘法算式。当几个加数不都相同时，可以尝试通过合并、拆分、重组（分组），变成每个加数都相同。
3. 如果不能让每个加数变成相同，可以把加数相同的分在一组，分别改写成乘法算式。
4. 只要熟记了“乘法口诀表”，你会越来越觉得：用乘法算比用加法算快得多。



小试身手

- ① (1) 把 $3+3+3+1+2$ 改写成乘法算式是 () \times () ;
(2) 把 $4+4+4+4+2$ 改写成乘法算式是 () \times () 。
- ② (1) 把 $6+6+6+6+4+7$ 改写成乘法算式是 () \times () ;
(2) 把 $5+5+5+3$ 改写成乘法算式是 () \times () 。
- ③ (1) 把 $7+7+4+3+5+2$ 改写成乘法算式是 () \times () ;
(2) 把 $1+4+3+8+8+3+5$ 改写成乘法算式是 () \times () 。
- ④ 把 $1+2+3+4+5+6+7+8$ 改写成乘法算式是 () \times () 。
- ⑤^{*} 已知 $\bigcirc + \bigcirc + \bigcirc = \star + \star = \square + \square + \square + \square + \square + \square = 18$,
那么 $\bigcirc = (\quad)$, $\star = (\quad)$, $\square = (\quad)$ 。
- ⑥^{*} 妈妈和李阿姨、王阿姨带了几个邻居家的孩子去动物园参观,
每人买一张票,成人票的价格是儿童票的2倍,一共买了7张票,
花了50元,每张儿童票几元?



扫码看讲解

第 4 讲 连减与除法

由此入门

同学们已经知道，求几个相同加数的和的简便运算叫作乘法。例如： $8+8+8+8$ ，可以用乘法计算： $4\times 8=32$ 。这说明了乘法和加法之间有着密切的联系，即乘法是一种特殊的加法。乘法特殊在哪里？有两点：一是两个以上的数连续相加（连加），二是这些加数都是相同的。

那么，除法和减法之间有没有联系呢？当然有。

我们来举个例子。一盒铅笔有 20 支，李老师每次从中拿出 4 支发给毛毛、豆豆、小叶、小花，拿了 5 次后，盒里的铅笔被拿光了，一支都不剩。这个“拿出铅笔”的过程列成减法算式就是： $20-4-4-4-4-4=0$ 。

这个式子比较长，如果每次拿出 2 支分别发给 10 个小朋友，那么“拿出铅笔”的过程列成减法算式就更长了，算起来也挺麻烦的。于是，人们就想到一个简便的算法——除法，用除法代替减法：就是把 $20-4-4-4-4-4=0$ ，改写成 $20\div 4=5$ 。

有的同学会问：减法算式的等于号右边是 0，除法算式的等于号右边却是 5，怎么能替代呢？看 $20-4-4-4-4-4=0$ 的左边，20 表示

从多少支铅笔中拿出(可理解为减去、减掉,也可理解为除掉、去掉),是被减去、除去的一个整体,因此叫被减数,也叫被除数;每次减去(除去)几个呢?“-”“÷”后面的4就表示每次减去(除去)4;连续减去(除去)了几次呢? $20-4-4-4-4-4=0$,等号左边的5个减号,表示连续减去5次; $20\div 4=5$,等号右边的5不仅表示可以连续除去(拿出)5次,而且表示5次刚好拿光了,剩余部分是0。这样, $20-4-4-4-4-4=0$,与 $20\div 4=5$ 表示的意义一样,所以它们就可以互相代替了。

如果被减数(被除数)是22,那么就有剩余了。我们把减法算式和除法算式写出来对比,如图4-1。

$$\begin{array}{c}
 22 - \underbrace{4 - 4 - 4 - 4 - 4}_{\text{连续减了(拿了)5次}} = 2 \\
 \leftarrow \text{(被拿的总数)} \quad \leftarrow 22 \div 4 = 5 \cdots \cdots 2 \quad \leftarrow \text{(不能拿光,剩2个,叫余数)} \\
 \leftarrow \text{(每次拿掉4支)} \quad \leftarrow \quad \leftarrow \text{(它的名字叫作商)}
 \end{array}$$

图4-1

没有剩余的情况,可用图4-2表示。

$$\begin{array}{c}
 20 - \underbrace{4 - 4 - 4 - 4 - 4}_{\text{连续减了(拿了)5次}} = 0 \\
 \leftarrow \text{(被拿的总数)} \quad \leftarrow 20 \div 4 = 5 \cdots \cdots 0 \quad \leftarrow \text{(刚好拿光,余数是0)} \\
 \leftarrow \text{(每次拿掉4支)} \quad \leftarrow \quad \leftarrow \text{(它的名字叫作商)}
 \end{array}$$

图4-2

通常,当剩余部分是0(余数是0)时,余数部分省略不写,直接写成 $20\div 4=5$ 。

现在,你应该明白了:除法可以看作连续减去相同数的简便运算。被除数就是被减数,除数就是相同的减数,连减的最多次数(比如上面是5次)叫作商。



学而有悟

例 1 把连减算式 $42-7-7-7-7-7-7=0$ 改写成一个除法算式。



这样想

我们已经知道，除法可以看作连续减去相同数的简便运算。被除数就是被减数，除数就是相同的减数，连减的最多次数叫作商。上面式中，被减数（就是被除数）是 42，除数是 7；连续减了 6 次，商就是 6；最后没有剩余，余数是 0。把它改写成除法算式是： $42 \div 7 = 6$ 。

填一填 把算式 $45-9-9-9-9-9$ 改写成除法算式是：

$$(\quad) \div (\quad) = (\quad)。$$

例 2 在下面括号里填上相同的数，使等式成立：

$$30 - (\quad) - (\quad) - (\quad) - (\quad) - (\quad) = 0。$$



这样想

这个等式中有 5 个减号，5 个括号，括号里的数都是相同的；等号右边是 0，表示从 30 里面连续减掉 5 个几，就刚好减完，没有剩余。

这就相当于问我们：30 里面有 5 个几呢？在学习《表内乘

法》时，我们每讲一句乘法口诀，就知道几个几是多少。比如“四六二十四”，就表示4个6相加是24，或 $4 \times 6 = 24$ ；再比如“五六三十”，就表示5个6相加是30，或 $5 \times 6 = 30$ 。反过来，就说明30里面有5个6。写成除法算式就是 $30 \div 5 = 6$ ，那么括号里所填的数就是6。



乘法，是求“几个几”是多少的简便计算，可写成“ $几 \times 几 = \star$ ”；除法，是从已知数里连续减掉“几个几”的简便计算，可写成“ $\star \div 几 = 几$ ”。这里的两个“几”意义不同。要熟练计算乘法和除法，就要熟记“乘法口诀表”。

填一填 在算式 $28 - () - () - () - () = 0$ 的括号中填上相同的数，并把它改写为除法算式。

- 例 3** ①把28个橘子分给7个小朋友，要让他们分到的橘子同样多，每人分到几个？②把28个橘子分给教室里的小朋友，每人刚好都分到4个，教室里有几个小朋友？



这样想

①7个小朋友分到的橘子都是同样多，也就是要把28里面分出7个同样多，这个“同样多”是几呢？

我们可以一个一个地分：第一次每人分1个，7个人就要7个，从28里面先拿出7个；第二次每人再分1个，7个人又要7个，从28里面再拿出7个；第三次……第四次……分的过程可以写

成： $28-7-7-7-7=0$ 。把它改写成除法算式就是 $28\div 7=4$ （次）。4次分完，没有剩余。

还可以这样想：28 里面有 7 个几呢？从“四七二十八”这句口诀，可列出算式： $28\div 7=4$ 。

我们可以用连减算式验证一下： $28-4-4-4-4-4-4-4=0$ 。也就是 $28-7\times 4=28-28=0$ ，说明正好分完，没有剩余。

②把 28 个橘子平均分给教室里的小朋友，每人刚好分到 4 个。28 里面包含几个 4 呢？从“四七二十八”这句口诀，可列出算式： $28\div 4=7$ （个）。教室里有 7 个小朋友。



这两道题都有“分得同样多”的要求，这是一个很重要的条件。“分得同样多”，就是平均分，也叫等分，需要知道被分的数（被除数）里有“几个几”。

练一练 二年级（1）班 42 名同学在操场列队，如果每列 7 名同学，可以排几列？如果要排成 7 列，每列的同学人数一样多，那么每列有几名同学？

例 4 在下面的括号里填上相同的数，使等式成立：

$$27 - () - () - () - () = 3。$$



这样想

我们用画图（如图 4-3）的方法帮助分析。

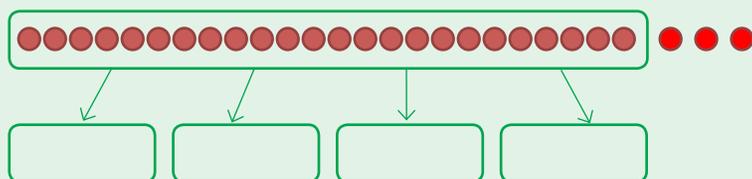


图 4-3

从图 4-3 中可以看出，27 个苹果，平均分成 4 份，有 3 个剩余，也就是足够分完的苹果是 24 个，把剩余的（不够分的）3 个苹果放一边。把够分的 24 个苹果平均分成 4 份，24 里面有 4 个几呢？联想口诀“四六二十四”。算式是： $27 - 3 = 24$ ， $24 \div 4 = 6$ ，那么括号里所填的数就是 6。



在除法算式 $\star \div \square = \bigcirc$ 中， \star 是被除数， \square 是除数， \bigcirc 是商，它们的关系也可以写成 $\star = \square \times \bigcirc$ 。如果除的结果有余数，就是 $\star \div \square = \bigcirc \cdots \triangle$ ，它们的关系可以写成 $\star = \square \times \bigcirc + \triangle$ 或 $\star - \triangle = \square \times \bigcirc$ 。

练一练 在下面的括号内填数，使等式成立：

$$(\quad) \div 8 = 6 \cdots \cdots 2。$$

例 5 粗心的小虎在计算 $\bigcirc \div 6 = \square$ 时，把除数 6 看成了 9，结果得到的商是 4。被除数 \bigcirc 是多少？正确的商 \square 是几？



这样想

小虎看错了除数，但没有看错被除数；由于看错了除数（看成9），算出的商（4）也错了。他是这样算的： $\bigcirc \div 9 = 4$ ，因此，他没有看错的被除数 $\bigcirc = 4 \times 9 = 36$ 。正确的商是 $36 \div 6 = 6$ 。

试一试* 小虎在计算 $\square\square \div 9$ 时，把被除数的个位数字、十位数字位置看颠倒了，得到的商比正确的商恰好多了3。被除数“ $\square\square$ ”是多少？

回味一番

1. 除法是特殊的减法，特别之处就是连续的几个减数都相同，除法是从已知数里连续减掉“几个几”的简便计算。
2. 除法的基本等量关系式是：没有余数的情况下，
被除数 \div 除数 = 商，被除数 = 商 \times 除数；
有余数的情况下，
被除数 = 商 \times 除数 + 余数。
3. 乘法要算“几个几”是多少，除法要算已知数里面有“几个几”，都需要熟记乘法口诀。



小试身手

① 在括号里填上相同的数，使等式成立：

(1) $27 - () - () - () = 0$;

(2) $42 - () - () - () - () - () - () = 0$ 。

② 把下面的减法算式改写成除法算式：

(1) $32 - 8 - 8 - 8 - 8 = 0$;

(2) $54 - 9 - 9 - 9 - 9 - 9 - 9 = 0$ 。

③ 在下面的括号里填上相同的数，使等式成立：

(1) $33 - () - () - () - () = 1$;

(2) $49 - () - () - () - () - () = 4$ 。

④ 把一根 20 米长的绳子剪去 2 米，再把剩下的部分剪成同样长的三段，每段几米？

⑤* 有一些棋子，比 60 个多，比 70 个少。用这些棋子摆成一个正方形图案（每行每列的棋子数同样多），可以摆几行？

⑥* 小叶在做一道除数是 9 的除法计算题时，不小心把算式中被除数十位与个位上的数字对调了，结果商变成了 6。原来被除数是多少？正确的商是几？



扫码看讲解

第5讲 平均分与平均数

由此入门

熊爸爸摘回来一筐苞米，他从筐里拿出一些分给了三个儿子熊大、熊二和小熊。如图5-1，熊大分到3个，熊二分到4个，最小的小熊却分到了8个！



图5-1

熊大一看自己只分到3个，很是生气：“爸爸太不公平了！”

熊二也很不满意，立即为熊大帮腔：“哥哥和我吃得多、力气大，还帮家里干了不少活儿呢，分给我们这么少，也吃不饱呀！”

小熊听熊二这么说，不服气地回怼道：“在妈妈没有生下我的时候，你们比我就多吃了好多呢。等我长大，力气大了，我也能帮家里干许多活儿呢，不会比你们差的。”

弟兄三个争论不休。这时，熊妈妈过来了，她一看就知道是怎么回事了，赶忙劝说：“爸爸这样分是有点不公平，可弟弟说得也有道理啊，你们当哥哥的也要谦让一点弟弟呀。”

妈妈眼珠一转，马上想出了一个好办法：“我看不如这样，把这些苞米平均分，让你们三兄弟分到的同样多。”

“我看行，我会平均分！”熊二一听妈妈这样说，迫不及待地表态了，“只要弟弟拿给我1个，拿2个给哥哥，我们三兄弟分到的苞米就同样多了，都是5个。”

妈妈见熊二这样主动、能干，连忙夸赞他：“老二真聪明，算得又快又准，还帮妈妈把‘平均分’的事儿都干完了。老大、老三，你们看这样分好吗？”

“好的，好的！”“那好吧。”熊大、小熊都表示满意。三兄弟分别捧着5个苞米回各自的小屋去了。

学而有悟

例 1 3个盘子里分别有3个、5个、7个核桃，请你把这些核桃平均分成3份，使每个盘子里的核桃数同样多。



这样想

可以画出线段图（如图5-2）帮助思考。

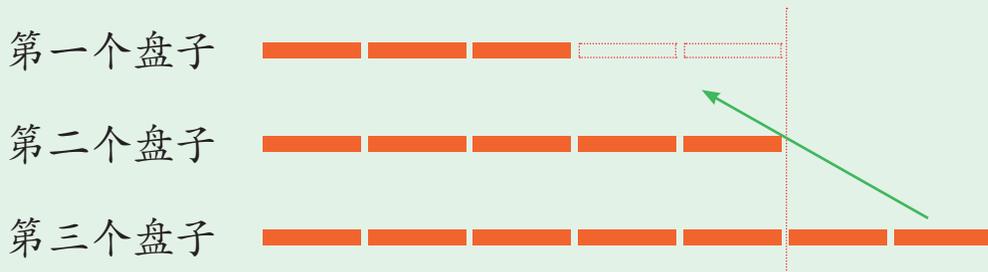


图 5-2

平均分，就是每个盘子里要分得同样多。原来3个盘子里的核桃不是同样多，从图5-2看，如果每个盘子里的核桃都装到红色虚线画出的地方，3个盘子里的核桃就同样多了。因此，只要用“移多补少”的办法，把第三个盘子里多出的2个，移到第一个盘子空缺的地方，3个盘子里的核桃就都是5个了。

也可以这样想：三个盘子里的核桃总数是确定的，把它们合在一起就是 $3+5+7=15$ （个），把15个核桃平均分成3份，就是分成3个同样多，15个里面有“3个同样的几”呢？ $15\div 3=5$ 。也就是说，把15个核桃平均分成3份，每份是5个。



把一个整体（总数）平均分成几份，可以用“移多补少”的办法，也可以直接用除法计算，算式是：总数 \div 份数=每份数。

用除法求平均数的算式是：几个数的和 \div 这些数的个数=它们的平均数。

- 想一想** (1) 如果例1中3个盘子里的核桃分别有3个、5个、8个，能把它们平均分成3份，使每个盘子里的核桃同样多吗？
(2) 如果是2个、5个、8个呢？怎样分？

例2 有这样5个数2, 5, 6, 8, 9。请你按照给出的游戏步骤和规则，对这5个数进行变换。具体游戏步骤和规则是：

- (1) 任意选择其中两个数。
- (2) 如果选出的两个数的和是双数，就用这两个数的平均数替换它们。比如，选出的是5和9，和是14，用7和7分别替换5和9。
- (3) 如果选出的两个数的和是单数，就用两个连续自然数替换它们，但替换前后两个数相加的和必须相等。比如，选出的

是 2 和 5，和是 7，用 3 和 4 分别替换 2 和 5，因为 $3+4=2+5$ 。

(4) 当替换后的 5 个数全部相等时，游戏结束。

(5) 替换的次数越少越好。



这样想

从规则(2)和规则(3)可以看出，每替换一次，两个数“更加靠近了”，它们要么相等，要么是两个连续的自然数。当和是双数时，替换后的两个数相等，都是它们的平均数；当和是单数时，替换后的两个数是两个连续自然数。为了使“替换的次数少”，应该选择离得远（相差大）的两个数来操作。比如，2 和 9，和是 11，11 是单数，用 5 和 6 替换 2 和 9。这里选择了两数之和是双数的情况（即首先选择 2 和 8），因为计算两个数的平均数很简便，替换过程如图 5-3。

原来	2, 5, 6, 8, 9
第一次替换后	5, 5, 6, 5, 9
第二次替换后	7, 5, 6, 5, 7
第三次替换后	6, 5, 6, 6, 7
第四次替换后	6, 6, 6, 6, 6

图 5-3

你还有别的替换方法吗？试试看。

试一试 按照例 2 中的游戏规则与步骤，把 3, 5, 7, 8, 9, 10，变成 6 个相同的数。

例 3 把 33 个橘子平均分给 6 个小朋友，能恰好分完吗？如果不能，再补充几个可以恰好平均分给 6 个小朋友？



这样想

因为要平均分给 6 个小朋友，6 个小朋友分到的橘子要同样多。所以想到“6 个几是多少”，也就是 6 的乘法口诀。在 6 的乘法口诀中，没有“6 个几得 33”的，所以不能恰好分完。与 33 接近的，只有“五六三十”“六六三十六”。因为 $33+3=36$ ，所以再补充 3 个可以恰好平均分给 6 个小朋友。

想一想 一箱书有 50 本，王老师从中拿出一些平均分到 6 个班级，每个班级最多可以分到几本书？

例 4 把 36 名学生平均分组，每组最少 2 人，有几种分法？



这样想

因为题目只要求“平均分组”，没有说“平均分成几组”，所以分法就多了。

我们先想积是 36 的口诀，四九三十六，六六三十六，也就是根据 $4 \times 9 = 6 \times 6 = 36$ ，可以知道，把 36 名学生平均分组，可以分成 4 组、6 组、9 组。

还有其他分法吗？还有。因为 36 是一个双数，可以“两个两个地分”，分 18 次。所以，把 36 名学生平均分组，可以分成 2 组，每组 18 人；也可以分成 18 组，每组 2 人。

实际上，由于 $9=3\times 3$ ， $4\times 9=36$ 可以改写成 $4\times 3\times 3=36$ ，在这个“连乘”的算式中，先算前面的 $4\times 3=12$ ， $4\times 9=36$ 又可以改写成 $12\times 3=36$ 或者 $3\times 12=36$ 。这样一来，把 36 名学生平均分组，可以分成 3 组，每组 12 人；还可以分成 12 组，每组 3 人。

为了防止出现重复和遗漏，我们按从小到大的顺序排列：

$$36=2\times 2\times 3\times 3=2\times 18=18\times 2$$

$$36=2\times 2\times 3\times 3=12\times 3=3\times 12$$

$$36=2\times 2\times 3\times 3=4\times 9=9\times 4$$

$$36=6\times 6$$

可见，把 36 名学生平均分组，可分成 2 组、3 组、4 组、6 组、9 组、12 组、18 组，共有 7 种分法。

练一练* 一箱书有 45 本，王老师把这些书平均分到二年级每个班级，恰好分完。二年级有几个班级？（二年级的班级超过 2 个，不到 20 个）

例 5 (1) 求 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 这 9 个数的平均数；

(2) 求 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16 这 8 个数的平均数。



这样想

仔细观察，我们发现这两组数的排列很有规律。

第 (1) 组的 9 个数，是 9 个连续自然数，从两边向中间看，1 和 9、2 和 8、3 和 7、4 和 6，它们的平均数都是 5，恰好等于最中间那个数 5。这样，我们可以用“移多补少”的方法，使 9

个数全部都变成5，它们的平均数就是5。当然，我们也可以先求出这9个数的和： $1+2+3+4+5+6+7+8+9=45$ ， $45\div 9=5$ 。

第(2)组的8个数，是8个连续的双数，从中间向两边，每两个数配成一对(组成一组)，那么每组两个数的平均数都是9，那么用“移多补少”的方法，可以使这8个数全部都变成9，它们的平均数就是9。如果用一年级时我们学过的“凑整法”，可以先求出这9个数的和： $2+4+6+8+10+12+14+16=2+(4+16)+(6+14)+(8+12)+10=72$ ，也能算出这8个数的平均数是9， $72\div 8=9$ 。

试一试 求下面两组数的平均数：

(1) 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15;

(2) 10, 12, 14, 16, 18, 20。

回味一番

1. 平均分，就是分成的每一份都同样多。把一个整体(总数)平均分成几份，可以用“移多补少”的办法，也可以直接用除法计算， $\text{总数}\div\text{份数}=\text{每份数}$ 。
2. 把一个整体(总数)平均分之后，得到的那个同样多的每一份，就是平均数。求几个数的平均数，可以这样算： $\text{几个数的和}\div\text{这些数的个数}=\text{它们的平均数}$ 。



小试身手

- ① 四个小朋友分别有图画书 5 本、6 本、8 本、9 本，他们平均每人有几本图画书？
- ② 有 27 个苹果，至少从中拿掉几个，可以把它们平均分成 6 份？
- ③ 按照例 2 的游戏规则和步骤，把下面两组数全部变成相同的数：
(1) 2, 3, 4, 6, 10; (2) 3, 4, 5, 5, 6, 7。
- ④ 把 54 支铅笔平均分给若干个学生，每个学生至少分到 2 支，共有几种不同的分法？
- ⑤* 有一串连续自然数，最小的一个数是 3，最大的一个数是 13，这串连续自然数的平均数是多少？
- ⑥* 哥哥期末考试语文、英语两门的平均分是 94 分，如果把数学成绩一起算，那么哥哥这三门课的平均分就是 96 分。问：哥哥的数学考了多少分？



扫码看讲解

第⑥讲 混合运算

由此入门

猴妈妈买来一箱水蜜桃，准备把它们平均分给猴哥、猴妞和猴弟。猴妞迫不及待地打开箱子数了起来：1，2，3，4，5，…，11，12，共有12个。

猴弟一看又要分桃了，十分开心。他心想：前几次分的桃我还有6个没吃完呢，加上今天分的，我的桃就更多了。这个“更多”是多少呢？猴弟便在地上写出一个算式，一本正经地算了起来： $6+12\div 3=18\div 3=6$ （个）。

一看算出的结果是6个，猴弟傻眼了，觉得自己很吃亏。他大声嚷嚷道：“这是怎么搞的！我原来就有6个，加上今天分的，怎么还是6个呢？”

“不可能呀！”热心的猴哥赶忙过来问个究竟，一看猴弟写在地上的算式，明白了：“老三，是你算错了！”猴弟问：“哪里算错了？”

“看，你写的这个算式既有加法，又有除法。这种混合运算的式子，要先算乘除法，后算加减法，而不能直接按从左向右的顺序算！”猴哥提醒说。“哦，我还真不知道呢。”

猴哥接着耐心地解释说：“你这样算，相当于把自己原来的6个也拿出来平均分给我们仨，每人分到2个；加上妈妈今天买来的12个平均分3份，每人又分到4个。 $2+4=6$ ，每人不是6个吗？”

猴弟一听，恍然大悟。



学而有悟

例 1 计算下面各题：

$$(1) 1+17-7;$$

$$(2) 100-22-18;$$

$$(3) 3+18\div 2;$$

$$(4) 3\times 9-12\div 4。$$



这样想

(1) 可以先算 $1+17=18$ ，再用 18 减去 7，得到差是 11；也可以先算后面的 $17-7$ ，得到 10，再计算 $1+10$ 。就是：

$$\begin{aligned} & 1+17-7 \\ & =18-7 \\ & =11 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & 1+17-7 \\ & =1+10 \\ & =11 \end{aligned}$$

(2) 可以先算 $100-22=78$ ，再用 78 减去 18，得到差是 60；也可以先算后面的“ $-22-18$ ”，相当于减去 22 和 18 的和，这个和是 40，再从 100 中减去 40。就是：

$$\begin{aligned} & 100-22-18 \\ & =78-18 \\ & =60 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & 100-22-18 \\ & =100-(22+18) \\ & =100-40 \\ & =60 \end{aligned}$$



既有加法，又有减法的运算，叫作加减混合运算。在加减混合运算中，可以按从前向后的顺序分步计算。也可以先算后面的，先算的部分通常需要添上括号。两个或两个以上的数连减，可以先算出这几个数的和，再从被减数中减去这个和。

(3)和(4)两个算式，既有加减，又有乘除，应该先算乘除，后算加减，就是：

$$\begin{aligned} & 3+18\div 2 \\ & =3+9 \\ & =12 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & 3\times 9-12\div 4 \\ & =27-3 \\ & =24 \end{aligned}$$



在既有加减，又有乘除的混合运算中，必须先算乘除法，再算加减法。如例1写等于号算完一步，接着再写等于号算下一步的式子，叫作递等式。这样的混合运算至少要分两步计算，在书写分步计算的过程时，应该像例1那样换行写出递等式。递等式表示把上一步的计算结果传递给下一步，由于上下两步计算结果相等，它们之间用“=”连接。“=”应写在每一步算式的最前面，并且每一行的“=”要对齐。

练一练 计算下面各题：

(1) $25-8-7$;

(2) $27-9+2$;

(3) $54\div 9\times 3+2$;

(4) $4\times 7+16\div 2$ 。

例 2 果园今天摘了 3 筐苹果，每筐苹果 30 千克，卖出一些后还剩 18 千克，卖出了多少千克？



30 千克



30 千克



30 千克



这样想

由题意，我们知道：

摘下的苹果（千克）- 剩下的苹果（千克）= 卖出的苹果（千克）

摘下的苹果（千克）= 每筐苹果（千克）× 装的筐数

根据这两个数量关系，分步列式计算如下：

$$30 \times 3 = 90 \text{ (千克)}$$

$$90 - 18 = 72 \text{ (千克)}$$

答：卖出苹果 72 千克。



上面的计算分了两步。第一步，计算摘下的苹果是多少千克；第二步，计算它与剩下苹果的差是多少千克。像这种分两步计算来求出最后结果的实际问题，通常叫作两步计算应用题。

通常，这类“解决实际问题”的题目，最后一句是问句（问题），所以，在求出问题的答案后，要根据问句，写出答句。

练一练 姐姐看一篇 80 页的小说，平均每天看 9 页，还剩下 8 页没看完，这本小说姐姐已经看了几天？

例 3 一箱牛奶有 50 袋，李老师把这些牛奶平均分给二（1）班的 6 组小朋友后，最后还剩下 2 袋。每组分到几袋？



这样想

由题意可知：

分掉的牛奶（袋）+ 剩下的牛奶（袋）= 一箱牛奶（袋）

分掉的牛奶（袋） \div 6 = 每组分到的牛奶（袋）

根据以上数量关系，第一步可先用减法算出“分掉的牛奶有多少袋”，第二步再用除法算出每组分到几袋。分步列式计算如下：

$$50 - 2 = 48 \text{（袋）}$$

$$48 \div 6 = 8 \text{（袋）}$$

也可以列成综合算式计算，就是：

$$\begin{aligned} & (50 - 2) \div 6 \\ & = 48 \div 6 \\ & = 8 \text{（袋）} \end{aligned}$$

答：每组分到 8 袋。



虽然混合运算要求“先算乘除，后算加减”，但是，在有括号的情况下要先算括号里面的，这也是一条计算的法则。解决实际问题，分析数量关系十分重要，计算法则也是根据实际需要确定的。

练一练 把一盒巧克力分给 5 个小朋友，如果每个小朋友都分到 6 块，就会多出 2 块。再补上几块，每个小朋友就能都分到 7 块？

例 4 学校买来 4 箱皮球，每箱 9 个。把这些皮球平均分给 6 个班级，每个班级分到几个？



这样想

这道题需要建立两个数量关系式：

皮球总个数 = 每箱皮球数（个）× 买来的箱数

皮球总个数 ÷ 6 = 每班分到的皮球数（个）

根据这两个数量关系，列出乘除混合运算式，计算如下：

$$9 \times 4 \div 6 = 6 \text{（个）}$$

答：每个班级分到 6 个。

试一试 小明从家走到学校，如果每分钟走 50 米，需 8 分钟；如果每分钟走 100 米，到学校需几分钟？

例 5 老年公寓的 24 位老人一起去公园游览。休息时，他们来到茶社喝茶，每桌最多坐 4 人，每桌可以只泡一壶茶。这种茶对老年顾客优惠，泡一壶只需要 9 元。这些老人喝茶最少要花多少钱？



这样想

要花钱最少，每桌要坐满 4 人，每桌泡一壶茶，倒在 4 个杯子分给 4 位老人就可以了；如果每桌坐不满 4 人，另外的人就要多坐一桌，多泡一壶茶。这样，就要把 24 人平均分在几桌坐，每桌坐 4 人。有几桌，就泡几壶茶。数量关系如下：

$$\text{总钱数} = 9 \text{ 元} \times \text{壶数 (桌数)}$$

$$\text{壶数 (桌数)} = \text{人数} \div 4$$

根据这两个数量关系，列式计算如下：

$$24 \div 4 = 6 \text{ (壶)}$$

$$9 \times 6 = 54 \text{ (元)}$$

或
$$24 \div 4 \times 9 = 54 \text{ (元)}$$

答：这些老人喝茶最少要花 54 元钱。

想一想 例 5 中的老人改为 26 位，要让他们都喝上茶，60 元钱够吗？还差几元？

回味一番

1. 在只有加减或只有乘除的混合运算中，可以按从前向后的顺序分步计算，也可以先算后面的。如果先算连减、连除中减数或除数的部分，要给它们添上括号，算出它们的和或乘积。
2. 在既有加减又有乘除的混合运算中，要先算乘除，后算加减；算式中有括号的，要先算括号内的。
3. 解两步计算应用题，最重要的是弄明白数量关系，在这个基础上列出正确算式。可以分两步列式计算，也可以“两步并成一步”列综合算式计算。



小试身手

① 计算下面各题（写出递等式）：

(1) $3+25-5$;

(2) $78+16-18$;

(3) $8+28\div 4$;

(4) $7\times 8-64\div 4$ 。

② 计算下面各题（写出递等式）：

(1) $66-(5+6)$;

(2) $72\div (3\times 3)$;

(3) $(8+28)\div 4$;

(4) $2+(10+3)\times 4$ 。

- ③ 二(1)班有男生26人、女生22人,学校为二(1)班的学生购买了50个计数器,每人一个计数器够吗?如果够,还多几个?如果不够,还差几个?
- ④ 学校购买了一些皮球平均分给2个班,每个班分得18个,最后还剩下5个。学校一共购买了多少个皮球?
- ⑤ 小阳看一本《童话故事》,前3天每天看20页,最后一天看了15页正好看完。这本《童话故事》一共有多少页?
- ⑥* 两位老师带领二(6)班45位同学去公园乘坐观光车,除驾驶员外每辆观光车有8个座位。每辆观光车收费20元,二(6)班同学和两位老师乘坐观光车一共需要多少钱?



扫码看讲解

第7讲 玩转“24点”

由此入门

一副扑克牌去掉大王和小王，共52张，如图7-1。其中有♠、♥、♣、♦四种花色，每种花色各有13张，分别是A, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, J, Q, K。字母A代表1, J, Q, K分别代表11, 12, 13。



图7-1

扑克牌是一种游戏用具，体育比赛中的桥牌、掼蛋用的都是这样的扑克牌。

扑克牌还可以用来做数学游戏，最常见的就是算24点。玩24

点游戏时，通常去掉J, Q, K，只留下其余的40张，每种花色只有A, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10这10张。

这个游戏你会玩吗？玩得好吗？这一讲我们将通过几则游戏，教给你一些小窍门，让你算得更快、玩得更好。



学而有悟

例 1 如图 7-2，明明抽出四张扑克牌，这四张牌的点数分别是 3，6，7，8。用这 4 个数组成加减乘除算式，使计算结果等于 24。

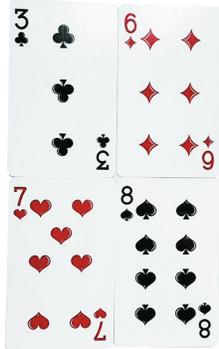


图 7-2



这样想

既然可以用加减乘除组成算式，我们既要想到数的和或差，也要想到它们的乘积（或积等于 24 的乘法口诀）。

算法 1：容易看出，通过“移多补少”这 4 个数都能变成 6，所以它们的和是 24，就是 $3+6+7+8=24$ 。

算法 2：由乘法口诀“三八二十四”，选择一个乘数是 3，剩下的三个数是 6，7，8，由 3 和 8 就可以算出 $3\times 8=24$ ，剩下两个数 6 和 7，怎么办呢？它们的差是 1，把 1 作为乘数或除数就行了。这就得到 $3\times 8\times (7-6)=24$ ；或 $3\times 8\div (7-6)=24$ 。

算法 3：由乘法口诀“四六二十四”，选择一个乘数是 6，剩下的三个数是 3，7，8，它们能组成等于 4 的算式吗？把 3 与 8 加起来，再减去 7 就可以了，得到 $(8+3-7)\times 6=24$ 。



当4个数都接近6时，我们首先会想到用加减法算出24。用乘法算24，先想24的乘法口诀，选择其中一个数作为乘数（除数），用剩下的数算出另一个乘数（商）；用1作为乘数或除数，也是一种技巧。

练一练 有4张扑克牌，点数分别是3，5，7，8。请用这4个数算出24点。

例 2 用1，3，6，8这4个数算出24点。



这样想

看到3和8，立刻想到乘法口诀“三八二十四”；看到6，立刻想到乘法口诀“四六二十四”。由这两句乘法口诀，我们会想到：把其中的6，3或8作为一个因数（乘数），再用其他三个数分别算出4，8或3。我们来试试看。

算法 1：选择一个乘数是6，剩下的三个数是1，3，8，由 $4=8-1-3$ ，得到 $6 \times (8-1-3) = 24$ 。

算法 2：选择一个乘数是8，剩下的三个数是1，3，6， $3=6-3$ ；还剩下1，这很简单，把它作为乘数，结果不变。这就得到 $8 \times (6-3) \times 1 = 24$ 。

算法 3：24也可以是“被除数 \div 除数”得到的商。由 $6 \times 8 = 48$ ，想到用剩下的两个数算出2，作为除数。这好办，用3减去1，于是得到 $6 \times 8 \div (3-1) = 24$ 。



用扑克牌上的点数(1~10)算24点,有三种类型:加减型、乘法型、除法型。乘法型和除法型,都需要先选择(固定)一个数作为乘数或除数。

练一练 请用1, 2, 8, 9这4个数算出24点。你能想出两种算法吗?

例 3 用5, 6, 7, 8这4个数算出24点。



这样想

4个数偏大时,4个数的和或任意两个数的乘积都比24大,所以要想到用减法和除法。

算法 1: 选择一个乘数是6,剩下的三个数是5, 7, 8,把它们用加减法算出4,得到: $6 \times (7+5-8) = 24$ 。

算法 2: 因为6和8的乘积是48,恰好是2个24,所以想到用5和7算出2, $7-5=2$ 。这就得到: $6 \times 8 \div (7-5) = 24$ 。

算法 3: 因为5和7的和是12,2个12恰好是24,所以想到用6和8算出2, $8-6=2$ 。这就得到: $(5+7) \times (8-6) = 24$ 。



当4张扑克牌上的点数偏大时,要注意选择加减型、除法型算法。所以,熟记24的一半及2倍、3倍等是必要的。

练一练 请用3, 5, 6, 8这4个数算出24点。

例 4 用 7, 8, 10, 10 这 4 个数算出 24 点。



这样想

这里出现的 4 个数也偏大，但是很难用乘法算出 24 的 2 倍、3 倍或 4 倍。我们再换个角度来看，也就是不要只想到用乘除法算。根据 4 个数中有两个 10，从加减法的角度看 24 的组成， $24=14+10=34-10$ ，那么用其余三个数 7, 8, 10 能算出 14, 34 吗？试试看： $7 \times (10-8) + 10 = 24$ 。



当 4 张扑克牌上的点数偏大时，还要注意尝试：
求出两个大数的差，把它作为乘数。

练一练 请用 2, 7, 10, 10 这 4 个数算出 24 点。

例 5 用 7, 8, 8, 10 这 4 个数算出 24 点。



这样想

一个整十数与 24 的差，个位数一定是 6。当 4 个数中有 10 时，可先算出个位是 6 的数，再试试它是不是整十数与 24 的差。 $7+9=16$ ， $7 \times 8=56$ ，它们的个位数都是 6， $56+24=80$ ，80 正是 8 乘 10 的积。而 $16+24=40$ ，这 4 个数中却没有 4。所以，只有一种算法： $10 \times 8 - 7 \times 8 = 24$ 。



整十数与 24 的差，个位数一定是 6。当 4 个数中有 10 时，可先算出个位是 6 的数，再试试它是不是整十数与 24 的差。

练一练 请用 6, 7, 10, 10 这 4 个数算出 24 点。

回味一番

1. 用扑克牌上的点数(1~10)算 24 点, 有三种类型: 加减型、乘法型、除法型。
2. 在加减型中, 不仅要考虑几个数的和是 24 (如例 1), 还要想到两个较大数的差是 24 (如例 5)。
3. 乘法型和除法型, 可先选择(固定)一个数作为乘数或除数, 也可以选择两个的和或差、积作为乘数或除数。乘法型和除法型的思路都需要依据乘法口诀。
4. 注意 1 这个数很特殊, 添上它作为乘数或除数, 结果不会改变。



小试身手

① 分别用以下每组的 4 个数算出 24 点，每组要写出 2 种算法：

(1) 1, 2, 5, 8; (2) 2, 6, 10, 10;

(3) 1, 2, 4, 5; (4) 3, 3, 5, 9。

② 分别用以下每组的 4 个数算出 24 点，每组要写出 3 种算法：

(1) 1, 1, 3, 8; (2) 4, 4, 4, 6;

(3) 3, 8, 9, 10; (4) 2, 4, 6, 8;

③ 用 3, 3, 5, 5 这 4 个数算出 24 点。

④ 用 4, 6, 9, 10 这 4 个数算出 24 点。

⑤^{*} 用 6, 6, 6, 10 这 4 个数算出 24 点。

⑥^{*} 用 5, 5, 8, 10 这 4 个数算出 24 点。



扫码看讲解