



江苏省高等学校重点教材

高职本科“十五五”系列教材 机械类专业

人力资源和社会保障部技工教育和职业培训“十五五”规划教材

# 机械设计与创新 (第二版)

主编 张长英



移动终端

互动教学

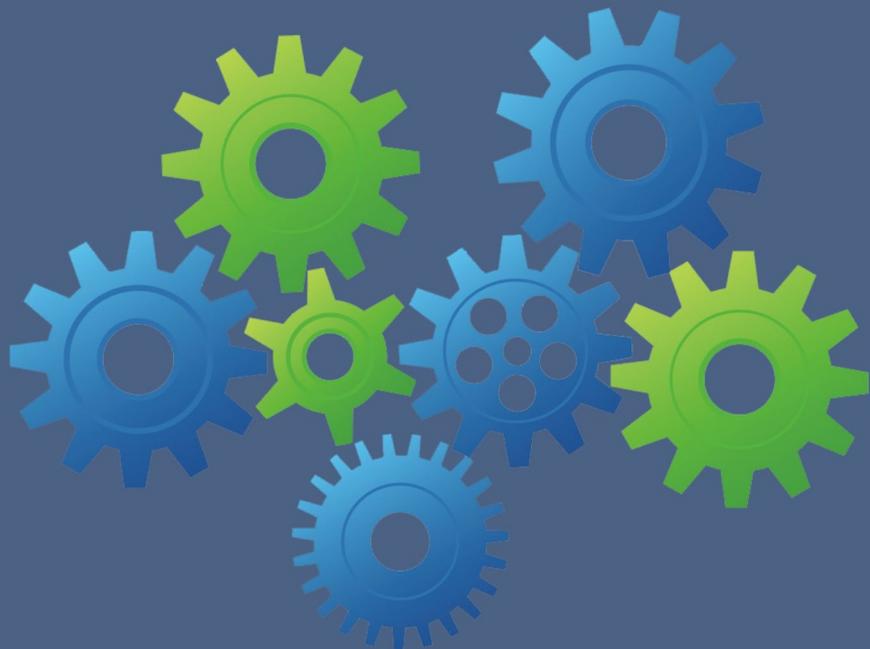


微课资源

即扫即看



南京大学出版社



**图书在版编目(CIP)数据**

机械设计与创新 / 张长英主编. -- 2 版. -- 南京 :  
南京大学出版社, 2026. 1. -- ISBN 978-7-305-29945-2  
I. TH122  
中国国家版本馆 CIP 数据核字第 2026UV8973 号

出版发行 南京大学出版社  
社 址 南京市汉口路 22 号 邮 编 210093  
书 名 机械设计与创新  
JIXIE SHEJI YU CHUANGXIN  
主 编 张长英  
责任编辑 吴 华 编辑热线 025-83596997

照 排 南京南琳图文制作有限公司  
印 刷 南京玉河印刷厂有限公司  
开 本 787 mm×1092 mm 1/16 印张 20 字数 485 千  
版 次 2026 年 1 月第 2 版 2026 年 1 月第 1 次印刷  
ISBN 978-7-305-29945-2  
定 价 50.00 元

网址: <http://www.njupco.com>  
官方微博: <http://weibo.com/njupco>  
微信服务号: NJUYUNSHU  
销售咨询热线: (025) 83594756

---

\* 版权所有,侵权必究  
\* 凡购买南大版图书,如有印装质量问题,请与所购  
图书销售部门联系调换

# 前 言

---

本书贯彻《国家职业教育改革实施方案》中“开展本科层次职业教育试点”的精神,依据教育部“机械设计基础教学基本要求”编写而成,并在第一版基础上进行了全面修订。习近平总书记在《求是》杂志发表的《加快建设教育强国》文章中明确指出:“要把培养国家重大战略急需人才摆到更加突出位置,着力造就拔尖创新人才,推动实现高水平科技自立自强。”本书以此为根本遵循,围绕新时代对高素质技术技能人才的需求,进一步优化内容体系,强化实践性与创新性,力求在知识传授中融入价值引领,在能力培养中夯实专业根基。

本书将机械原理、创新设计与通用零件等内容有机结合,遵循精品与实用原则,充分运用现代教育技术,构建“教学目标明确、教学理念先进、学生技能一流”的课程教学体系。本书具备以下几方面特色:

(1) 内容实用,案例新颖。结合工程技术最新发展,引入典型工程案例,注重学以致用。

(2) 价值引领,突出思政。深入挖掘知识点中的思政元素,强化使命担当与创新意识。

(3) 技术融合,形态创新。融合互联网技术与教学方法改革,配套数字

资源与二维码链接,支持线上线下混合教学。

(4) 项目驱动,实践强化。新增项目化教学案例,推动“教学做合一”,提升综合职业能力。

本书由南京工业职业技术大学张长英教授任主编,南京工业职业技术大学李勤涛和张云玲副教授任副主编,南京工业职业技术大学周荣晶讲师参编。编写分工为:南京工业职业技术大学张长英编写绪论,第1、3、4、5、6、9章及附录;南京工业职业技术大学李勤涛编写第7、10、11章;南京工业职业技术大学张云玲编写第2、8章;南京工业职业技术大学周荣晶编写第12章;全书由张长英统稿,并负责所有章节的思考题与习题。

鉴于编者水平有限,书中难免有疏漏与不足之处,恳请广大师生和行业专家批评指正,以便不断完善。

编者

2026年1月

# 目 录

---

绪 论 .....	1
0.1 机器与机构 .....	1
0.2 机构的组成 .....	2
0.3 机械设计的基本要求和常规方法 .....	3
0.4 机械产品的创新设计 .....	4
<b>第 1 章 平面机构的组成与结构分析 .....</b>	<b>6</b>
1.1 运动副与运动链 .....	6
1.2 平面机构运动简图 .....	8
1.3 平面机构的自由度 .....	10
1.4 平面机构的组成 .....	16
1.5 平面机构的结构分析 .....	19
<b>第 2 章 平面连杆机构及其设计 .....</b>	<b>25</b>
2.1 平面四杆机构的基本形式 .....	26
2.2 平面四杆机构的急回特性 .....	29
2.3 平面四杆机构的受力特性 .....	31
2.4 平面四杆机构的设计 .....	35
<b>第 3 章 凸轮机构及其设计 .....</b>	<b>48</b>
3.1 凸轮机构的应用及分类 .....	48
3.2 平面凸轮机构的工作过程及运动规律 .....	51
3.3 盘形凸轮轮廓曲线设计(图解法) .....	55
3.4 平面凸轮机构基本参数的确定 .....	58
<b>第 4 章 齿轮机构及其设计 .....</b>	<b>68</b>
4.1 齿轮机构的应用及分类 .....	68
4.2 渐开线齿廓及其啮合特性 .....	70

4.3	渐开线齿轮的基本参数	73
4.4	渐开线圆柱齿轮的啮合传动	77
4.5	渐开线齿廓的加工方法及根切现象	81
4.6	其他齿轮传动机构	86
4.7	齿轮的传动及其力学分析	98
4.8	齿轮传动的结构设计	113
<b>第5章</b>	<b>轮系的分析与应用</b>	<b>124</b>
5.1	轮系及其分类	124
5.2	定轴轮系的传动比计算	126
5.3	周转轮系的传动比计算	129
5.4	复合轮系的传动比计算	131
5.5	轮系的应用及其特点	133
<b>第6章</b>	<b>带传动和链传动机构</b>	<b>141</b>
6.1	带传动的类型及特点	141
6.2	V带传动的结构分析	144
6.3	V带传动的设计与计算	147
6.4	链传动的类型及特点	158
6.5	滚子链传动的结构分析	159
6.6	滚子链传动的运动分析	161
<b>第7章</b>	<b>其他常用机构</b>	<b>165</b>
7.1	棘轮机构	165
7.2	槽轮机构	170
7.3	不完全齿轮机构	173
7.4	凸轮间歇运动机构	174
7.5	螺旋机构	175
<b>第8章</b>	<b>机构变异与创新</b>	<b>185</b>
8.1	机架的变换	185
8.2	运动副的演化与变异	192
8.3	机构的组合与创新设计	197
<b>第9章</b>	<b>机械的平衡与调速</b>	<b>211</b>
9.1	机构的平衡	211
9.2	机器的调速	218

<b>第 10 章 联 接</b> .....	224
10.1 螺纹联接.....	225
10.2 键联接.....	233
10.3 销联接.....	239
10.4 圆柱面过盈联接.....	240
<b>第 11 章 轴系零部件设计</b> .....	244
11.1 轴.....	244
11.2 轴承.....	253
<b>第 12 章 其他通用零部件设计</b> .....	283
12.1 联轴器.....	283
12.2 离合器.....	288
12.3 弹簧.....	291
<b>附录 项目化教学案例设计</b> .....	307
<b>参考文献</b> .....	311



# 绪 论

---



## 学习目标

掌握机器与机构的概念及特征,理解构件与零件的区别与联系,了解机械设计的基本要求、常规方法,以及机械产品创新设计的主要内容。



## 单元概述

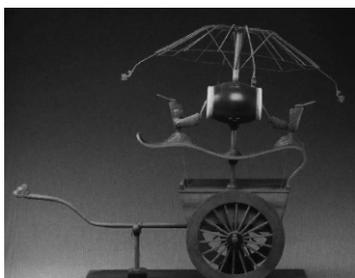
机器是执行机械运动的装置,用来完成有用的机械功或转换机械能。机器中的构件可以是单一的零件,也可以是由几个零件装配而成的刚性结构。本章的重点包括机器与机构、构件与零件的概念和特征,难点是对机器和机构的理解。

## 0.1 机器与机构

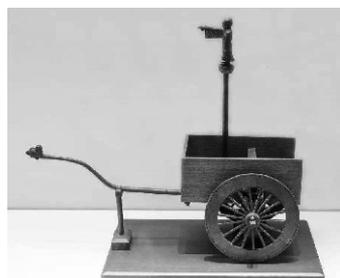
人类在长期的生产和生活实践中,创造发明了各种机器,并通过对其不断改进以提高劳动生产率,这些机器甚至还能完成人力无法达到的某些生产要求。早在春秋战国时期,就出现了用于控制射击的弩机(如图 0-1(a)),其加工精度和表面光洁度已达到相当高的水平。东汉以后又出现了记里鼓车和指南车(如图 0-1(b)和图 0-1(c)),记里鼓车有一套减速齿轮系,通过鼓镯的音响分段报知里程;三国马钧所造的指南车除用齿轮传动外,还有自动离合装置,在技术上又胜记里鼓车一筹。自动离合装置的发明,说明传动机构齿轮系已发展到相当的程度。



(a)



(b)



(c)

图 0-1 中国古代机器

机器的作用是进行能量的转换或完成特定的机械功能,用以减轻或替代人的劳动。不同之处在于,随着生产和科学技术的发展,机器的种类和形式更趋多样化,功能则越来越贴近人们的生活。但无论机器如何变化,按其基本组成都可以分为动力源、传动机构、执行机构和控制器四部分。其中,传动机构和执行机构在使用中最主要的目的是为了实现在速度、方向或运动状态的改变,或实现特定的运动规律,因此,在实现机器的各项功能中担当着最重要的角色。

如图 0-2 所示,单缸内燃机由机架 1(气缸体)、曲柄 2、连杆 3、活塞 4、进气阀 5、排气阀 6、推杆 7、凸轮 8 和齿轮 9、10 组成。当燃气推动活塞 4 做往复运动时,通过连杆 3 使曲柄 2 做连续转动,从而将燃烧产生的热能转换为曲柄的机械能。齿轮、凸轮和推杆的作用是按一定的运动规律按时启闭阀门,完成吸气和排气动作。该内燃机共有三种机构组合:

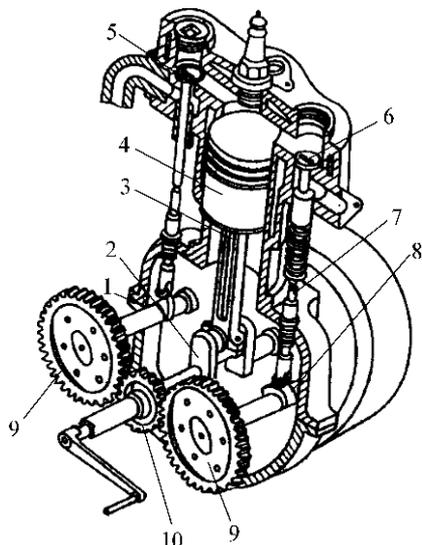


图 0-2 单缸内燃机

(1) 曲柄滑块机构。由活塞 4、连杆 3、曲柄 2 和机架 1 构成,其作用是将活塞的往复直线运动转换成曲柄的连续转动。

(2) 齿轮机构。由齿轮 9、10 和机架 1 构成,其作用是改变转速的大小和方向。

(3) 凸轮机构。由凸轮 8、推杆 7 和机架 1 构成,其作用是将凸轮的连续转动变为推杆的往复移动,完成有规律地启闭阀门的工作。

由上述分析可以看出,机构在机器中的作用是传递运动和动力,实现运动形式或速度的转变。因此,机构具有以下两个特征:

- (1) 机构是一种人为的实物(构件)的组合。
- (2) 组成机构的各部分之间具有确定的相对运动。

通过对不同机器的分析,可以这样认为:机器是若干机构的组合体,它除了具备上述两个特征外,还可以用来替代或减轻人类的劳动,完成有用的机械功,或将其他形式的能转换为机械能,这是机器与机构在功能上的区别。

若仅从结构和运动的观点看,机器与机构之间并无区别,人们常用“机械”作为机器与机构的总称。

## 0.2 机构的组成

机构是由构件组成的,根据运动传递路线和构件的运动状况,构件可分为三类:

(1) 机架。如图 0-2 所示的气缸体 1,机构中的固定构件或相对固定的构件称为机架,任何一个机构中,必定有也只能有一个构件作为机架。

(2) 原动件。机构中已知运动规律并做独立运动的构件称为原动件,原动件是机

### 动画0-01



单缸内燃机

构中输入运动的构件,因此,也称为主动件,每个机构中都至少有一个原动件。

(3) **从动件**。机构中除原动件和机架以外的所有构件都称为从动件。

所谓**构件**,是指机构的**基本运动单元**。它可以是单一的零件,也可以是由刚性组合在一起的几个零件联接而成的运动单元。

图 0-2 所示单缸内燃机中的连杆由连杆体 1、连杆盖 5、螺栓 2、螺母 3、开口销 4、轴瓦 6 和轴套 7 等多个零件组成(如图 0-3)。

所谓**零件**,是组成构件的**制造单元**。任何机器都是由许多零件组成的,若将一台机器进行拆解,拆到不可再拆为止的最小单元就是零件。机械中的零件可以分为两大类:一类是在各类机械中经常用到的零件,称为**通用零件**,如齿轮、螺栓、轴和弹簧等;另一类是只出现于某些特定机械中的零件,称为**专用零件**,如汽轮机的叶片、内燃机的活塞和曲轴等。

在生产实际中,有时把为完成共同任务彼此协同工作的一系列零件或构件所组成的组合体称为**部件**(或**组件**),它是**装配的单元**,如滚动轴承和联轴器等。

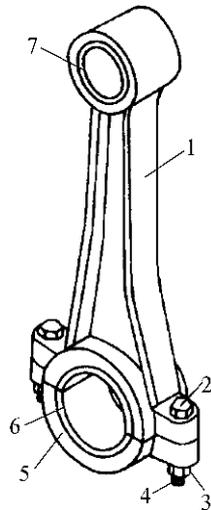


图 0-3 单缸内燃机的连杆

### 0.3 机械设计的基本要求和常规方法

机械设计是机械产品研制的第一步,直接影响到产品的质量、性能和经济效益,机械设计的基本要求主要有以下几个方面:

(1) **使用性能要求**。机械产品必须保证实现预期的设计性能,在规定的工作条件和寿命期限内,满足用户所需的功能要求。

(2) **安全和可靠性要求**。安全可靠是机械产品的必备条件,所有涉及人身或重大设备安全的零部件,都必须进行认真、严格的设计和校核计算,而不能仅凭经验或“类比”替代。可靠性是指在预期的寿命期限内,不发生或极少发生故障,大修或更换易损件的周期不宜过短,以免因停机影响生产进度。

(3) **经济和社会性要求**。经济性要求主要体现在机械设计、制造和使用过程的全过程,如设计周期短,制造、运输、安装成本低,使用效率高、能耗少、易管理和维护等。此外,当机械产品用于生产和生活时,必须符合国家环境保护和劳动保护的相关要求。

机械设计的常规方法是以经验总结为基础,以由数学和力学分析或实验而形成的公式、经验数据、图表和设计手册作为设计依据,运用经验公式、简化模型或类比改造等的方法,机械设计的常规方法主要分为以下三种:

(1) **理论设计**。根据在生产实践中总结出来的设计理论和实验数据所进行的设计,通常分为设计计算和校核计算两个方面。设计计算是根据机械零件的运动要求、受力情况、材料性能和失效形式,采用理论公式计算出零部件危险截面的尺寸,从而设计

出零部件的具体结构;校核计算是根据已有的机器和零部件的形状尺寸,通过理论公式校核其强度是否满足使用要求。

(2) 经验设计。根据对已有的设计与使用实践总结出来的经验数据或公式,或与类似的机器或零部件相类比而进行的设计。

(3) 模型设计。对于一些结构复杂、尺寸较大的重要机器或零部件,在初步设计时可将其按比例制成小模型或小尺寸的样机,通过实验对其各方面的特性加以检验,再根据实验结果对设计内容进行修改,最终获得完善的设计结果。

## 0.4 机械产品的创新设计

中华民族是富有创造性的民族,我国古代许多机械发明的使用和发展,都体现了我们民族的创造性。翻开人类从使用简单的工具、刀耕火种、捕鱼狩猎,到学会播种、制陶炼铜等最初的农业技术和工匠技术,发展到今天的信息技术、航天技术等现代化高科技的历史长卷,人类文明史就是一部人类生生不息的创新发展史,可以这样说,创新是人类文明进步的原动力,是科技发展、经济增长和社会进步的源泉。

机械产品的创新设计是指充分发挥设计者的创造力,利用人类已有的相关科学技术成果(包含理论、方法、技术和原理等)进行创新构思,设计出具有新颖性、创造性和实用性的机构或机械产品(或装置)的一种实践活动。它包括两个方面:一是改进完善生产和生活中现有机械产品的技术性能、可靠性、经济性和适用性等;二是创造设计出新产品、新机器,以满足新的生产或生活的需求。



### 思考题

0-1 什么是机器、机构和机械? 机器与机构的主要区别是什么?

0-2 什么是构件、零件和组件?

0-3 什么是通用零件和专用零件?

0-4 判断题

(1) 生活中的各种机构和机械统称为机器。

(2) 从运动的观点来看,机构和机器之间并无区别,因此,我们把二者统称为机械。

(3) 机器的传动部分是将原动机的运动和动力传给工作部分的中间环节,可以在传递运动中改变运动速度、转换运动形式等,以满足执行部分的各种要求。

(4) 组成机构的各个构件之间必须要具有确定的相对运动。

(5) 构件是机构中的运动单元,而零件则是制造单元。

(6) 在机器中,独立的装配单元称为部件,如滚动轴承等。

(7) 机械中普遍使用的零件叫作通用零件,如螺栓、螺母等。

(8) 在某一类型机械中使用的零件,叫专用零件,如曲轴、活塞等。

0-5 选择题

(1) 下列属于原动机的是\_\_\_\_\_。



# 第 1 章

## 平面机构的组成与结构分析



### 学习目标

了解运动副的分类及运动链的概念,掌握平面机构运动简图的绘制和自由度的计算方法,理解平面机构具有确定运动的条件、平面机构的组成原理及其结构分析方法。



### 单元概述

机构由许多构件组合而成,为了传递动力,实现运动速度、方向及形式的变换,需要保证机构内各构件具有确定的相对运动。在此基础上,进一步研究机构的组成原理,并对其进行结构和运动分析。本章的重点包括运动副及其分类、高副低代的方法、杆组及其级别的划分和速度瞬心法等;难点包括机构运动简图的绘制、特殊结构下平面机构自由度的计算、平面机构的结构分析等。

## 1.1 运动副与运动链

在所有的机构中,每个构件都以一定的方式与其他构件相联接,这种两个构件通过直接接触,既保持联系又能相对运动的联接,称为**运动副**。例如轴颈与轴承之间、活塞与气缸之间的联接都构成运动副,运动副是两构件之间的可动联接。

根据运动副各构件之间的相对运动是平面运动还是空间运动,可将运动副分成平面运动副和空间运动副。若所有构件都在同一平面或相互平行的平面内运动,则称该机构为平面机构,平面机构的运动副称为平面运动副。按两构件间的相对运动特点,平面运动副可分为低副和高副。

### 1. 低副

相互联接的两构件间通过面接触组成的运动副称为**低副**,根据构成低副的两构件间的相对运动特点,又分为转动副和移动副。两构件只能做相对转动的运动副称为转动副(如图 1-1(a)和图 1-1(b));两构件只能沿某一导路做相对移动的运动副称为移动副(如图 1-1(c)和图 1-1(d))。

微课 1-1



运动副的识别

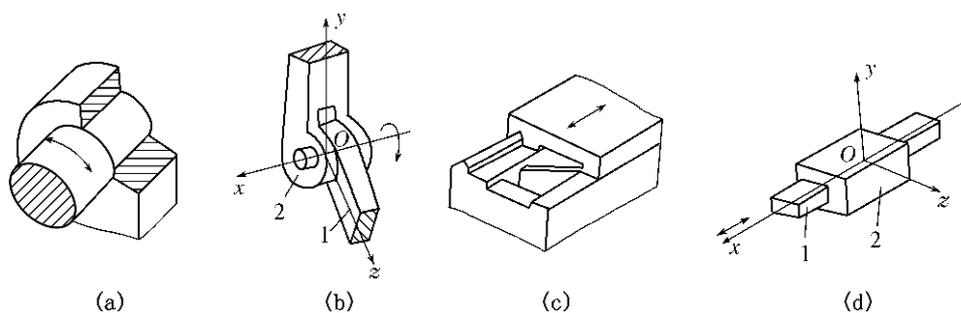


图 1-1 低副

## 2. 高副

相互联接的两构件间通过点接触或线接触组成的运动副称为高副,如图 1-2 所示的车轮与钢轨、顶杆与凸轮、轮齿 1 与轮齿 2 等,分别在 A 处形成高副。

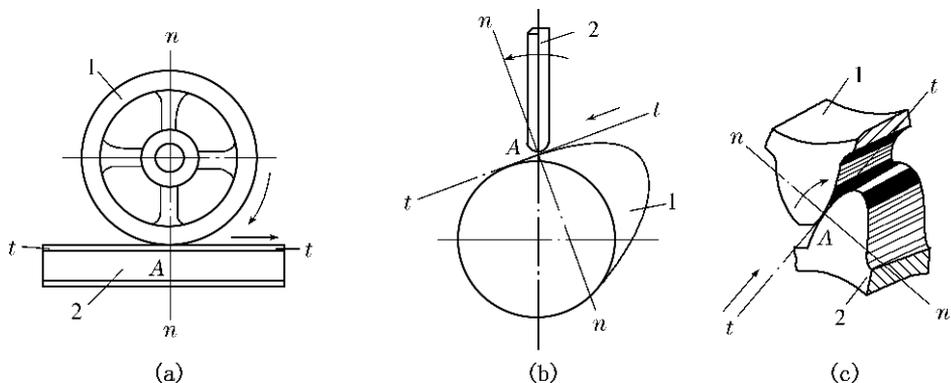


图 1-2 高副

## 3. 运动链

由两个或两个以上构件通过运动副的联接而构成的相对可动的系统称为运动链,若组成运动链的各构件构成首末封闭系统的运动链称为闭式运动链或简称闭链(如图 1-3(a)),反之,则称为开式运动链或简称开链(如图 1-3(b))。对于闭链,任意移动其中一杆即可牵动其余各杆,便于传递运动,所以广泛应用于各种机械,而开链主要应用于机械手和挖掘机等。

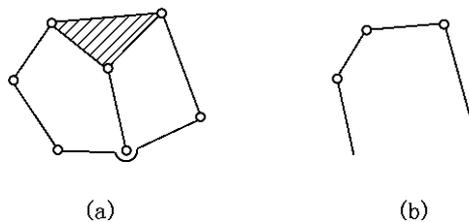


图 1-3 闭链和开链

若运动链中存在固定或相对固定的机架时,运动链可被称为机构,但此机构的运动尚未确定,仅当其一个或几个构件具有独立运动,成为原动件,并使其余从动件随之做

动画1-01



转动副

动画1-02



移动副

动画1-03



平面高副

确定运动时,才可确定该机构的运动,并能有效地传递运动和动力。

## 1.2 平面机构运动简图

在对机构进行运动分析时,为了使问题简化,可以不考虑机构的真实外形和具体结构,仅考虑与运动有关的构件数目、运动副类型及其相对位置。按照国家标准 GB/T 4460—2013《机械制图 机构运动简图用图形符号》规定的简单符号及线条表示机构中的运动副及构件,并按一定比例确定机构的运动尺寸,绘制出反映机构各构件之间相对运动关系的简明图形称为**机构运动简图**。若不按精确的比例绘制,而着重表达机构的结构特征,则称为**机构示意图**。

### 1.2.1 运动副的表示方法

#### 1. 转动副的表示方法

用圆圈表示转动副,其圆心代表转动的轴线。若组成转动副的两个构件都是活动构件,则用图 1-4(a)表示;若其中之一为机架,则在代表机架的构件上绘制阴影线,如图 1-4(b)所示,也可简化成图 1-4(c)所示的形式。

#### 2. 移动副的表示方法

移动副的表示方法如图 1-4(d)~(f)所示,此时移动副的导路必须与两构件的相对移动方向保持一致。同样,在必要时,应在代表机架的构件上绘制阴影线。

#### 3. 高副的表示方法

高副的表示方法如图 1-4(g)所示,此时,应在机构运动简图中绘制出两构件接触处的轮廓曲线,其曲率中心必须与实际位置保持一致。

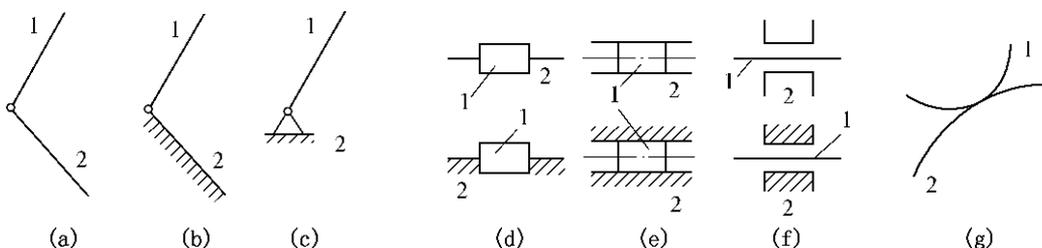


图 1-4 机构运动简图中运动副的表示方法

### 1.2.2 构件的表示方法

一个具有两个低副的构件称为两副构件,图 1-5(a)表示参与组成两个转动副的构件,图 1-5(b)表示同时参与一个转动副和一个移动副的构件。

一个具有三个低副的构件称为三副构件,参与组成三个转动副的构件可用三角形表示(如图 1-5(c)所示),为了表明三角形是一个刚性构件,常在三角形的三个角上画

上焊接标记或直接在三角形内画上剖面线。如果三个转动副在一条直线上,则可用图 1-5(d)表示。

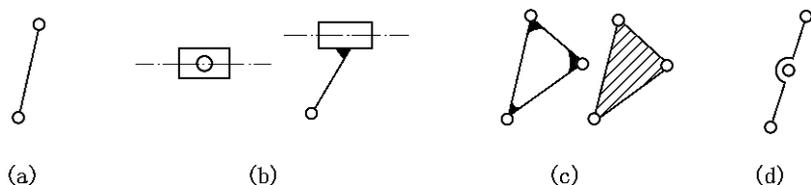


图 1-5 机构运动简图中构件的表示方法

### 1.2.3 平面机构运动简图的绘制

绘制平面机构运动简图,首先应了解机构的构造及运动特性,再按如下步骤进行:

#### 1. 分析机构的组成

辨别机构中的机架,确定主动件及从动件的数目。

#### 2. 分析机构的运动

由主动件开始,按照机构运动的传递路线,依次分析构件间的相对运动形式,确定运动副的类型及数目。

#### 3. 选择视图的平面

选择适当的投影面,确定机架、主动件及各运动副间的相对位置,以便清楚地表达各构件间的运动关系。通常情况下,应选择与构件运动平行的平面作为投影面。

#### 4. 绘制机构运动简图

按照适当的比例尺,采用规定的符号和线条,绘制平面机构的运动简图,并用箭头注明原动件及用数字标出构件号。

比例尺是指图样尺寸与机构实际尺寸之比,用  $\mu$  来表示,  $\mu = \frac{\text{构件实际长度} (\text{m})}{\text{构件图示长度} (\text{mm})}$ 。

**【例 1-1】** 请绘制如图 1-6(a)所示颚式破碎机的机构运动简图。

**解** (1) 分析机构的组成,如图 1-6(a)所示,颚式破碎机的主体机构主要由机架 1、曲轴 2、动颚 3 和肘板 4 组成。其中,曲轴 2 与带轮固接在一起,是颚式破碎机的原动件,其余构件都是从动件。

(2) 分析机构的运动。颚式破碎机的曲轴 2 与机架 1 在 A 点处通过铰链联接,并绕 A 点做回转运动;曲轴 2 上的圆柱销与动颚 3 上的圆柱孔在 B 点处联接,做复杂的平面运动;肘板 4 的左端通过销和孔与动颚 3 在 C 点处联接、右端与机架 1 在 D 点处联接,并绕 D 点摆动。由此,可判断:颚式破碎机在 A、B、C、D 处均构成转动副联接。

弹簧和支承杆仅起到辅助支承作用,其目的是改善机构的受力状况,增加机构的刚性,从运动角度看,有无弹簧和支承杆,都不会改变机构的运动形式。

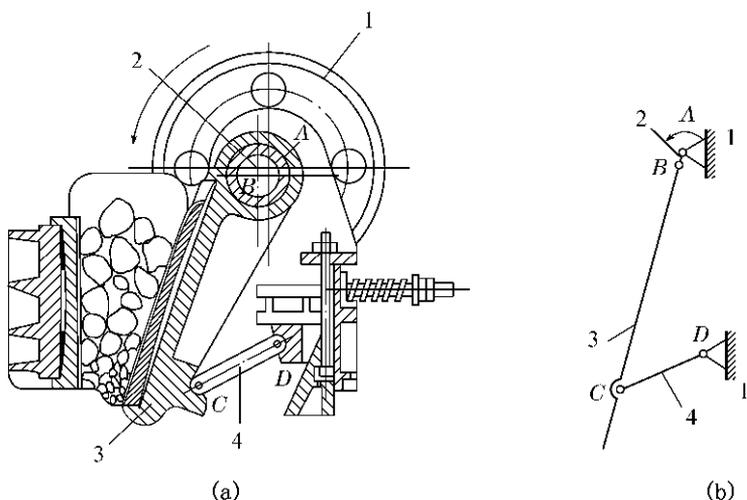


图 1-6 【例 1-1】附图

1—机架;2—曲轴;3—动颚;4—肘板。

(3) 选择视图的平面。由于颚式破碎机三个活动构件(曲轴 2、动颚 3 和肘板 4)的运动都位于当前平面,因此,选择这个平面为机构运动简图的视图平面。

(4) 绘制机构运动简图。选定适当的比例尺,通过图 1-6(a)中尺寸定出 A、B、C、D 的相对位置,用构件和运动副的规定符号绘制出颚式破碎机的机构运动简图,如图 1-6(b)所示。

### 1.3 平面机构的自由度

#### 微课 1-2



平面机构自由度的计算

#### 动画 1-04



自由构件的自由度

在平面机构中,各构件相对于参考系所具有的、独立运动的数目称为机构的自由度,为了使机构中各构件能相对于机架做确定的运动,必须研究机构的自由度和机构具有确定运动的条件。其中,机构的自由度与构件的总数、运动副的类型及数量有关。

对于具有  $N$  个构件的平面机构来说,除去固定的机架,余下的活动构件数为  $n = N - 1$ 。这  $n$  个活动构件在未用运动副联接之前,共有  $3n$  个自由度。假设该平面机构中共有  $P_L$  个低副和  $P_H$  个高副,将所有的活动构件、活动构件与机架之间联接起来,便受到  $2P_L + P_H$  个约束(每个低副引入两个约束,每个高副引入一个约束)。因此,机构中各构件相对于机架的独立运动数,即机构的自由度应为活动构件的自由度总数减去运动副引入的约束总数,即:

$$F = 3n - 2P_L - P_H \quad (1-1)$$

#### 1.3.1 平面机构具有确定运动的条件

机构的自由度是机构中各构件相对于机架具有的独立运动的数目,在机构中只有原动件才能独立运动(从动件是不能独立运动的),且每个原动件只具有一个独立的运

动。因此,平面机构的自由度应与原动件数相等,才能保证平面机构具有确定的运动。

在图 1-6 所示颚式破碎机的机构中,共有三个活动构件( $n=3$ ),包含了四个转动副( $P_L=4$ ),没有高副( $P_H=0$ ),依据上述的自由度计算公式,该机构的自由度为:

$$F=3n-2P_L-P_H=3\times 3-2\times 4-0=1$$

该机构只有一个原动件(曲轴 2),所以原动件数与机构的自由度相等,该机构具有确定的运动。

如图 1-7(a)所示的机构, $n=4$ , $P_L=6$ , $P_H=0$ ,由式(1-1)得到:

$$F=3n-2P_L-P_H=3\times 4-2\times 6-0=0$$

该机构的自由度等于零,说明它是不能产生相对运动的刚性桁架。同理,图 1-7(b)所示的三角架也是一个刚性桁架,但是对于图 1-7(c)所示的机构, $n=3$ , $P_L=5$ , $P_H=0$ ,由式(1-1)得到:

$$F=3n-2P_L-P_H=3\times 3-2\times 5-0=-1$$

自由度  $F<0$ ,说明它所受到的约束过多,此时该机构成为超静定桁架。

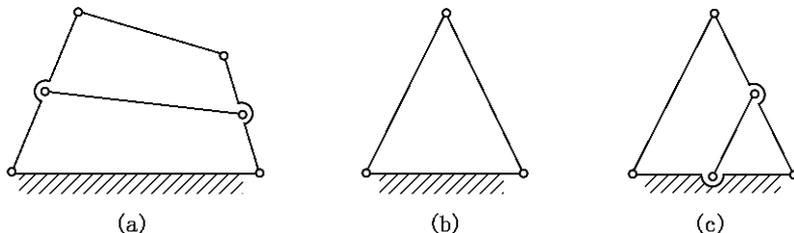


图 1-7 桁架

如图 1-8 所示的铰链五杆机构,若取构件 1 作为原动件,其自由度为:

$$F=3n-2P_L-P_H=3\times 4-2\times 5-0=2$$

当构件 1 处于图示位置时,构件 2、3、4 则可能处于实线位置,也可能处于虚线位置。显然,从动件的运动是不确定的,故也不能称其为机构。但如果机构具有两个原动件,即同时给定构件 1、4 的位置,则其余从动件的位置就唯一确定了(如图 1-8 所示的实线状态),此时,该系统可称为机构。

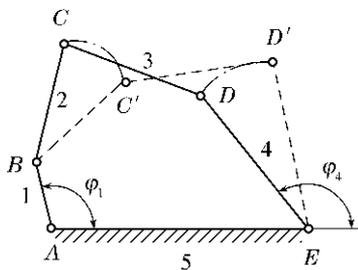


图 1-8 铰链五杆机构

综上所述,机构的自由度  $F$ 、原动件的数目与机构的运动特性有着密切的联系:

① 当机构的自由度  $F\leq 0$  时,机构蜕化成刚性桁架,构件之间没有相对运动。

② 当机构的自由度  $F>0$ ,原动件数小于机构的自由度时,机构内各构件之间没有确定的运动;原动件数大于机构的自由度时,机构的薄弱处可能遭到破坏。

由此可见,平面机构具有确定运动的条件是:机构的自由度  $F>0$ ,且等于原动件数。

在分析或设计新机构时,一般可以通过计算自由度来检验所作的运动简图是否满足具有确定运动的条件,以避免机构出现原理错误。如图 1-9(a)所示的构件组合体,

其自由度为:

$$F=3n-2P_L-P_H=3\times 3-2\times 4-1=0$$

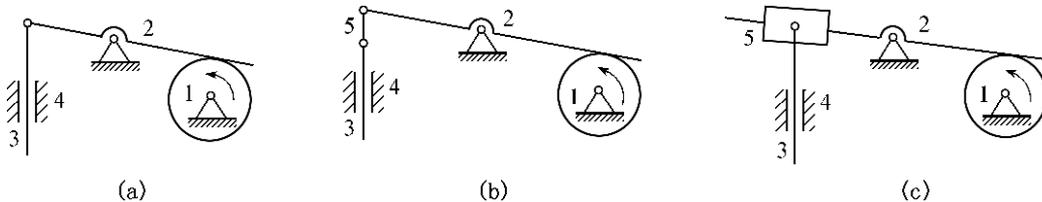


图 1-9 构件组合体及其改进措施

说明该组合体不是机构,从动件无法实现预期的运动。此时,可以通过增加活动构件数、减少运动副或将低副变为高副等方法,获得具有一定自由度的机构。

对该组合体的改进方案如图 1-9(b)和图 1-9(c)所示:前者通过增加一个杆件和一个转动副,后者通过增加一个滑块和一个移动副,经计算,改进后组合体的自由度为:

$$F=3n-2P_L-P_H=3\times 4-2\times 5-1=1$$

此时,该组合体机构具有确定运动的条件。

### 1.3.2 计算平面机构自由度时应注意的事项

#### 动画1-05



#### 复合铰链

#### 1. 复合铰链

当三个或三个以上构件在同一处用转动副联接时,就构成复合铰链,图 1-10(a)所示为三个构件汇交成的复合铰链,图 1-10(b)所示为其俯视图。由此可以看出,这三个构件共组成了两个转动副。以此类推,由  $K$  个构件汇交而成的复合铰链具有  $K-1$  个转动副。在计算平面机构自由度时,应注意识别复合铰链。在图 1-10(c)所示的直线机构中,  $A$ 、 $B$ 、 $D$ 、 $E$  四点均为由三个构件组成的复合铰链,每处应有两个转动副,因此,该机构的自由度为:

$$F=3n-2P_L-P_H=3\times 7-2\times 10-0=1$$

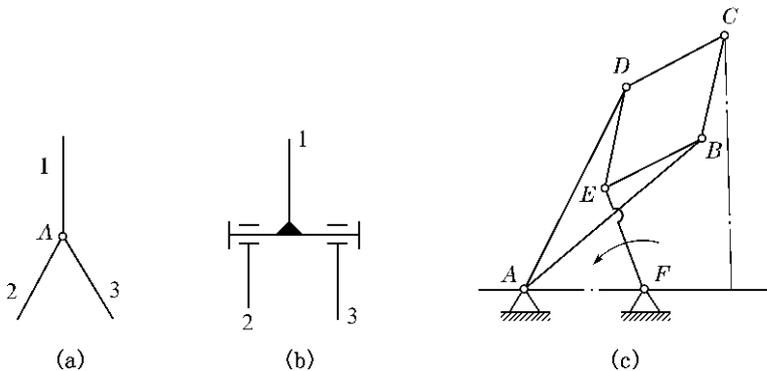


图 1-10 复合铰链

## 2. 局部自由度

机构中常出现一种与输出构件运动无关的独立运动称为局部自由度,在计算机构的自由度时,局部自由度应略去不计。如图 1-11(a)所示的凸轮机构中,滚子 3 绕本身的轴线转动,完全不影响从动件 2 的运动输出,因此,滚子 3 转动的自由度就属于局部自由度。在计算该机构的自由度时,应将滚子 3 与从动件 2 看成一个构件,如图 1-11(b)所示。此时,该机构的自由度为:

$$F=3n-2P_L-P_H=3\times 2-2\times 2-1=1$$

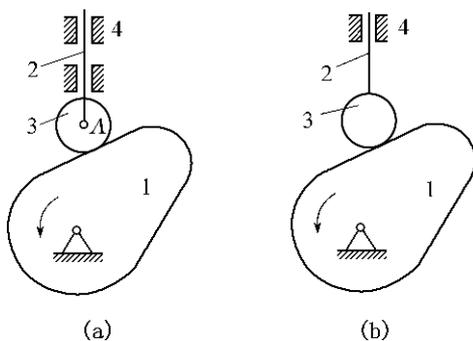


图 1-11 局部自由度

局部自由度虽不影响机构的运动关系,但可以将滑动摩擦变为滚动摩擦,从而减轻了由于高副接触而引起的摩擦和磨损。因此,在机械中常见具有局部自由度的结构,如滚动轴承、滚轮等。

## 3. 虚约束

机构的运动不仅与构件和运动副的类型和数量有关,还与转动副间的距离、导路的方向和位置、曲率中心位置等几何条件密切相关。但是,式(1-1)并没有考虑到这些几何条件的影响。在特定几何条件下,对机构自由度不起独立作用的重复约束称为虚约束,在计算机构自由度时应排除不计。

平面机构的虚约束主要出现于下列情况:

① 两构件同时在几处构成多个移动副,且各移动副的导路中心线重合或相互平行,则仅有一个移动副起到独立的约束作用,其余的移动副引入的约束为虚约束。如图 1-11(a)所示的凸轮机构中,从动件 2 与机架构成的两个移动副中,就有一个是虚约束。如图 1-12 所示的移动副 A、B 中,其中之一引入的也是虚约束。

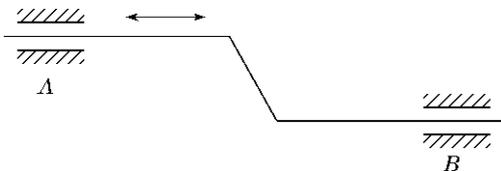


图 1-12 移动副引入的虚约束

动画1-06



滚子凸轮

此外,两构件同时在几处构成多个转动副,且各转动副的轴线重合,则仅有一个转动副起约束作用,其余的转动副引入的约束为虚约束。如图 1-13 所示的两个转动副中,其中之一引入的是虚约束。

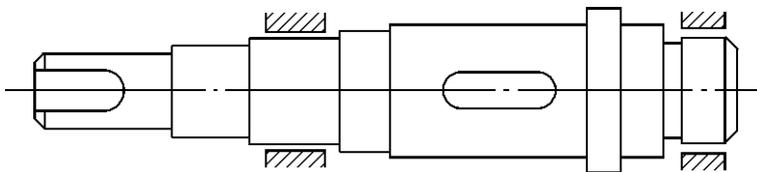


图 1-13 转动副引入的虚约束

② 当不同构件上两点间的距离保持不变时,若在两点之间增加一个构件和两个转动副,虽不改变机构的运动,但却引入一个虚约束。如图 1-14(b)所示的机构中,由于  $EF$  平行且等于  $AB$  及  $CD$ ,杆 5 上  $E$  点的轨迹与杆 3 上  $E$  点的轨迹完全重合,因此,由  $EF$  杆与杆 3 联接点上产生的约束为虚约束。计算时,应排除不计,如图 1-14(a)所示。此时,该机构的自由度为  $F=3n-2P_L-P_H=3\times 3-2\times 4-0=1$ 。若不满足上述的几何条件, $EF$  杆带入的约束则为有效约束,如图 1-14(c)所示。此时机构的自由度为  $F=3n-2P_L-P_H=3\times 4-2\times 6-0=0$ ,机构无法产生运动。

动画1-07



虚约束——  
机车联动

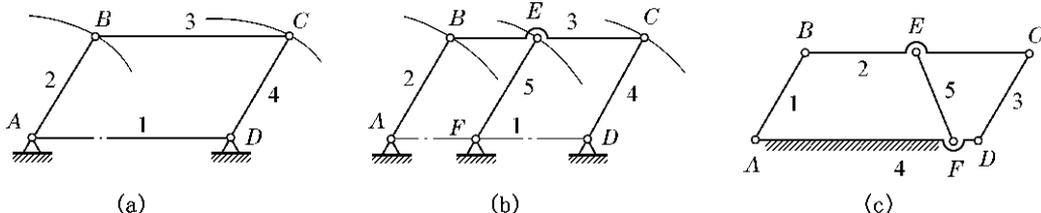


图 1-14 平行四边形机构中的虚约束

与此相仿,当构件上某点的运动轨迹为一条直线,若在该点铰接一个滑块并使其导路与该直线重合,虽不改变该机构的运动,却引入了一个虚约束。如图 1-15 所示的椭圆仪,  $B$  是连杆 2 的中点,滑块 3 的  $C$  点(或滑块 4 的  $D$  点)与连杆 2 的  $C$  点(或  $D$  点)的轨迹是重合的,因此,两个滑块中只有一个起独立的约束作用,另一个形成虚约束。

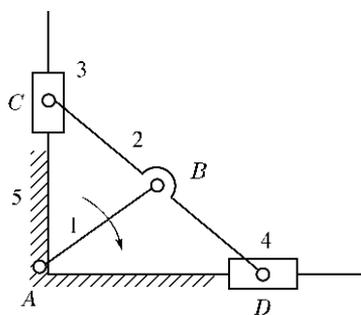


图 1-15 椭圆仪机构中的虚约束

动画1-08



虚约束——  
椭圆仪

③ 两构件间形成多处接触点公法线重合的高副时,如图 1-16 所示的等径凸轮,只考虑一处高副,其余为虚约束。

④ 在原动件和从动件之间用多组完全相同的运动链来传递运动时,只有一组起独立的约束作用,其余各组引入的约束为虚约束。如图 1-17 所示的行星轮机构中,为了受力均衡而采用三个行星轮对称分布,实际上只需一个行星轮即可满足机构的运动要求。此时,每增加一个行星轮(包含两个高副和一个低副),便引入了一组虚约束。

动画1-09



虚约束——行星齿轮

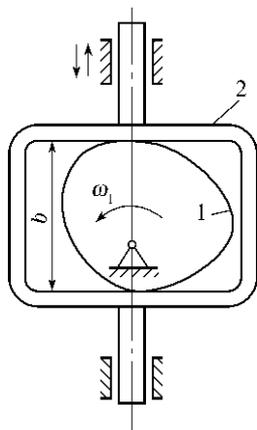


图 1-16 等径凸轮中的虚约束

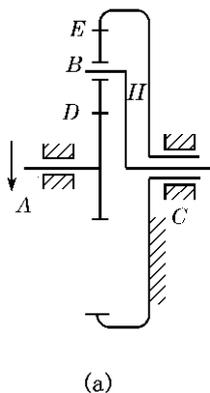
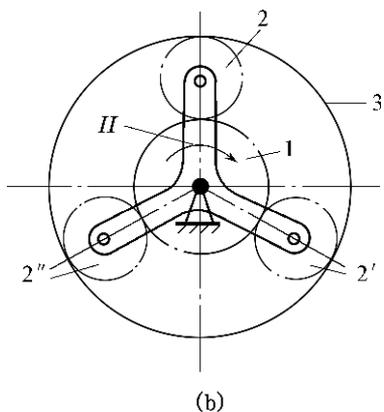


图 1-17 行星轮机构中的虚约束



虚约束虽然不影响机构的运动,但却可以增加构件的刚性,改善机构的受力状况,因而在机构设计中被广泛采用。需要注意的是:只有满足特定的几何条件,才能构成虚约束;反之,虚约束就会成为实际的约束,使机构失去运动的可能。因此,在采用虚约束的机构中,对其制造和安装精度都有十分严格的要求。

**【例 1-2】** 请计算如图 1-18(a)所示筛料机构的自由度,并判断该机构是否具有确定的运动。

**解** (1) 机构分析:① 机构中的滚子是一个局部自由度,可看成是如图 1-18(b)所示的结构;② 从动件与机架间在 E 和 E' 处构成两个移动副,且其导路重合,所以其中之一是虚约束;③ BC、CD 和 CG 共三个构件在 C 处用转动副联接,所以此处为复合铰链,有两个转动副(如图 1-18(b)标记所示)。

(2) 自由度计算:去除局部自由度和虚约束,按图 1-18(b)所示机构计算自由度,机构中  $n=7, P_L=9, P_H=1$ , 其自由度为:

$$F=3n-2P_L-P_H=3\times 7-2\times 9-1=2$$

(3) 判断该机构是否具有确定的运动:由于筛料机构共有两个原动件(AB 杆和凸轮),此时,机构的自由度大于零且等于原动件数,所以该机构具有确定的运动。

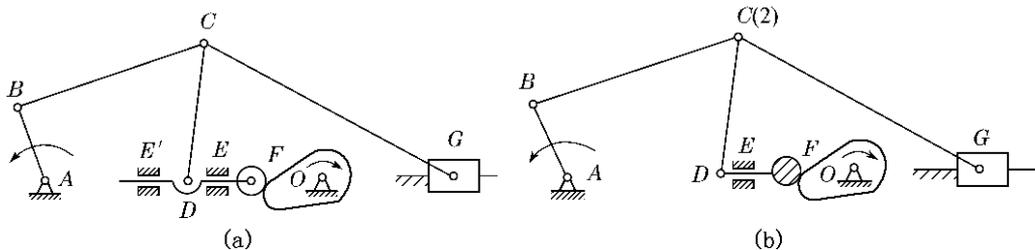


图 1-18 【例 1-2】附图

## 1.4 平面机构的组成

### 1.4.1 平面机构的高副低代

为了研究平面高副与平面低副的内在联系,使平面低副机构的运动分析适用于所有的平面机构,有必要探讨把平面机构中的高副根据一定的条件,用虚拟的低副来等效地替代,这种方法称为**高副低代**。高副低代必须满足两个条件:替代前后平面机构的自由度完全相同;替代前后平面机构的瞬时速度和瞬时加速度完全相同。

根据高副元素的具体情况,主要采取下列三种方式进行高副低代。

#### 1. 若高副两元素均为曲线

如图 1-19(a)所示,构件 1 和构件 2 是分别绕 A 点和 B 点回转的两个圆盘,其圆盘的几何中心分别是  $K_1$  和  $K_2$ ,它们在接触点 C 处构成高副。当机构运动时,距离  $AK_1$ 、 $K_1K_2$  和  $K_2B$  均保持不变,因此此机构可全部由低副组成的平面四杆机构  $AK_1K_2B$  来替代,如图 1-19(a)中虚线所示。此时,平面机构中的高副 C 可以被构件 4 和位于 A、B 的两个低副替代。

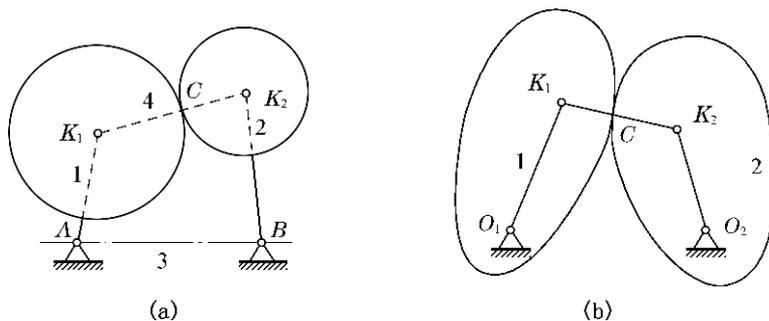


图 1-19 高副两元素均为曲线时的高副低代

这种高副低代的方法可以推广至任意曲线轮廓的高副机构,如图 1-19(b)所示,可以通过接触点 C 作两任意曲线的公法线,并在公法线上找到这两个轮廓曲线在接触点处的曲率中心  $K_1$  和  $K_2$ ,再用两个转动副  $K_1$  和  $K_2$ ,将构件  $K_1K_2$  与构件 1 和构件 2 分别相联,便可得到它的替代机构  $O_1K_1K_2O_2$ ,如图 1-19(b)中的实线所示。由图 1-19(b)可知:由于轮廓各处的曲率中心位置是不同的,当机构运动时,随着接触点的改变, $K_1$  和  $K_2$  相对于构件 1 和构件 2 的位置发生了相应的变化, $K_1$  和  $K_2$  之间的距离也随之发生变化。因此,对于一般平面高副机构,在不同的位置上有不同的**瞬时替代机构**。

#### 2. 若高副两元素之一为直线

如图 1-20(a)所示,若两接触轮廓之一是直线时,那么因直线的曲率中心趋于无穷远,所以该转动副演化成移动副,其替代机构如图 1-20(b)所示。

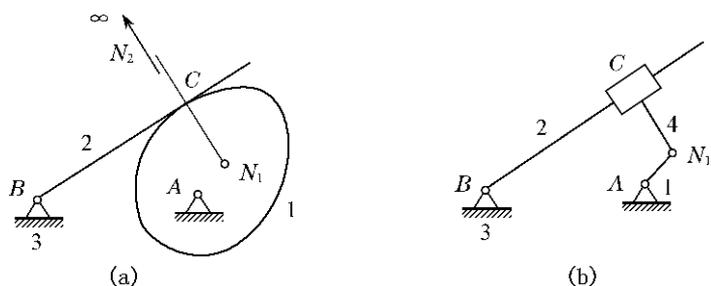


图 1-20 若高副两元素之一为直线时的高副低代

### 3. 若高副两元素之一为点

若两接触轮廓之一为点,那么因为点的曲率半径等于零,所以曲率中心与该点重合,其替代机构如图 1-21(b)所示。

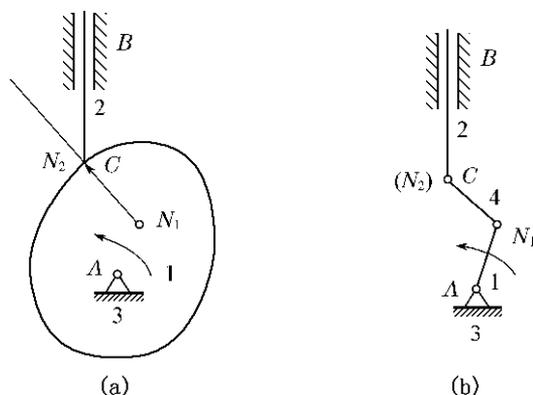


图 1-21 若高副两元素之一为点时的高副低代

综上所述,由于每个平面高副具有一个约束,两个平面低副和一个构件也具有一个约束,高副低代前后由式(1-1)求得的机构自由度完全相同。由此,在对高副机构进行分析时,可根据高副低代的方法,先将高副机构转化为低副机构,然后再进行机构的结构、运动及受力分析。

#### 1.4.2 平面机构组成原理

任何一个机构都包含机架、原动件和若干从动件,由于每个原动件只有一个自由度,当机构中所有构件都具有确定的运动时,原动件数必与机构的自由度相等,由此可以得出:机构的从动件的自由度总数一定为零。我们可以把机构所有的从动件分解成若干个不可再拆的、自由度为零的运动链——**基本杆组**(简称杆组)。

假设全低副平面杆组由  $n$  个构件和  $P_L$  个平面低副组成,那么它们之间必然满足:

$$F = 3n - 2P_L = 0$$

或 
$$P_L = \frac{3}{2}n \quad (1-2)$$

由于构件数和运动副数必须是自然数,所以满足上述条件的最简单杆组为:  $n=2$ ,

$P_L=3$ ,这类杆组称为Ⅱ级杆组,其型式如图 1-22 所示。

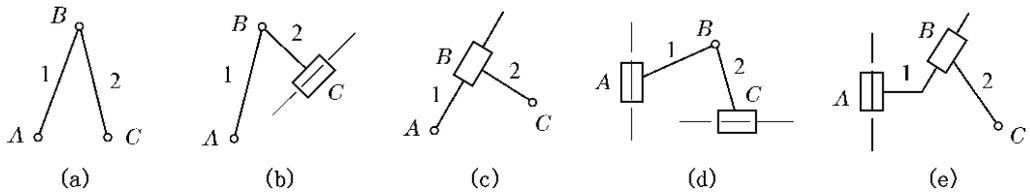


图 1-22 Ⅱ级杆组

满足式(1-2)且  $n=4, P_L=6$  的杆组有多种结构,统称为Ⅲ级杆组,其主要型式如图 1-23 所示。

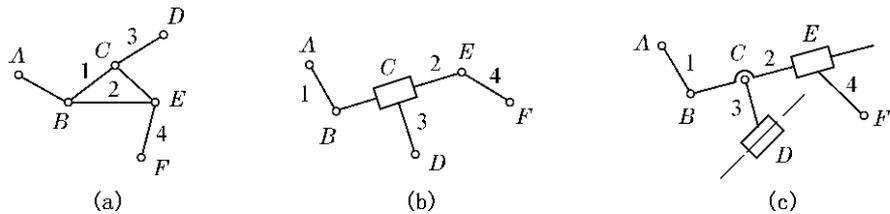


图 1-23 Ⅲ级杆组

$n \geq 6$  的Ⅳ级以上的杆组在机械中很少应用,本书不再讨论。

按照杆组的观点,任何机构都可以用零自由度的杆组依次与原动件和机架联接,如图 1-24 所示,将图 1-24(b)所示的Ⅱ级杆组并接到图 1-24(a)所示的原动件 1 和机架 4 上,便可以得到图 1-24(c)所示的四杆机构;再将图 1-24(d)所示的Ⅲ级杆组并接到Ⅱ级杆组和机架上,即可得到如图 1-24(e)所示的八杆机构。如此继续运用这种方法,就可以得到更为复杂的机构。

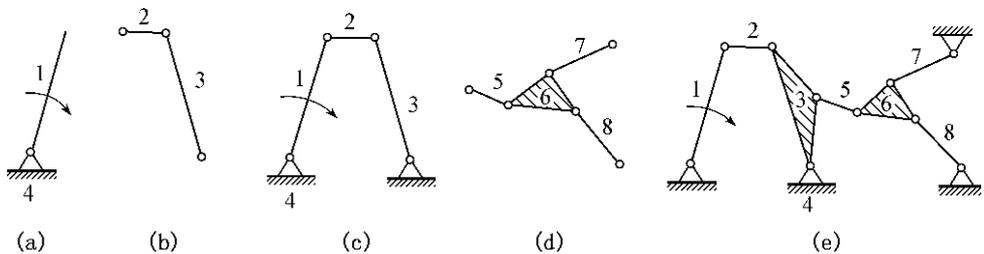


图 1-24 平面机构的组成原理

杆组的级别是由杆组的最高级别决定的,如图 1-24(e)所示的八杆机构,其所包含的最高级别为Ⅲ级,所以称为Ⅲ级机构。不包含杆组、只具有原动件和机架的机构称为Ⅰ级机构。

**平面机构组成原理**是:任何机构都可看作是由若干个杆组依次连接于原动件和机架而构成的,即自由度为  $F$  的机构是由  $F$  个原动件、一个自由度为零的机架和若干个自由度为零的杆组组成。

但要注意的是:在杆组并接时,不能将同一杆组的各个外接运动副联接于同一构件上,否则将起不到增加杆组的作用。

利用机构组成原理进行机构创新时,在满足相同工作要求的前提下,机构越简单、杆组的级别越低、构件数和运动副数越少越好。因为机构的级别越高,机构的运动和动力分析也越困难。

## 1.5 平面机构的结构分析

与上述由杆组扩展成机构的过程相反,机构的结构分析就是将已知机构分解为原动件、机架和若干杆组,并确定机构的级别。平面机构结构分析的步骤和要点是:

① 去除机构中的局部自由度和虚约束,将机构中的高副全部以低副替代,并用箭头对机构的原动件进行相应的标注。

② 从远离原动件的构件开始,先试拆Ⅱ级杆组,若不成,再拆Ⅲ级杆组。当分拆出一个杆组后,第二次拆杆组时,仍须从Ⅱ级杆组开始试拆。以此类推,直至剩下原动件和机架为止。

在此过程中,应注意杆组的增减不能改变机构的自由度,每一次拆杆组后,剩余的机构不允许残存只属于一个构件的运动副或只有一个运动副的构件(原动件除外),因为前者将导入虚约束,而后者则产生局部自由度。

③ 确定机构的级别。

**【例 1-3】** 请对图 1-25(a)所示的机构进行结构分析。

**解** (1) 将图 1-25(a)中的高副用转动副来替代,高副低代的过程及结果如图 1-25(b)和图 1-25(c)所示。

(2) 依次从远离原动件 1 的构件开始,按下列步骤分离杆组:

① 由机架 10 和复合铰链 E 拆下Ⅱ级杆组 8-9;

② 依次从剩余的机构中拆下Ⅱ级杆组 6-7、Ⅱ级杆组 4-5 和Ⅱ级杆组 11-3,只剩下原动件 1 和机架 A。

至此,分离杆组结束,该机构由机架 A、原动件 1 以及顺次加入的Ⅱ级杆组 11-3、4-5、6-7 和 8-9 组成,属于Ⅱ级机构。其各杆组和原动件的分解如图 1-25(d)所示。

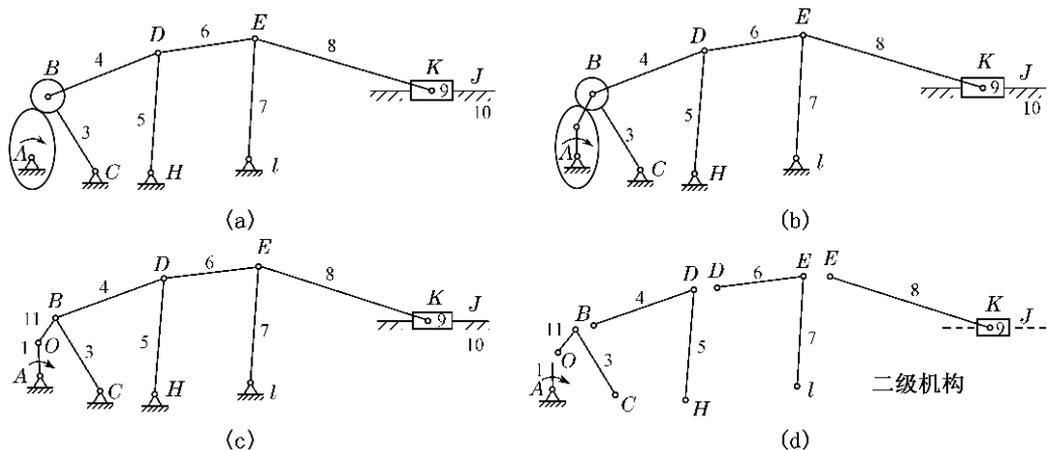


图 1-25 【例 1-3】附图

拓展知识

### 平面机构运动分析基础——速度瞬心法

在已知平面机构尺寸和原动件运动规律的情况下,有时需要确定机构中其他构件上某些点的轨迹、位移、速度及加速度,以及某些构件的角位移、角速度及角加速度。对于某些构件数目较少的平面机构,利用速度瞬心法求解,则较为简便。

如图 1-26 所示,当任一构件 2 相对于另一构件 1 做平面运动时,在任一瞬时,其相对运动都可以看作是绕某一重合点的转动,即两构件的瞬时等速重合点,该重合点称为**瞬时速度中心**,又称**速度瞬心**。若两构件之一是静止的,则其瞬心称为绝对速度瞬心;若两构件都是运动的,则其瞬心称为相对速度瞬心。构件  $i$  和构件  $j$  的相对速度瞬心一般用符号  $P_{ij}$  或  $P_{ji}$  来表示。

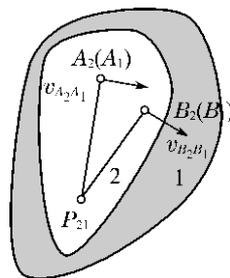


图 1-26 速度瞬心

由于发生相对运动的任意两构件之间只能有一个速度瞬心,所以根据排列组合的原理如果一个机构是由  $k$  个构件组成,那么其速度瞬心的总数  $N$  为:

$$N = \frac{k(k-1)}{2} \quad (1-3)$$

当两构件的相对运动已知时,速度瞬心的位置便可直接确定。如图 1-26 所示,已知重合点  $A_2$  和  $A_1$ 、 $B_2$  和  $B_1$  的相对速度  $v_{A_2A_1}$  和  $v_{B_2B_1}$  的方向,则两速度矢量的垂线的交点便是速度瞬心  $P_{12}$ 。

在机构中,通常采用以下两种方法来确定速度瞬心的位置:

**1. 直接观察法——适用于两构件通过运动副直接联接的场合**

- ① 当两构件用转动副联接时,瞬心位于转动副中心,如图 1-27(a)所示。
- ② 当两构件组成移动副时,瞬心位于导路的垂直方向的无穷远处,如图 1-27(b)所示。
- ③ 当两构件组成高副,且进行纯滚动时,瞬心位于接触点,如图 1-27(c)所示。
- ④ 当两构件组成滑动兼滚动的高副时,瞬心位于过接触点的公法线  $n-n$  上,如图 1-27(d)所示。只不过因为滑动兼滚动的数值未知,所以还不能确定它在公法线  $n-n$  上的哪一点。

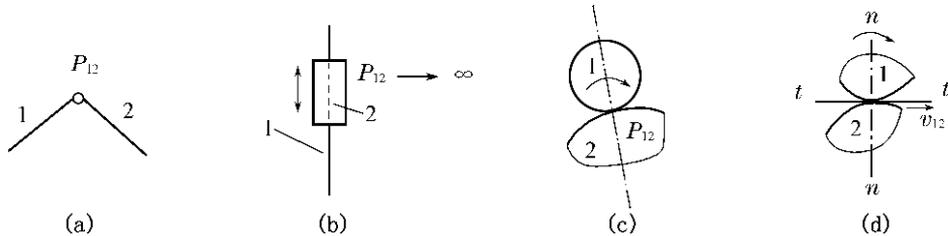


图 1-27 直接观察法确定速度瞬心

## 2. 三心定理法——适用于两构件不直接联接の場合

当不能直接根据速度瞬心的定义求各构件之间的瞬心时,可以采用三心定理法,即三个彼此做平面运动的构件共有三个速度瞬心,且它们位于同一条直线上。

该定理可运用反证法证明如下:

根据式(1-3),如图 1-28 所示的构件 1、构件 2 和构件 3 共有三个相对速度瞬心  $P_{12}$ 、 $P_{13}$ 、 $P_{23}$ 。假设  $P_{12}$  和  $P_{13}$  分别为构件 1 与构件 2 及构件 1 与构件 3 的相对速度瞬心。欲证明构件 2 与构件 3 之间的相对速度瞬心  $P_{23}$  应位于  $P_{12}$  和  $P_{13}$  的连线上。

如图 1-28 所示,假定相对速度瞬心  $P_{23}$  不在  $P_{12}$  和  $P_{13}$  的连线上,而是位于其他任一点  $S$  处,则根据相对速度瞬心的定义

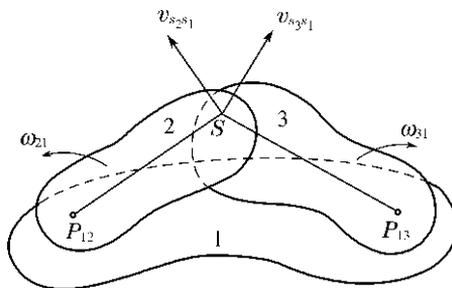


图 1-28 三心定理的证明

$$v_{S_2} = v_{S_3}$$

又假定构件 1 在  $S$  处的重合点为  $S_1$ , 则:

$$v_{S_2} = v_{S_1} + v_{S_2 S_1}, v_{S_3} = v_{S_1} + v_{S_3 S_1}$$

则:

$$v_{S_1} + v_{S_2 S_1} = v_{S_1} + v_{S_3 S_1}$$

即:

$$v_{S_2 S_1} = v_{S_3 S_1}$$

但是,由图 1-28 可见:  $v_{S_2 S_1} \perp \overline{P_{12} S}$ ,  $v_{S_3 S_1} \perp \overline{P_{13} S}$ ,

所以:

$$v_{S_2 S_1} \neq v_{S_3 S_1}$$

即:

$$v_{S_2} \neq v_{S_3}$$

由此,  $S$  不可能是构件 2 与构件 3 之间的相对速度瞬心。只有当它位于直线  $\overline{P_{12} P_{13}}$  上时,该两重合点的速度向量才可能相等,所以速度瞬心  $P_{23}$  必位于  $\overline{P_{12} P_{13}}$  的连线上。至于  $P_{23}$  在直线  $\overline{P_{12} P_{13}}$  上哪一点,只有当构件 2 和构件 3 的运动完全已知时才能确定。

**【例 1-4】** 求如图 1-29(a) 所示机构在图示位置时所有速度瞬心的位置。

解 (1) 计算该机构速度瞬心的数目:

$$N = \frac{k(k-1)}{2} = \frac{4 \times (4-1)}{2} = 6$$

(2) 根据“形成转动副的构件其速度瞬心位于转动副中心位置”的确定方法,可知  $A$ 、 $B$ 、 $C$  分别是速度瞬心  $P_{12}$ 、 $P_{23}$  和  $P_{14}$ 。

(3) 根据“形成移动副的构件其速度瞬心位于导路的垂直方向的无穷远处”的确定方法,可知  $P_{34}$  必在过  $B$  点作垂直于  $BC$  的直线的无穷远处。

(4) 根据三心定理,  $P_{24}$ 、 $P_{12}$ 、 $P_{14}$  应该在同一条直线上,且  $P_{24}$ 、 $P_{23}$ 、 $P_{34}$  也应该在同一条直线上,所以  $P_{24}$  必位于这两条直线的交点。

过  $B$  点作垂直  $BC$  的直线与  $CA$  延长线的交点就是  $P_{24}$ 。

(5) 同理,过  $C$  点作垂直  $BC$  的直线与  $AB$  延长线的交点就是  $P_{13}$ 。

所有的速度瞬心位置如图 1-29(b) 所示。

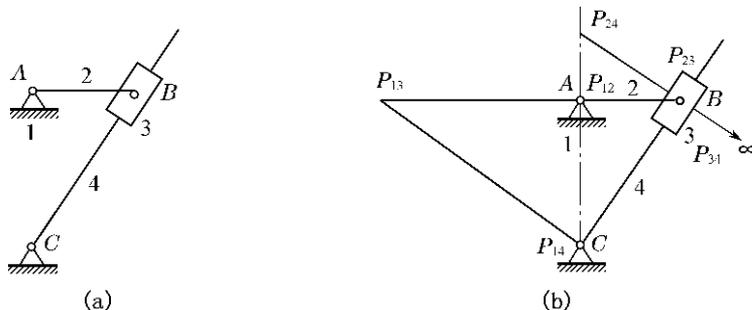


图 1-29 【例 1-4】附图



### 思考题

- 1-1 平面高副和平面低副有何区别?
- 1-2 计算机构的自由度时,应该注意哪些问题?
- 1-3 请说明平面机构高副低代时应满足的条件。
- 1-4 请简要叙述平面机构组成原理的内容及结构分析的要领。
- 1-5 如何确定机构中不相互直接联接的构件间的相对速度瞬心?
- 1-6 判断题
  - (1) 凡是两构件直接接触而又相互连接的,都叫运动副。
  - (2) 固定构件(机架)是机构不可缺少的组成部分。
  - (3) 机构的自由度数应小于原动件数,否则机构不能成立。
  - (4) 虚约束对运动不起独立限制作用。
  - (5) 平面低副机构中,每个转动副和移动副所引入的约束数目是相同的。
  - (6) 局部自由度与输出构件的运动无关。
- 1-7 选择题
  - (1) 两个构件直接接触而形成的\_\_\_\_\_,称为运动副。  
A. 可动联接      B. 联接      C. 接触
  - (2) 车轮在轨道上转动,车轮与轨道间构成\_\_\_\_\_。  
A. 转动副      B. 移动副      C. 高副
  - (3) 用简单的线条及规定的符号表示构件和运动副的图形称为\_\_\_\_\_。  
A. 机构运动简图      B. 机构示意图      C. 机构装配图
  - (4) 当机构的自由度小于原动件数目时,则\_\_\_\_\_。  
A. 机构中运动副及构件被破坏  
B. 机构运动不确定  
C. 机构具有确定运动
  - (5) 若复合铰链处有 4 个构件汇集在一起,则应有\_\_\_\_\_个转动副。  
A. 4      B. 3      C. 2

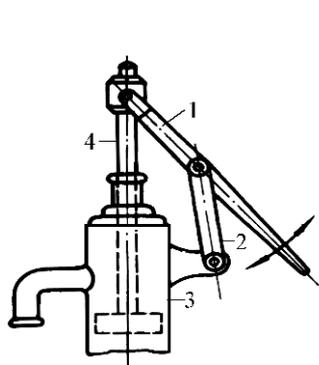
(6) 计算机构自由度时,若计入虚约束,则计算所得结果与机构的实际自由度数相比\_\_\_\_\_。

- A. 增多了
- B. 减少了
- C. 不变
- D. 可能增多也可能减少

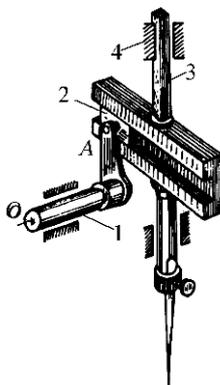


### 习 题

1-1 图示分别为抽水唧筒机构和缝纫机下针机构,试绘制其机构运动简图。



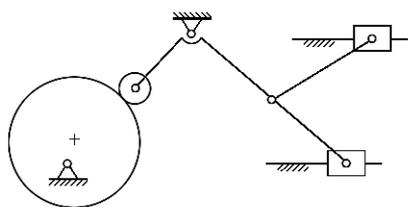
(a) 抽水唧筒机构



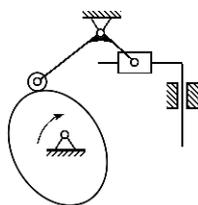
(b) 缝纫机下针机构

习题 1-1 附图

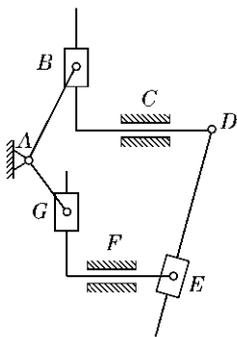
1-2 请指出图示机构运动简图中的复合铰链、局部自由度和虚约束(如有),并计算各机构的自由度。



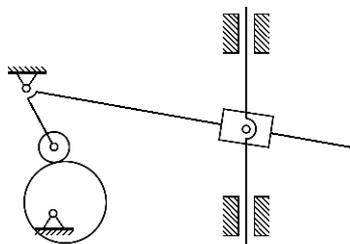
(a)



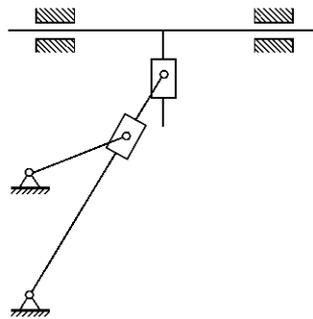
(b)



(c)



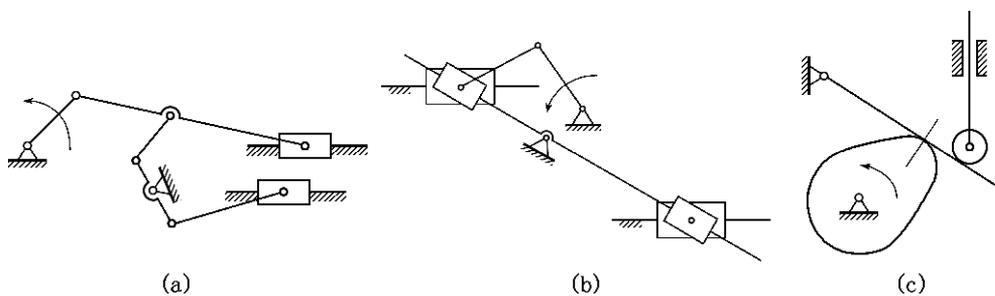
(d)



(e)

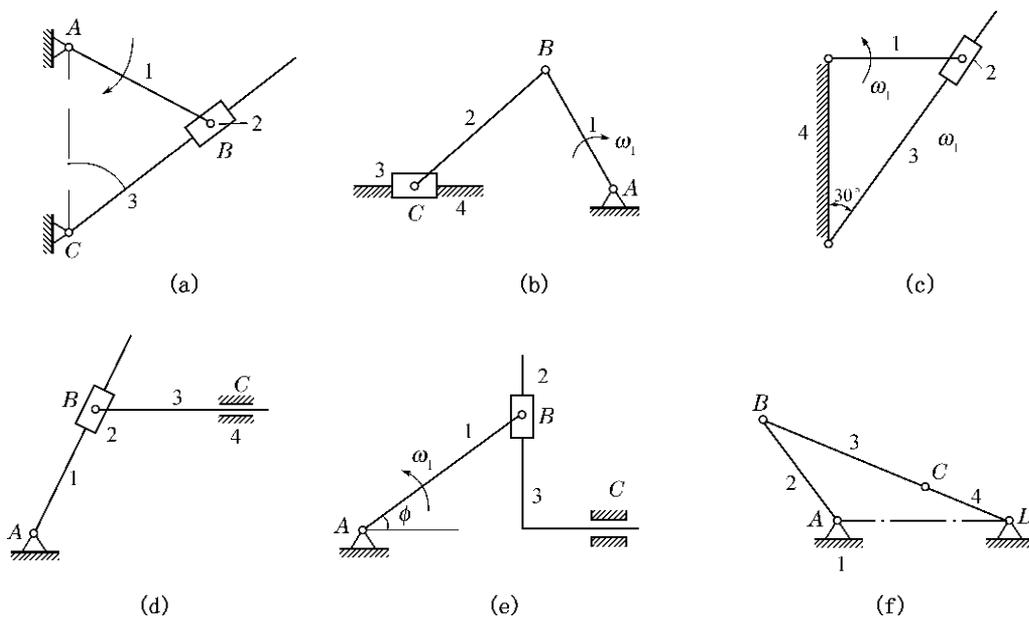
习题 1-2 附图

1-3 计算图示各平面机构的自由度, 将其中的高副(如有)化为低副; 确定机构所含杆级的数目, 并判定机构的级别(图中机构已用圆弧箭头对原动件进行了标记)。



习题 1-3 附图

1-4 求如图所示各机构在图示位置时所有速度瞬心的位置。



习题 1-4 附图

## 第 2 章

# 平面连杆机构及其设计



### 学习目标

理解平面四杆机构的基本型式、工作和受力特性；掌握平面四杆机构的基本设计方法。



### 单元概述

平面连杆机构是由若干刚性构件通过低副联接而成的平面机构，又称平面低副机构；铰链四杆机构由机架、连架杆和连杆组成，工作时常表现出急回和死点等运动特性；压力角和传动角直接影响其传力特性。本章的重点包括铰链四杆机构的基本形式、运动及传力特性等；难点是平面四杆机构最小传动角的确定，平面四杆机构的设计等。

平面连杆机构具有以下优点：由于低副机构均为面接触，传动时受到单位面积上的压力较小，承载能力强，耐冲击，便于润滑，所以磨损小，寿命长；构件的形状简单，制造方便，易获得较高的精度；两构件之间的接触由构件本身的几何封闭进行约束；平面连杆机构可实现转动、摆动、移动等多种运动轨迹的平面复杂运动。所以平面连杆机构广泛应用于各种机械和仪表中。

平面连杆机构具有以下缺点：在设计上只能近似实现给定的运动规律或轨迹，设计较复杂，且难以实现任意的运动规律；构件做往复运动和平面运动时产生的惯性力难以平衡，易产生动载荷，不适宜用于高速场合；由于连杆机构运动副之间有间隙，且运动必须经过中间构件进行传递，因此，当构件数目较多时，易产生较大的积累误差，同时也使机械效率降低。

平面机构常以其组成的构件数来命名，如由四个构件通过低副联接而成的机构称为四杆机构，而五杆或五杆以上的平面连杆机构称为多杆机构。四杆机构是平面连杆机构的基本形式，其他多杆机构则是在四杆机构的基础之上进行杆组的扩充，本章主要对平面四杆机构进行讨论。

## 2.1 平面四杆机构的基本形式

### 2.1.1 铰链四杆机构

#### 1. 铰链四杆机构的基本类型

构件间的运动副均为转动副联接的四杆机构称为铰链四杆机构,它是四杆机构最基本的型式。如图 2-1 所示,固定构件  $AD$  是机架;与机架组成转动副的构件  $AB$  杆和  $CD$  杆称为连架杆;与机架  $AD$  相对的构件  $BC$  称为连杆。能绕机架做  $360^\circ$  回转的连架杆称为曲柄,只能在小于  $360^\circ$  范围内摆动的连架杆称为摇杆。组成转动副的两构件做相对整周转动时,该转动副称为整转副,如图 2-1 中的转动副  $A$  和  $B$ ;组成转动副的两构件之间只能做相对摆动时,该转动副称为摆动副,如图 2-1 中的转动副  $C$  和  $D$ 。

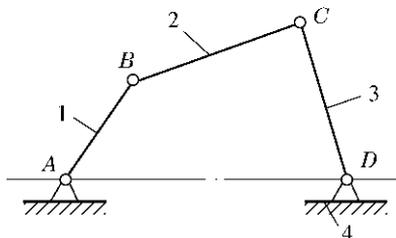


图 2-1 曲柄摇杆机构

铰链四杆机构根据两连架杆的运动形式不同,分为曲柄摇杆机构、双曲柄机构和双摇杆机构。如图 2-2(a)所示,构件  $AD$  为机架,连架杆为  $AB$  和  $CD$ ,连架杆  $AB$  与机架  $AD$  通过整转副  $A$  联接、做  $360^\circ$  整周转动, $AB$  为曲柄;连架杆  $CD$  与机架  $AD$  通过摆动副  $D$  联接、做小于  $360^\circ$  的摆动运动, $CD$  为摇杆,铰链四杆机构  $ABCD$  为曲柄摇杆机构。如图 2-2(b)所示,连架杆  $AB$  和连架杆  $CD$  分别与机架  $AD$  做小于  $360^\circ$  的摆动运动, $AB$  与  $CD$  均为摇杆,此时铰链四杆机构  $ABCD$  为双摇杆机构。如图 2-2(c)所示,连架杆  $AB$  和连架杆  $CD$  分别与机架  $AD$  做  $360^\circ$  的整周转动, $AB$  与  $CD$  均为曲柄,此时铰链四杆机构  $ABCD$  为双曲柄机构。

#### 2. 铰链四杆机构存在曲柄的条件

铰链四杆机构存在曲柄的首要条件是“杆长之和条件”,即最长杆与最短杆的长度之和小于或等于其余两杆长度之和。

当满足“杆长之和条件”时,最短杆所联接的两个转动副均为整转副,另外两个转动副为摆动副,以图 2-2(a)所示曲柄摇杆机构为例,此时杆 1 为最短杆,杆 1 所联接的两个转动副  $A$  与  $B$  是整转副,其余两个转动副  $C$ 、 $D$  为摆动副。当最短杆 1 为机架时,连架杆 2 和 4 均为曲柄,此时铰链四杆机构为双曲柄机构;当杆 3 为机架时,杆 3 所联接的转动副  $C$ 、 $D$  为摆动副,连架杆 2 和 4 均为摇杆,此时铰链四杆机构为双摇杆机构;当

#### 微课 2-1



认识铰链  
四杆机构

#### 动画 2-01



曲柄摇杆机构

#### 动画 2-02



双曲柄机构

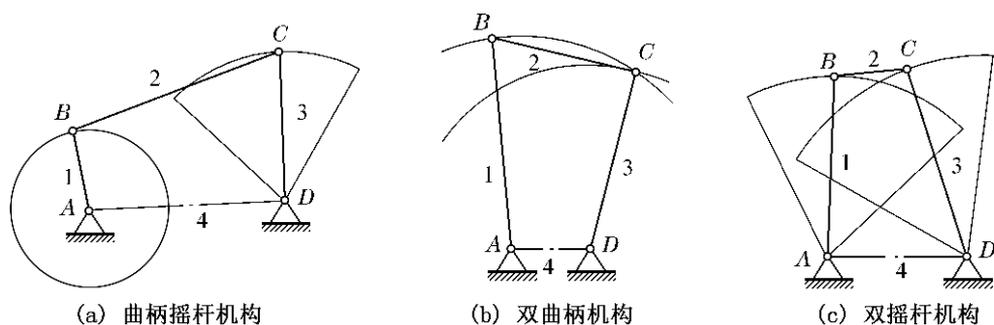


图 2-2 铰链四杆机构的三种基本型式

杆 2 为机架时,杆 2 所联接的转动副  $B$  为整转副、 $C$  为摆动副,连架杆 1 为曲柄,连架杆 3 为摇杆,此时铰链四杆机构为曲柄摇杆机构;当杆 4 为机架时,杆 4 所联接的转动副  $A$  为整转副、 $D$  为摆动副,连架杆 1 为曲柄,连架杆 3 为摇杆,此时铰链四杆机构为曲柄摇杆机构。

上述分析可以归纳为:当满足“杆长之和条件”时,若最短杆为机架,可得到双曲柄机构;若最短杆的相邻杆为机架,可得到曲柄摇杆机构;若最短杆的相对杆为机架,可得到双摇杆机构。

若不满足“杆长之和条件”,铰链四杆机构的四个转动副均为摆动副,此时任一构件为机架,该铰链四杆机构都为双摇杆机构。

如果铰链四杆机构中有两个构件长度相等且均为最短,若其余两个构件长度不相等,则不存在整转副;若另两个构件长度也相等,则当两最短构件相邻时,有三个整转副,当两个最短构件相对时,有四个整转副。

## 2.1.2 含一个移动副的四杆机构

### 1. 含一个移动副的四杆机构的基本类型

在图 2-3(a)所示的曲柄摇杆机构中,构件 1 为曲柄,构件 3 为摇杆, $C$  点的轨迹为以  $D$  为圆心、杆长  $CD$  为半径的圆弧。先做一同样轨迹的圆弧槽,并将摇杆 3 做成弧形滑块置于槽中滑动,如图 2-3(b)所示。这时,弧形滑块在圆弧槽中的运动完全等同于转动副  $C$  的运动轨迹,圆弧槽的圆心为摇杆 3 的摆动中心  $D$ ,半径为摇杆 3 的长度  $CD$ 。将圆弧槽的半径增加至无穷大,其圆心  $D$  移至无穷远处,则圆弧槽变成直槽,置于其中的滑块 3 做往复直线运动,从而将转动副  $D$  演化为移动副,曲柄摇杆机构演化为含一个移动副的四杆机构,此时连架杆  $AB$  是做整周转动的曲柄,连架杆  $CD$  演化为在机架上做移动的滑块,此机构称为**曲柄滑块机构**,如图 2-3(c)所示,其中  $e$  为曲柄转动中心  $A$  至经过  $C$  点直槽中心线的距离,称为**偏距**。当  $e \neq 0$  时,称为**偏置曲柄滑块机构**;当  $e = 0$  时,称为**对心曲柄滑块机构**,如图 2-3(d)所示。曲柄滑块机构在锻压机、空压机、内燃机及各种冲压机器中得到广泛应用。

动画2-03



曲柄滑块机构演化

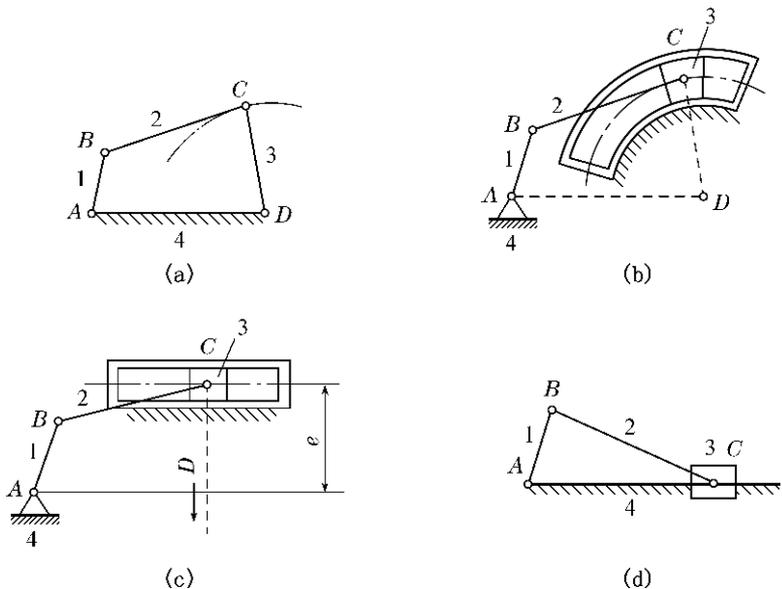


图 2-3 曲柄摇杆机构向曲柄滑块机构的演化

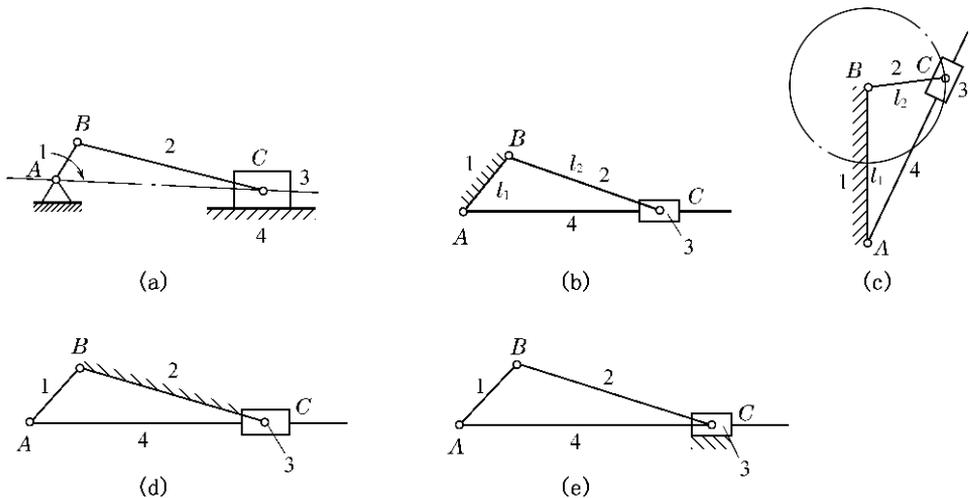


图 2-4 含一个移动副的四杆机构的基本类型

在图 2-4(a)所示曲柄滑块机构中,曲柄 1 两端的转动副 A 与 B 都是整转副;当杆 1 为机架,连架杆 2 以 B 点为转动中心做整周转动,滑块 3 在连架杆 4 上来回移动,连架杆 4 此时为导杆,导杆以铰链中心 A 为圆心,做转动或摆动运动。连架杆中至少有一个构件为导杆的平面四杆机构称为导杆机构,当杆  $l_1 < l_2$  时,为转动导杆机构,如图 2-4(b)所示;当杆  $l_1 > l_2$  时,为摆动导杆机构,如图 2-4(c)所示。

动画2-04



摆动导杆机构

当杆 2 为机架时,连架杆 1 与机架 2 在 B 点组成转动副, B 点转动副为整转副,连架杆 1 为曲柄;另一连架杆为滑块 3,滑块 3 与机架 2 在 C 点组成转动副。此时机构为曲柄摇块机构,如图 2-4(d)所示。当滑块 3 为机架时,机构为移动导杆机构,如图 2-4(e)所示。

## 2. 曲柄滑块机构存在曲柄的条件

如图 2-5 所示, 连架杆  $AB$  长为  $a$ , 连杆  $BC$  长为  $b$ , 偏距为  $e$ 。

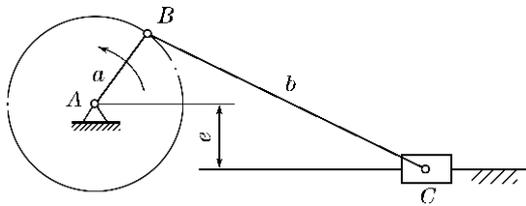


图 2-5 偏置曲柄滑块机构

当  $b-a \geq e$  时, 转动副  $A$  与  $B$  为整转副。  $AB$  杆与机架在整转副  $A$  点联接, 连架杆  $AB$  为曲柄, 该机构为偏置曲柄滑块机构; 当  $e=0$  时,  $b-a \geq 0$ , 可得到对心曲柄滑块机构。

由此, 可以总结归纳出偏置曲柄滑块机构具有曲柄的条件: ① 最短杆长度 + 偏距  $\leq$  连杆长度; ② 连架杆为最短杆。

对心曲柄滑块机构具有曲柄的条件为: ① 最短杆长度  $\leq$  连杆长度; ② 连架杆为最短杆。

## 2.2 平面四杆机构的急回特性

对于曲柄摇杆机构, 如图 2-6 所示, 曲柄为原动件, 做顺时针匀速定轴转动, 摇杆相对于机架做往复摆动运动, 曲柄 1 与连杆 2 重叠共线的  $AB_1$  和拉直共线的  $AB_2$  分别对应从动件的两个极限位置  $C_1D$  和  $C_2D$ , 当摇杆从  $C_1D$  摆动到  $C_2D$  时, 曲柄从  $AB_1$  顺时针转动到  $AB_2$ , 转动角度为  $\alpha_1$ , 即  $180^\circ + \theta$ , 摇杆从  $C_1D$  摆动到  $C_2D$  为工作行程; 当摇杆从  $C_2D$  摆动到  $C_1D$  时, 曲柄从  $AB_2$  顺时针转动到  $AB_1$ , 转动角度为  $\alpha_2$ , 即  $180^\circ - \theta$ , 摇杆从  $C_2D$  摆动到  $C_1D$  为空回行程。可见, 摇杆左右摆动行程相同, 但曲柄转动角度不同, 即摇杆工作行程与空回行程所需时间不同, 平均速度不同, 这种现象称为机构的急回特性。

为了表示急回运动的程度, 可用行程速比系数  $K$  来衡量。行程速比系数  $K$  为四杆机构从动件  $CD$  空回行程平均速度与工作行程平均速度的比值; 摇杆处于两个极限位置  $C_1D$  和  $C_2D$  时, 曲柄与连杆共线的两个位置所夹的角  $\theta$  与从动件摇杆对应的极限位置有关, 故机构的急回特性也可用  $\theta$  表征,  $\theta$  称为极位夹角。  $\theta$  角越大,  $K$  越大, 机构的急回性质越显著。

$$K = \frac{\text{从动件空回行程平均速度}}{\text{从动件工作行程平均速度}} = \frac{C_1C_2/t_2}{C_2C_1/t_1} = \frac{t_1}{t_2} = \frac{180^\circ + \theta}{180^\circ - \theta} \quad (2-1)$$

$$\text{或} \quad \theta = 180^\circ \frac{K-1}{K+1} \quad (2-2)$$

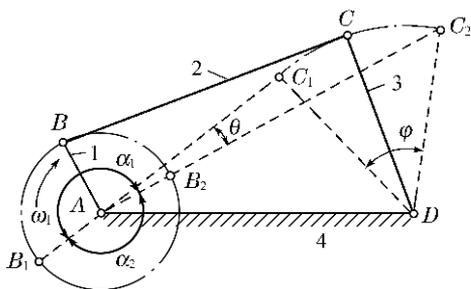


图 2-6 具有急回特性的铰链四杆机构

从动件  $CD$  工作行程与空回行程,即慢行程与快行程,其方向不仅与曲柄的转动方向有关,还与机构尺寸有关。

(1)  $K > 1 (\theta > 0^\circ)$ ,  $A, D$  位于  $C_1, C_2$  两点连线的同侧, 构件尺寸关系为  $a^2 + d^2 < b^2 + c^2$ , 则摇杆慢行程摆动方向与曲柄转向相同, 如图 2-7(a) 所示。

(2)  $K < 1 (\theta < 0^\circ)$ ,  $A, D$  位于  $C_1, C_2$  两点连线的异侧, 构件尺寸关系为  $a^2 + d^2 > b^2 + c^2$ , 则摇杆慢行程摆动方向与曲柄转向相反, 如图 2-7(b) 所示。

(3)  $K = 1 (\theta = 0^\circ)$ ,  $A, C_1, C_2$  三点共线, 构件尺寸关系为  $a^2 + d^2 = b^2 + c^2$ , 则摇杆无急回特性, 如图 2-7(c) 所示。

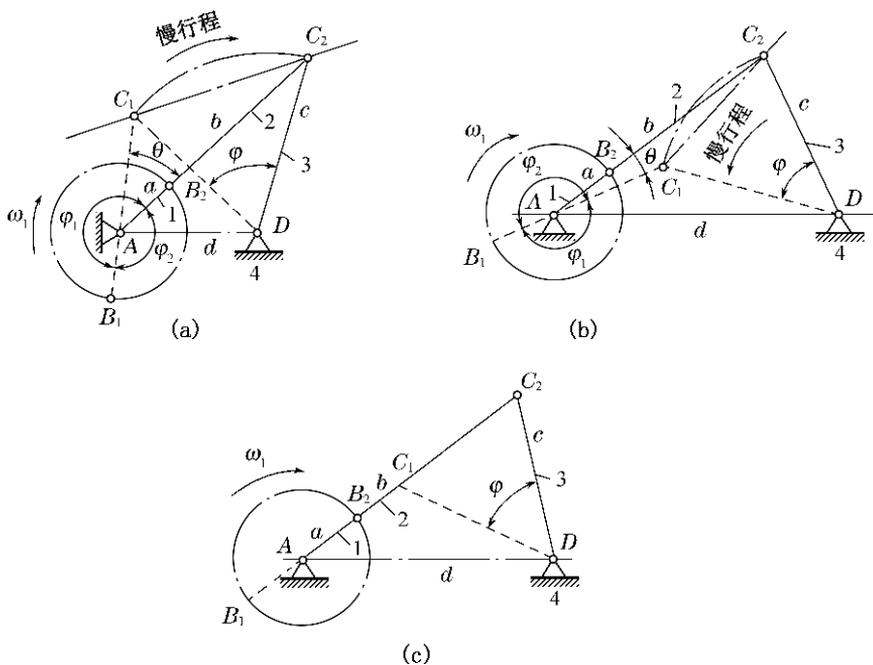


图 2-7 铰链四杆机构的不同型式

如图 2-8 所示, 曲柄  $AB$  沿顺时针方向匀速转动, 滑块左右极限为  $C_1$  与  $C_2$ , 此时曲柄对应位置为  $AB_1$  与  $AB_2$ 。  $AB_1$  与  $AB_2$  所夹角即为极位夹角  $\theta$ 。 如图 2-9 所示, 对心曲柄滑块机构曲柄  $AB$  顺时针匀速转动, 滑块处于左右极限为  $C_1$  与  $C_2$  时, 曲柄  $AB_1$  与  $AB_2$  共线, 此时  $\theta = 0^\circ$ ,  $K = 1$ , 机构无急回特性。

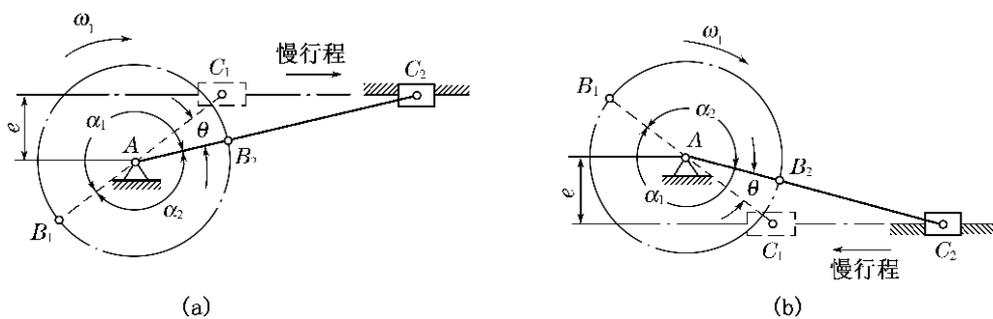


图 2-8 偏置曲柄滑块机构

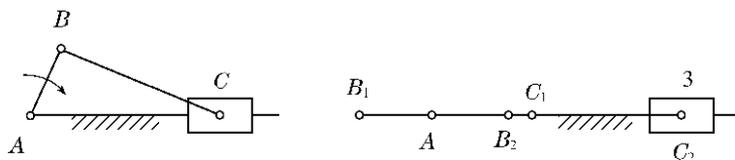


图 2-9 对心曲柄滑块机构

摆动导杆机构如图 2-10 所示,导杆左右极限位置对应曲柄  $AB_1$  与  $AB_2$ ,此时曲柄两位置所夹锐角即为极位夹角  $\theta$ ,同时极位夹角  $\theta =$  导杆摆角  $\varphi$ ,摆动导杆机构导杆慢行程方向与曲柄转动方向一致。

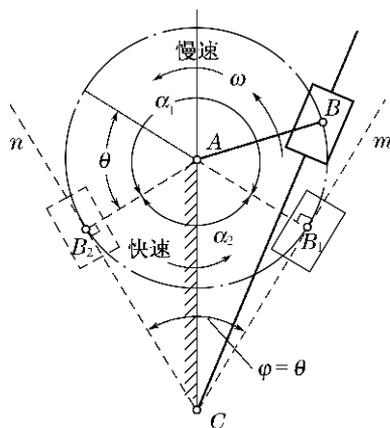


图 2-10 摆动导杆机构

## 2.3 平面四杆机构的受力特性

### 2.3.1 压力角与传动角

如图 2-11 所示,铰链四杆机构中,如果不计惯性力、重力、摩擦力,则连杆  $BC$  是二力构件,由主动件  $AB$  经过连杆  $BC$  作用在从动件  $CD$  上的驱动力  $F$  的方向将沿着

连杆 2 的中心线 BC。力 F 可分解为两个分力：沿着受力点 C 的速度  $v_c$  方向的分力  $F_t$  和垂直于  $v_c$  方向的分力  $F_n$ 。设力 F 与受力点的速度  $v_c$  方向之间所夹的锐角为  $\alpha$ ，则：

$$\begin{cases} F_t = F \cos \alpha \\ F_n = F \sin \alpha \end{cases} \quad (2-3)$$

其中，沿  $v_c$  方向的分力  $F_t$  是使从动件转动的有效分力，对从动件产生有效回转力矩，而  $F_n$  则是增加了转动副 D 中的径向压力。由上式可知： $\alpha$  越大，径向压力  $F_n$  也越大，故称角  $\alpha$  为压力角。压力角的余角称为传动角，用  $\gamma$  表示， $\gamma = 90^\circ - \alpha$ 。显然，传动角  $\gamma$  越大，压力角  $\alpha$  越小，则有效分力  $F_t$  越大，径向压力  $F_n$  越小，对机构的传动越有利。因此，在连杆机构中，常用传动角的大小及其变化情况来衡量机构传力质量的优劣和力的有效利用程度。

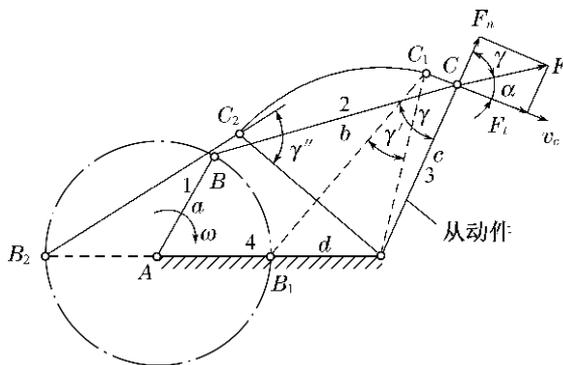


图 2-11 铰链四杆机构的压力角与传动角

机构的压力角与传动角不仅与机构中主、从动件的选取有关，还随构件尺寸和机构所处位置的不同而变化。为了保证机构具有良好的传力性能，对于一般工程机械，通常取  $\gamma_{\min} = 40^\circ \sim 50^\circ$ ；对于颚式破碎机、冲床等大功率机械，最小传动角应该取大一些， $\gamma_{\min} \geq 50^\circ$ ；对于小功率的控制机构和仪表， $\gamma_{\min}$  可略小于  $40^\circ$ 。因此，必须确定  $\gamma = \gamma_{\min}$  时机构的位置并检验  $\gamma_{\min}$  的值是否小于最小允许值。

在铰链四杆机构中，当连杆 BC 与摇杆 CD 之间的内夹角  $\delta$  为锐角时，则角  $\delta$  与传动角  $\gamma$  相等（如图 2-12(a)）；若  $\delta$  为钝角，则角  $\delta$  的补角等于传动角  $\gamma$ ，即  $\gamma = 180^\circ - \delta$ （如图 2-12(b)）。可见，当曲柄 AB 转到与机架 AD 重叠共线和展开共线两位置  $AB_1$ 、 $AB_2$  时，传动角将出现极值  $\gamma'$  和  $\gamma''$ ，如图 2-11 所示。

$$\text{这两个值的大小为：} \gamma' = \arccos \frac{b^2 + c^2 - (d-a)^2}{2bc}, \gamma'' = 180^\circ - \arccos \frac{b^2 + c^2 - (d+a)^2}{2bc}$$

比较这两个位置时的传动角，可求得最小传动角，即  $\gamma_{\min} = \min(\gamma', \gamma'')$ 。

对于偏置曲柄滑块机构，当主动件为曲柄 AB 时，压力角为滑块 C 点的速度方向与连杆 BC 作用于滑块 C 点的力的作用线之间所夹的锐角  $\alpha$ 。

最小传动角出现在曲柄  $AB_1$  与机架垂直的位置，如图 2-13 所示，即最小传动角为：

$$\gamma_{\min} = 90^\circ - \alpha_{\max} = \arccos \frac{a+e}{b}$$

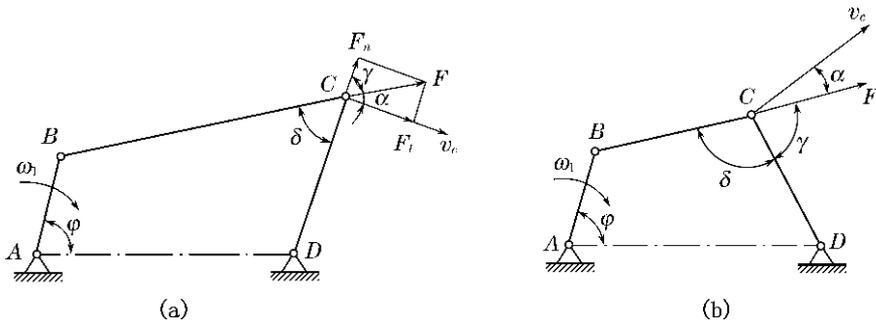


图 2-12 铰链四杆机构的传动角

图 2-14 所示的导杆机构, 由于在任何位置时主动曲柄  $AB$  通过滑块传给从动导杆  $BC$  的力的方向, 与从动导杆  $BC$  受力点的速度方向一致, 所以压力角  $\alpha$  与传动角始终不变, 压力角  $\alpha=0^\circ$ , 传动角  $\gamma=90^\circ$ 。

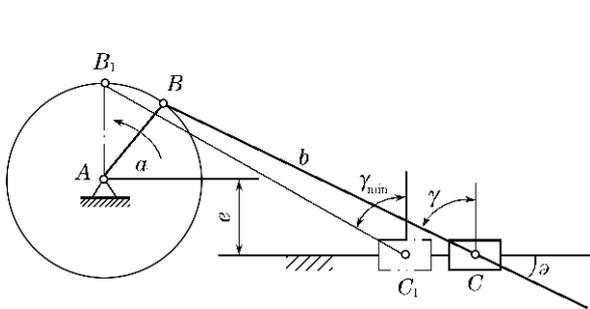


图 2-13 偏置曲柄滑块机构的最小传动角

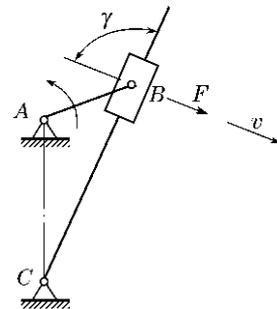


图 2-14 摆动导杆机构的传动角

### 2.3.2 死点

在曲柄摇杆机构中, 若摇杆  $CD$  为主动件, 则当连杆  $BC$  与曲柄  $AB$  在一条直线上时, 会出现传动角  $\gamma=0^\circ$  的情况。主动件  $CD$  通过连杆  $BC$  作用于从动件  $AB$  上的力通过其回转中心  $A$ , 这时不论连杆  $BC$  对曲柄  $AB$  的作用力有多大, 都不能使其转动, 机构的这种位置称为死点, 如图 2-15 所示。机构在死点位置, 会出现从动件转向不定或者卡死不动的现象。曲柄滑块机构中, 以滑块为主动件、曲柄为从动件时, 连杆与曲柄共线位置即是曲柄滑块机构死点位置。摆动导杆机构中, 导杆为主动件、曲柄为从动件时, 死点位置是导杆与曲柄垂直的位置。

死点位置对于传力机构的运动是有害的, 为了使机构能顺利地通过死点而连续运转, 在设计时必须采取适当的措施。消除死点位置对机构传动的不利影响, 工程上通常采用以下两种办法:

(1) 在曲柄轴上安装飞轮, 利用飞轮转动的惯性, 使机构冲过死点位置。如单缸内燃机上采用安装飞轮的方法, 利用惯性使曲柄转过死点; 缝纫机也是借助于与曲柄为同一构件的皮带轮的惯性通过死点的。

(2) 利用多组机构错位的办法, 使机构顺利通过死点。如多缸内燃机发动机上, 其各组活塞连杆机构由于点火时间不同, 死点位置相互错开, 就是用错位法的例子。又如

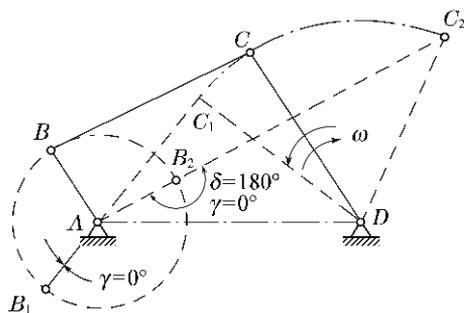


图 2-15 铰链四杆机构的死点位置

机车车轮联动机构, 当一个机构处于死点位置时, 可借助另一个机构来错开死点。

机构的死点位置并非总是起消极作用, 在有些机械中就利用了死点的特性来实现一定的工作要求。如图 2-16 所示的钻床夹紧工件用的连杆式快速夹具, 对夹具施加力  $F$  后, 夹具夹紧工件, 因机构的铰链中心  $B$ 、 $C$ 、 $D$  处于一条直线上, 工件经杆 1 通过连杆 2 传给杆 3 的力将通过杆 3 的回转中心  $D$ , 则杆 3 的传动角  $\gamma=0^\circ$ , 机构处于死点位置, 此时夹具卡死不动。当需要取出工件时, 只要在手柄上施加向上的外力, 就可使机构离开死点位置, 从而松脱工件。

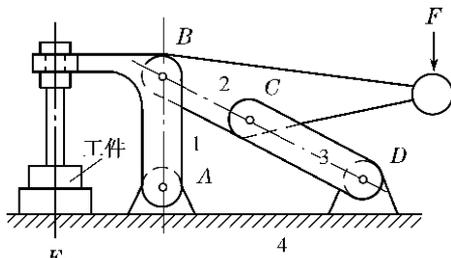


图 2-16 连杆式快速夹具

动画2-05



夹紧机构

动画2-06



起落架机构

又如飞机起落架装置(如图 2-17)的应用, 当飞机起落架处于放下机轮的位置时, 此时连杆  $BC$  与从动件  $CD$  位于一直线上, 机构处于死点位置, 故机轮着地时产生的巨大冲击力不会使从动件  $CD$  反转, 从而保持支撑状态。

同样, 电气设备开关的分合闸机构也利用了死点这一特性, 如图 2-18 所示, 合闸时机构处于死点位置, 此时触头接合力和弹簧拉力  $F$  对构件  $CD$  产生的力矩无论多大, 也不能推动构件  $AB$  转动而分闸。当超负荷需要分闸时, 通过控制装置产生较小的力来推动构件  $AB$  使机构离开死点位置, 便能转动构件  $CD$  从而达到分闸的目的, 如图 2-18 中虚线所示。

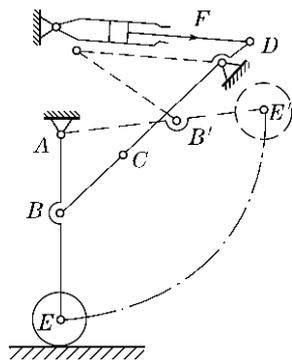


图 2-17 飞机起落架

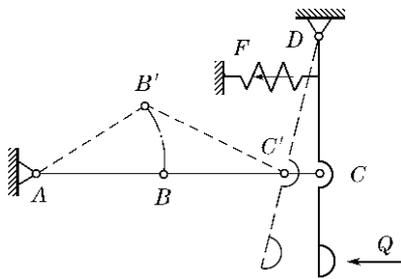


图 2-18 分合闸机构

## 2.4 平面四杆机构的设计

### 2.4.1 实现连杆给定位置的平面四杆机构的运动设计

#### 1. 已知连杆两个位置

如图 2-19 所示,若已知连杆  $BC$  的长度  $l_{BC}$  以及它所处的两个位置  $B_1C_1$  和  $B_2C_2$ , 要求设计一铰链四杆机构。

由于连杆上的  $B$  点和  $C$  点分别与曲柄上的  $B$  点和摇杆上的  $C$  点重合,从铰链四杆机构的运动特点可知,  $B$  点的运动轨迹是以曲柄的固定铰链中心  $A$  为圆心的一段圆弧,  $C$  点的运动轨迹是以摇杆的固定铰链中心  $D$  为圆心的一段圆弧,而在圆内,弦的垂直平分线必通过圆心,所以可以将四杆机构的设计转化为已知圆弧上的点求圆心的几何问题。

根据上述分析,设计步骤如图 2-19 所示:

- ① 选取比例尺  $\mu_1$ ,按  $BC = \frac{l_{BC}}{\mu_1}$  及给定的连杆位置作  $B_1C_1$  和  $B_2C_2$ 。
- ② 分别作线段  $B_1B_2$  及  $C_1C_2$  的中垂线  $b_{12}$  和  $c_{12}$ 。
- ③ 分别在  $b_{12}$  和  $c_{12}$  上取适当的点  $A$  和  $D$ ,此两点即为所求铰链四杆机构的固定铰链中心,  $AB_1C_1D$  即为所求的铰链四杆机构。

此时的圆心  $A$ 、 $D$  可以为中垂线  $b_{12}$  和  $c_{12}$  上的任意一点,故有无穷多解。在实际设计中,还需要通过给出辅助条件来最终确定。

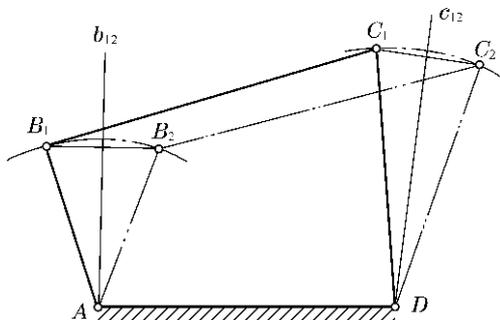


图 2-19 已知连杆两个位置的铰链四杆机构设计

#### 2. 已知连杆三个位置

如图 2-20 所示,若已知连杆  $BC$  的长度  $l_{BC}$  以及它所处的三个位置  $B_1C_1$ 、 $B_2C_2$ 、 $B_3C_3$ , 要求设计一铰链四杆机构。设计步骤如图 2-20 所示:

- ① 选取比例尺  $\mu_1$ ,按  $BC = \frac{l_{BC}}{\mu_1}$  及给定的连杆位置作  $B_1C_1$ 、 $B_2C_2$  和  $B_3C_3$ 。
- ② 分别作线段  $B_1B_2$  及  $B_2B_3$  的中垂线  $b_{12}$ 、 $b_{23}$ ,  $C_1C_2$ 、 $C_2C_3$  的中垂线  $c_{12}$ 、 $c_{23}$ 。
- ③  $b_{12}$ 、 $b_{23}$  的交点为固定铰链中心  $A$ ,  $c_{12}$ 、 $c_{23}$  的交点为固定铰链中心  $D$ 。

$AB_1C_1D$  即为所要求的铰链四杆机构。

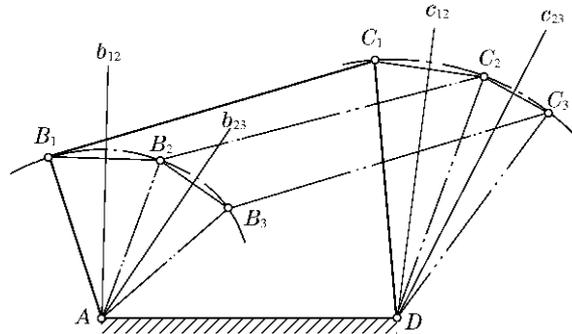


图 2-20 已知连杆三个位置的铰链四杆机构的设计

**【例 2-1】** 如图 2-21(a) 所示, 试设计一砂箱翻转机构, 翻台在实线位置造型, 在虚线位置起模, 机架在水平位置  $X-X$  线上。

**解** 砂箱翻转机构的运动是平面运动, 所以可将翻台看成是一个连杆, 按翻台的两个给定位置设计四杆机构, 即按照给定的连杆的两个位置设计平面四杆机构。

**设计步骤:** 在翻台上选定  $BC$  作为连杆长度, 按照翻台的两个给定位置绘制  $B_1C_1$  和  $B_2C_2$ , 分别作线段  $B_1B_2$  及  $C_1C_2$  的中垂线  $b_{12}$  和  $c_{12}$ ,  $b_{12}$  和  $c_{12}$  与  $X-X$  线的两交点  $A$ 、 $D$  即为固定铰链中心,  $AB_1C_1D$  即为所要求的铰链四杆机构, 如图 2-21(b) 所示。

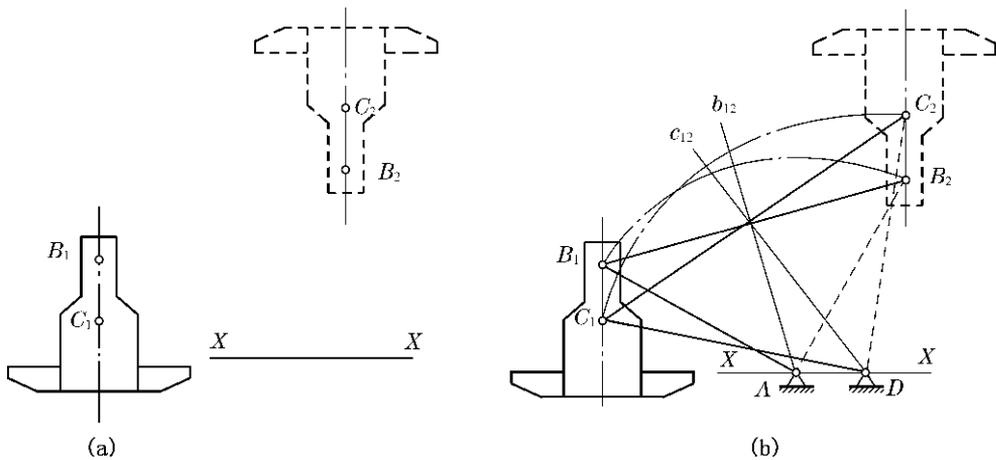


图 2-21 砂箱翻转机构的设计

## 2.4.2 实现给定两连架杆对应位置的平面四杆机构的运动设计

### 1. 实现给定两连架杆对应位置的曲柄摇杆机构的设计

如图 2-22(a) 所示, 已知机架  $AD$  的长度  $l_{AD}$ , 两连架杆的两组对应角位移分别为  $\varphi_{12}$  和  $\varphi_{13}$ , 以及  $\varphi_{13}$  和  $\varphi_{13}$ , 即当连架杆 1 上某一直线  $AE$  由  $AE_1$  分别转过角  $\varphi_{12}$  和  $\varphi_{13}$  而到达  $AE_2$  和  $AE_3$  时, 另一连架杆 3 上某一直线  $DF$  由  $DF_1$  分别转过角  $\varphi_{12}$  和  $\varphi_{13}$  到达  $DF_2$  和  $DF_3$ , 其中因两连架杆角位移的对应关系, 只与各构件的相对长度有关。因此,

在设计时,如果机架  $AD$  长度未知,可以根据具体工作情况,适当选取机架  $AD$  的长度,来设计实现两连架杆运动要求的铰链四杆机构。

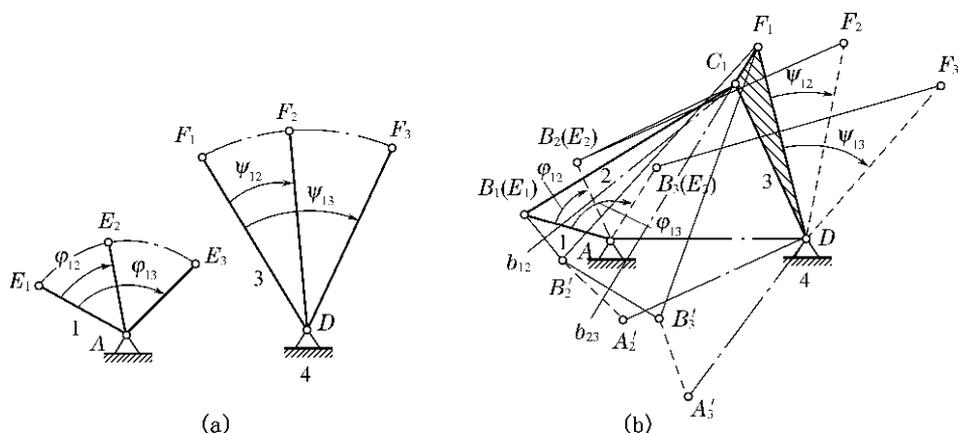


图 2-22 实现给定两连架杆对应位置的曲柄摇杆机构的设计

铰链四杆机构的设计采用转换机架法,如图 2-22(b)所示,设计步骤如下:

第一步 分别由  $A$ 、 $D$  引出任意射线  $AE_1$  和  $DF_1$ ,作为两连架杆的第一位置线,再根据给定的对应角位移  $\varphi_{12}$  和  $\varphi_{13}$  作出连架杆 1 的第二位置和第三位置  $AE_2$  和  $AE_3$ ;  $\psi_{12}$  和  $\psi_{13}$  作出连架杆 3 的第二位置和第三位置  $AF_2$  和  $AF_3$ 。

第二步 在连架杆 1 上取  $AB_1$ 、 $AB_2$  和  $AB_3$  分别与  $AE_1$ 、 $AE_2$  和  $AE_3$  重合。

第三步 取  $DF_1$  为机架,刚化四边形  $AB_2F_2D$  和  $AB_3F_3D$ ,并绕  $D$  点逆时针转动,使  $DF_2$  和  $DF_3$  分别与  $DF_1$  重合,此时原来对应于  $DF_2$  和  $DF_3$  的  $AB_2$  和  $AB_3$  分别到达  $A_2'B_2'$  和  $A_3'B_3'$ ,由于连杆长度不变,三个位置时的  $B_1C_1 = B_2C_2 = B_3C_3$ ,以连架杆 3 为机架时,  $B_1C_1 = B_2'C_1 = B_3'C_1$ ,  $B_1$ 、 $B_2'$  和  $B_3'$  成为  $C_1D$ ,作为机架时,  $BC$  杆以  $C_1$  点为转动中心工作时的三个不同位置,从而将确定  $C$  点位置的问题转化为已知  $AB$  相对于  $DF_1$  三个位置的设计问题。

第四步 分别作  $B$ 、 $B_2'$  和  $B_2'B_3'$  的中垂线,两中垂线的交点即为铰链中心  $C_1$ 。

第五步  $AB_1C_1D$  即为满足给定运动要求的铰链四杆机构。

在图解法设计过程中,利用转换机架法,将连架杆  $CD$  作为机架求解  $C$  点,此时仅需要确定以  $C$  点为固定铰链中心转动的  $B$  点的不同位置即可,因此,为了减少设计过程中产生的线条,可以将刚化四边形  $ABCD$  绕  $D$  点旋转改为刚化三边形  $BCD$  或线段  $BD$  绕  $D$  点旋转;由于机架长度和动铰链中心  $B$  的位置在设计过程中是根据工作进行适当的选取,选取结果不唯一,因此,实现两连架杆两组对应角位移的铰链四杆机构有无穷多个。

## 2. 实现给定两连架杆对应位置的曲柄滑块机构的设计

在曲柄滑块机构设计时,为了实现给定曲柄与滑块对应位移的运动,也可以采用转换机架法。

已知两连架杆的两组对应位移分别为  $\varphi_{12}$  和  $s_{12}$  以及  $\varphi_{13}$  和  $s_{13}$ ,如图 2-23(a)所示,试设计实现此运动要求的含一个移动副的四杆机构。

设计步骤如下(如图 2-23(b)所示):

第一步 任取一线段  $AB_1$  作为连架杆 1 的第一个位置,再根据给定的对应角位移  $\varphi_{12}$  和  $\varphi_{13}$  作出连架杆 1 的第二位置和第三位置  $AB_2$  和  $AB_3$ 。

第二步 将  $B_2$  和  $B_3$  沿滑块移动反方向分别平移  $s_{12}$  和  $s_{13}$ , 得点  $B'_2$  和  $B'_3$  (此处即将  $B_2C_2$  与  $B_3C_3$  刚化并平移,使  $C_2$  与  $C_3$  点分别与  $C_1$  点重合,得  $B'_2$  和  $B'_3$ )。

第三步 分别作  $B_1B'_2$  和  $B_1B'_3$  的中垂线  $b_{12}$  和  $b_{13}$ , 它们的交点即为动铰链中心  $C_1$ 。

第四步  $AB_1C_1$  便是所求含一个移动副的四杆机构。

由上面图解法可以求得连架杆  $AB$  和连杆  $BC$  的长度,以及滑块导路偏距  $e$ 。

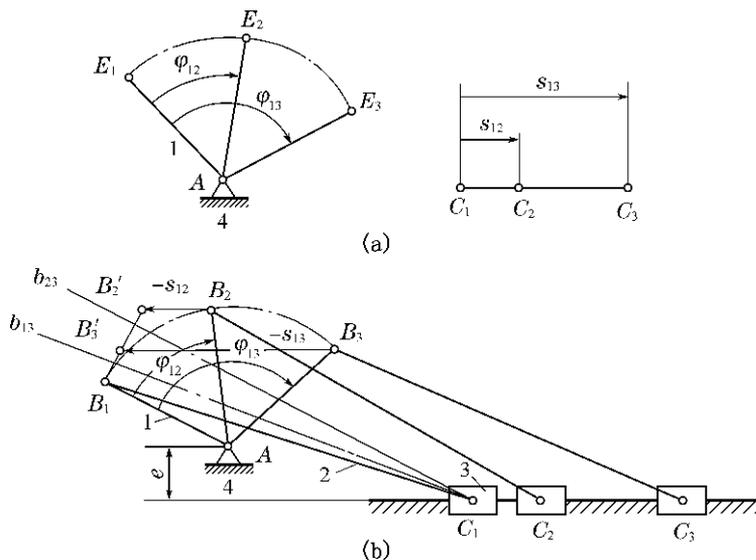


图 2-23 实现给定两连架杆对应位置的曲柄滑块机构的设计

### 2.4.3 实现给定行程速比系数 $K$ 的平面四杆机构的运动设计

#### 1. 实现给定行程速比系数 $K$ 的曲柄摇杆机构的设计

已知行程速比系数  $K$ 、摇杆  $CD$  的长度  $l_{CD}$ 、最大摆角  $\varphi$ , 用图解法设计此曲柄摇杆机构。

设计该曲柄摇杆机构的关键是确定固定铰链  $A$  的位置, 曲柄摇杆机构中摇杆处于左右极限位置时, 曲柄与连杆处于重叠共线与拉直共线两个位置。且曲柄在此两位置时所夹角为极位夹角  $\theta$ , 同时对于圆上同一段圆弧, 圆心角是其圆周角的两倍。为了完成给定行程速比系数  $K$  的平面四杆机构的设计, 可以利用曲柄摇杆机构的工作特性与圆周角、圆心角的几何关系。

设计步骤如下:

第一步 由  $\theta = 180^\circ \frac{K-1}{K+1}$  计算出机构极位夹角  $\theta$ 。

第二步 任取适当的长度比例尺  $\mu_L$ , 求出摇杆的尺寸  $CD$ , 根据摆角作出摇杆的两个极限位置  $C_1D$  和  $C_2D$ 。

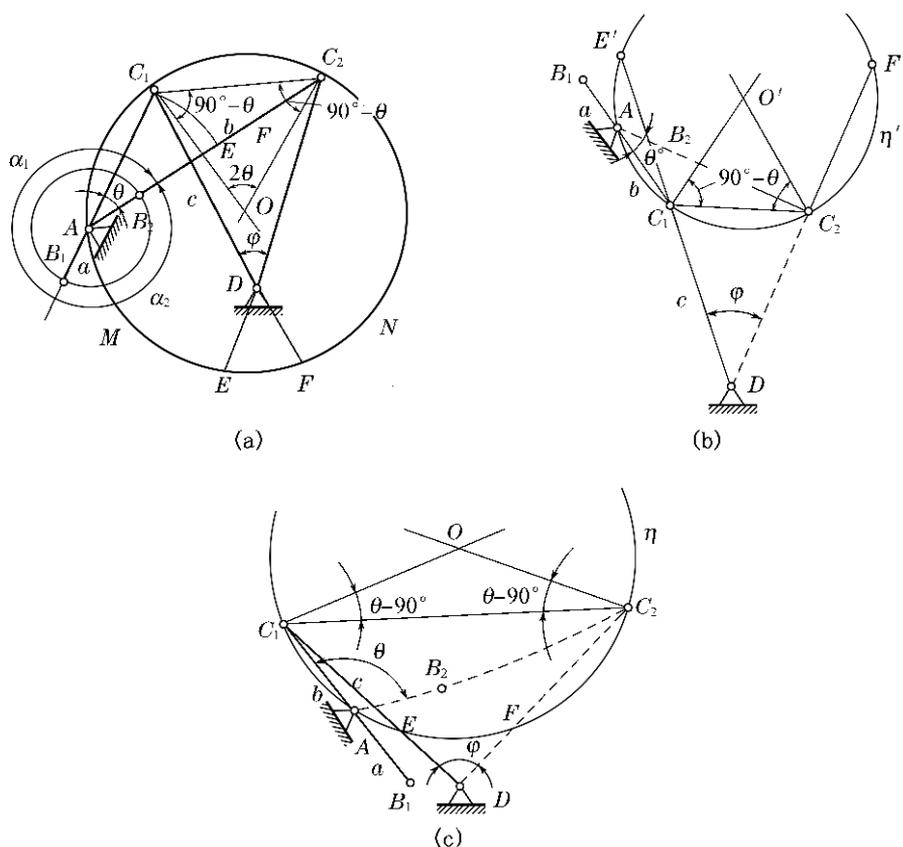


图 2-24 具有急回特性的铰链四杆机构的设计

第三步 连接  $C_1C_2$  为底边,作  $\angle C_1C_2O = \angle C_2C_1O = 90^\circ - \theta$  的等腰三角形,以顶点  $O$  为圆心,  $C_1O$  为半径作辅助圆,此辅助圆上  $C_1C_2$  所对的圆心角等于  $2\theta$ ,故其圆周角为  $\theta$ 。

第四步 在辅助圆上任取一点  $A$ ,连接  $AC_1$ 、 $AC_2$ ,即能求得满足  $K$  要求的四杆机构。

$$l_{AB} = \mu_L(AC_2 - AC_1)/2, l_{BC} = \mu_L(AC_2 + AC_1)/2$$

$A$  点只能在圆弧  $C_1ME$  与  $C_2NF$  上取,否则所得机构不能满足摇杆摆角要求,另外由于  $A$  点是任意取的,所以有无穷解,只有加上辅助条件,如机架  $AD$  长度或位置,或最小传动角等,才能得到唯一确定解。

如图 2-24(a)所示,在此曲柄摇杆机构中,摇杆慢行程摆动方向与曲柄转向一致,如果需要摇杆慢行程摆动方向与曲柄转向相反,则需要将辅助圆作到远离点  $D$  一侧,如图 2-24(b)所示,此时两极限位置的摇杆延长使之与圆交于  $E'$  和  $F'$ ,圆弧  $C_1E'$  与  $C_2F'$  上任一点都可作为  $A$ 。

当  $\theta \geq 90^\circ$  时,如图 2-24(c)所示,在  $C_1C_2$  线远离点  $D$  的一侧作  $\angle C_1C_2O = \angle C_2C_1O = \theta - 90^\circ$ ,得  $C_1O$  和  $C_2O$  的交点  $O$ ,以  $O$  为圆心,  $OC_1$  为半径作圆。若两极限位置的摇杆与圆交于  $E$  和  $F$  两点,则圆弧  $C_1E$  或  $C_2F$  上各点均可作为  $A$ 。

## 2. 实现给定行程速比系数 $K$ 的曲柄滑块机构的设计

已知曲柄滑块机构的行程速比系数  $K$ , 滑块行程  $H$  与偏距  $e$ 。设计满足此要求的曲柄滑块机构, 可以参考上述曲柄摇杆机构的设计方法, 如图 2-25 所示。

设计步骤如下:

第一步 由  $\theta = 180^\circ \frac{K-1}{K+1}$  计算出机构极位夹角  $\theta$ 。

第二步 由滑块行程  $H$ , 作图得到滑块左右极限  $C_1$  与  $C_2$ 。以  $C_1C_2$  为底边, 作  $\angle C_1C_2O = \angle C_2C_1O = 90^\circ - \theta$  的等腰三角形, 以顶点  $O$  为圆心,  $C_1O$  为半径作辅助圆, 此辅助圆上  $C_1C_2$  所对的圆心角等于  $2\theta$ , 故其圆周角为  $\theta$ 。

第三步 作一条直线与  $C_1C_2$  平行, 且与  $C_1C_2$  距离为偏距  $e$ , 该直线与辅助圆的交点即为曲柄转动中心  $A$  点。

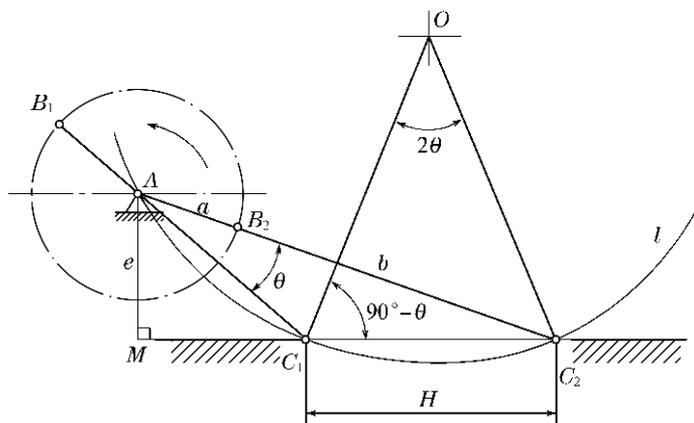


图 2-25 具有急回特性的偏置曲柄滑块机构的设计

## 3. 实现给定行程速比系数 $K$ 的摆动导杆机构的设计

已知机架  $AD$  的长度和行程速比系数  $K$ , 设计满足该要求的摆动导杆机构。

由摆动导杆机构的运动特性可知, 导杆的左右极限位置与曲柄上的  $B$  点的轨迹圆相切, 且极位夹角  $\theta$  与导杆的摆角  $\varphi$  相等, 如图 2-26 所示。

设计步骤如下:

第一步 由  $\theta = 180^\circ \frac{K-1}{K+1}$  计算出机构极位夹角  $\theta$ 。

第二步 选定比例尺  $\mu_1$ , 作机架  $AD$ , 由  $D$  点作射线  $Dm$  与  $Dn$ , 且  $\angle mDA = \angle nDA = \frac{\theta}{2}$ , 射线  $Dm$  和  $Dn$  分别为导杆的两极限位置。

第三步 过点  $A$  分别作  $Dm$  与  $Dn$  的垂线  $AB_1$  及  $AB_2$ , 则曲柄长度  $a = \mu_1 \times AB_1 = \mu_1 \times AB_2$ 。

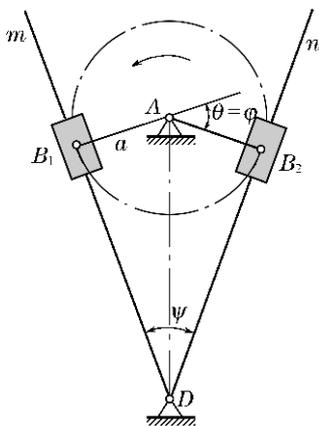


图 2-26 摆动导杆机构的设计

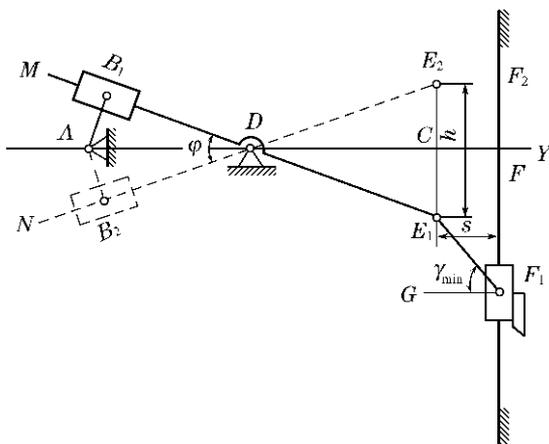


图 2-27 插床主体机构的设计

**【例 2-2】** 已知插床主体机构运动简图,如图 2-27 所示。已知机构行程速比系数  $K=1.5$ ,插刀行程  $h=400\text{ mm}$ ,机架  $AD$  的长度  $l_{AD}=500\text{ mm}$ ,插刀的导路中心  $F_1F_2$  至摆杆极限位置端点的距离  $s=260\text{ mm}$ ,许用最小传动角  $\gamma_{\min}=50^\circ$ ,试设计此插床主体机构。

**解** 此插床主体机构是摆动导杆机构与摇杆滑块机构的组合。

第一步 根据行程速比系数  $K$  算出极位夹角  $\theta$

$$\theta = 180^\circ \times \frac{K-1}{K+1} = 180^\circ \times \frac{1.5-1}{1.5+1} = 36^\circ$$

第二步 取比例尺  $\mu_1 = \frac{20\text{ mm}}{1\text{ mm}}$ ,作机架  $AD$ ,即  $AD = \frac{500}{20} = 25\text{ mm}$

第三步 根据摆动导杆机构极位夹角  $\theta =$  导杆摆角  $\varphi$ ,作  $\angle MDA = \angle NDA = \frac{\varphi}{2}$ ,可以得到导杆极限位置  $ND$ 、 $MD$ 。

第四步 过  $A$  点分别作  $MD$  与  $ND$  的垂线  $AB_1$  与  $AB_2$ ,  $AB_1$  与  $AB_2$  相等,即为曲柄  $AB$ ,曲柄  $AB$  实际长度  $l_{AB} = AB_1 \times \mu_1 = 160\text{ mm}$ 。

第五步 在  $AD$  延长线上下两侧分别作  $AD$  平行线 1 与 2,且平行线 1 与 2 分别与  $MD$  延长线交于  $E_1$  点,与  $ND$  延长线交于  $E_2$  点,  $E_1$  与  $E_2$  连线与  $AD$  延长线交于  $C$  点。

第六步 过  $C$  点在  $AD$  延长线上量取  $CF = \frac{s}{\mu_1} = \frac{260}{20} = 13\text{ mm}$ ,过  $F$  点作垂直于  $AD$  延长线的  $F_1F_2$ ,  $F_1F_2$  即为插刀导路中心。

第七步 因传动角  $\gamma$  在摇杆  $DE$  处于两极限位置  $DE_1$  与  $DE_2$  时最小,作  $\angle E_1F_1G = 50^\circ$ ,得连杆  $EF$ ,即  $l_{EF} = \mu_1 \times E_1F_1 = 400\text{ mm}$ 。

## 平面四杆机构的速度分析(速度瞬心法)

### 1. 铰链四杆机构

如图 2-28 所示,在铰链四杆机构中, $P_{13}$ 是构件 1 和构件 3 的相对速度瞬心(刚体构件可以看成无限大),因此,可通过  $P_{13}$  求出构件 1 和构件 3 的角速度之比。而构件 1 和构件 3 又分别绕绝对瞬心  $P_{14}$  和  $P_{34}$  转动,因此有:

$$v_{P_{13}} = \omega_1 l_{P_{13}P_{14}} = \omega_3 l_{P_{13}P_{34}}$$

或 
$$\frac{\omega_1}{\omega_3} = \frac{l_{P_{13}P_{34}}}{l_{P_{13}P_{14}}}$$

该式表明:两构件的角速度与其绝对速度瞬心至相对速度瞬心的距离成反比,若  $P_{13}$  在  $P_{14}$  和  $P_{34}$  的同一侧,则  $\omega_1$  和  $\omega_3$  方向相同;若  $P_{13}$  在  $P_{14}$  和  $P_{34}$  之间,则  $\omega_1$  和  $\omega_3$  方向相反。如果已知其中一个构件的角速度,可求出另一构件的角速度的大小及方向。

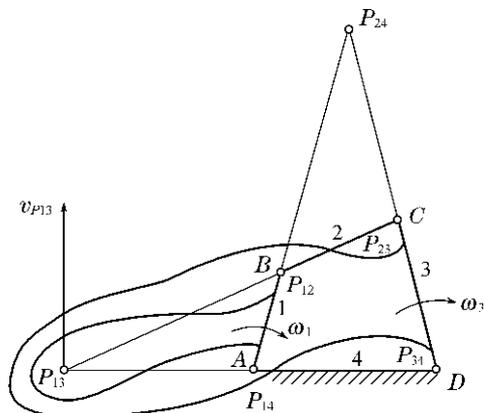


图 2-28 铰链四杆机构的速度瞬心

### 2. 曲柄滑块机构

如图 2-29 所示的曲柄滑块机构,若各杆的长度和相对位置已知,原动件(曲柄 1)的角速度为  $\omega_1$ ,可以求出图示位置滑块 3 的线速度  $v_3$ 。

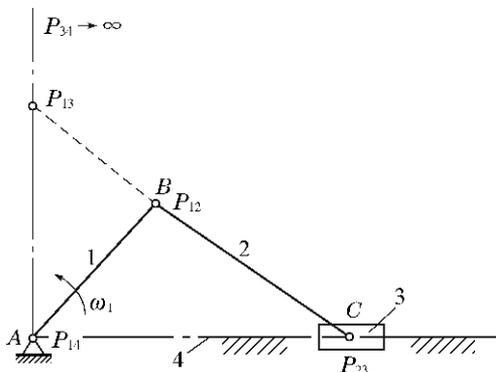


图 2-29 曲柄滑块机构的速度瞬心

首先,可以根据三心定理求出构件 1 和构件 3 相对速度瞬心  $P_{13}$ ;

其次,滑块 3 做直线移动,其上各点的线速度相等,因此,可将  $P_{13}$  看成是滑块上的一点,根据速度瞬心的定义,可得: $v_3 = v_{P_{13}} = \omega_1 l_{AP_{13}}$ ,其方向向左。



## 思考题

- 2-1 铰链四杆机构存在曲柄的条件是什么？曲柄是否一定是最短杆？
- 2-2 双摇杆机构的四个构件长度应满足什么条件？
- 2-3 铰链四杆机构可以通过哪几种方式演变成其他型式的四杆机构？试说明曲柄摇块机构是如何演变而来的？
- 2-4 铰链四杆机构中的急回特性的含义是什么？什么条件下机构才具有急回特性？
- 2-5 当极位夹角为  $0^\circ$  时，行程速比系数等于多少？请画出这个曲柄摇杆机构？
- 2-6 平面连杆机构的压力角和传动角有什么样的关系？它们的大小对连杆机构的工作有何影响？偏置曲柄滑块机构的最小传动角发生在什么位置？
- 2-7 曲柄摇杆机构在何位置上的压力角最大？在何位置上传动角最大？（分别以曲柄或摇杆原动件进行讨论）
- 2-8 铰链四杆机构有可能存在死点位置的机构有哪些？它们存在死点的条件是什么？
- 2-9 判断题
- (1) 铰链四杆机构中，其中有一杆必为连杆。
  - (2) 常把曲柄摇杆机构中的曲柄和连杆称为连架杆。
  - (3) 铰链四杆机构中，能绕铰链中心做整周旋转的杆件是摇杆。
  - (4) 反向双曲柄机构中的两个曲柄长度不相等。
  - (5) 在铰链四杆机构的三种基本形式中，最长杆件与最短杆件的长度之和必定小于其余两杆长度之和。
  - (6) 在实际生产中，机构的死点位置对工作都是有害无益的，处处都要考虑克服。
  - (7) 牛头刨床中刀具的退刀速度大于其切削速度，是应用了急回特性原理。
  - (8) 在铰链四杆机构中，压力角  $\alpha$  越大，有害分力越小，机构的传力性能越好，效率越高。
  - (9) 若曲柄摇杆机构中存在死点位置，则该死点位置不会随着原动件的改变而消失。
  - (10) 极位夹角越大，机构的急回特性就越显著。
- 2-10 选择题
- (1) 铰链四杆机构中，不与机架直接联接，且做平面运动的杆件称为\_\_\_\_\_。  
A. 摇杆            B. 连架杆            C. 连杆            D. 曲柄
  - (2) 雷达天线俯仰角摆动机构采用的是\_\_\_\_\_机构。  
A. 双摇杆            B. 曲柄摇杆            C. 双曲柄            D. 曲柄滑块
  - (3) 平行双曲柄机构中的两曲柄\_\_\_\_\_。  
A. 长度相等，旋转方向相同  
B. 长度不等，旋转方向相同  
C. 长度相等，旋转方向相反

(4) 曲柄摇杆机构中,曲柄做等速转动时,摇杆摆动时空回行程的平均速度大于工作行程的平均速度,这种性质称为\_\_\_\_\_。

- A. 死点位置
- B. 急回特性
- C. 机构的运动不确定性

(5) 在下列铰链四杆机构中,若以  $BC$  杆件为机架,则能形成双摇杆机构的是\_\_\_\_\_。

- ①  $AB=70\text{ mm}, BC=60\text{ mm}, CD=80\text{ mm}, AD=95\text{ mm}$
- ②  $AB=80\text{ mm}, BC=85\text{ mm}, CD=70\text{ mm}, AD=55\text{ mm}$
- ③  $AB=70\text{ mm}, BC=60\text{ mm}, CD=80\text{ mm}, AD=85\text{ mm}$
- ④  $AB=70\text{ mm}, BC=85\text{ mm}, CD=80\text{ mm}, AD=60\text{ mm}$

- A. ①、②、③
- B. ②、③、④
- C. ①、②、④
- D. ①、②、③、④

(6) 曲柄摇杆机构中,以\_\_\_\_\_为主动件,连杆与\_\_\_\_\_处于共线位置时,该位置称为死点位置。

- A. 曲柄、摇杆
- B. 摇杆、曲柄
- C. 机架、摇杆
- D. 曲柄、机架

(7) 行程速比系数  $K$  与极位夹角  $\theta$  的关系: $K=_____$ 。

- A.  $\frac{180^\circ+\theta}{180^\circ-\theta}$
- B.  $\frac{180^\circ-\theta}{180^\circ+\theta}$
- C.  $\frac{\theta-180^\circ}{\theta+180^\circ}$
- D.  $\frac{\theta}{\theta-180^\circ}$

(8) 曲柄滑块机构最小传动角  $\gamma_{\min}$  出现在曲柄与\_\_\_\_\_垂直的位置。

- A. 连杆
- B. 机架(导路)
- C. 摇杆

(9) 当曲柄摇杆机构出现死点位置时,可在从动曲柄上\_\_\_\_\_使其顺利通过死点位置。

- A. 加设飞轮
- B. 减少阻力
- C. 加大主动力

(10) 在曲柄摇杆机构中,若以摇杆为主动件,则在死点位置时,曲柄的瞬时运动方向是:\_\_\_\_\_。

- A. 按原运动方向
- B. 按原运动方向的反方向
- C. 不确定的

(11) 平面四杆机构中,压力角与传动角的关系为\_\_\_\_\_。

- A. 压力角增大则传动角减小
- B. 压力角增大则传动角也增大
- C. 压力角与传动角始终相等

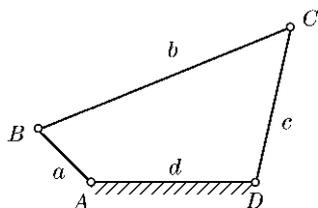
(12) 在曲柄摇杆机构中,为提高机构的传力性能,应该\_\_\_\_\_。

- A. 增大传动角  $\gamma$
- B. 增大压力角  $\alpha$
- C. 增大极位夹角  $\theta$



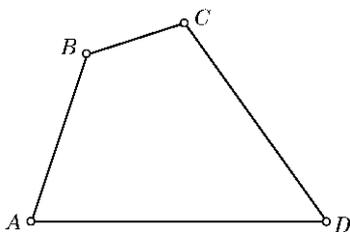
## 习 题

2-1 图示四杆机构中,已知  $a=62\text{ mm}, b=152\text{ mm}, c=122\text{ mm}, d=102\text{ mm}$ 。取不同构件为机架,可得到什么类型的铰链四杆机构?



习题 2-1 附图

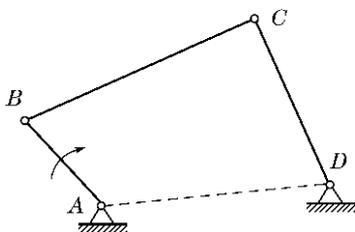
- 2-2 已知图示机构中,  $l_{AB}=82\text{ mm}$ ,  $l_{BC}=50\text{ mm}$ ,  $l_{CD}=96\text{ mm}$ ,  $l_{AD}=120\text{ mm}$ 。问:
- (1) 此机构中, 当取构件 AD 为机架时, 是否存在曲柄? 如果存在, 指出是哪一构件? (必须根据计算结果说明理由)
  - (2) 当分别取构件 AB、BC、CD 为机架时, 各将得到什么机构?



习题 2-2 附图

- 2-3 如图所示铰链四杆机构, 已知各构件的长度  $l_{AB}=50\text{ mm}$ ,  $l_{BC}=110\text{ mm}$ ,  $l_{CD}=80\text{ mm}$ ,  $l_{AD}=100\text{ mm}$ 。

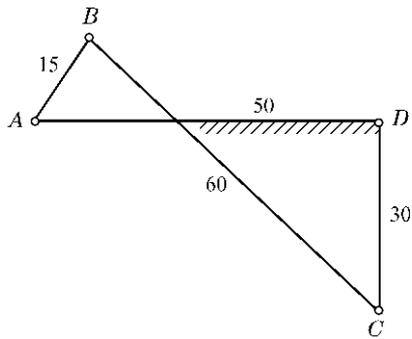
- (1) 该机构是否有曲柄? 如有, 请指出是哪个构件(必须根据计算结果说明理由);
- (2) 当分别取构件 AB、BC、CD 为机架时, 将各得到什么机构?



习题 2-3 附图

- 2-4 已知铰链四杆机构各构件的长度, 试问:

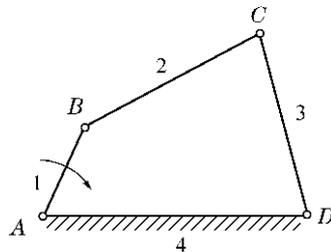
- (1) 这是铰链四杆机构基本形式中的何种机构?
- (2) 若以 AB 为原动件, 此机构有无急回特性? 为什么?
- (3) 当以 AB 为原动件时, 此机构的最小传动角出现在机构何位置(在图上标出)?



习题 2-4 附图

2-5 如图所示的铰链四杆机构中,各杆的长度为  $l_1 = 28 \text{ mm}$ ,  $l_2 = 52 \text{ mm}$ ,  $l_3 = 50 \text{ mm}$ ,  $l_4 = 72 \text{ mm}$ ,试求:

(1) 当取杆 4 为机架时,该机构的极位夹角  $\theta$ 、杆 3 的最大摆角  $\phi$ 、最小传动角  $\gamma_{\min}$  和行程速比系数  $K$ 。

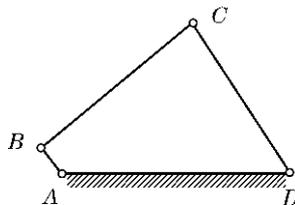


习题 2-5 附图

(2) 当取杆 1 为机架时,将演化成何种类型的机构? 为什么? 并说明这时 C、D 两个转动副是整转副还是摆转副?

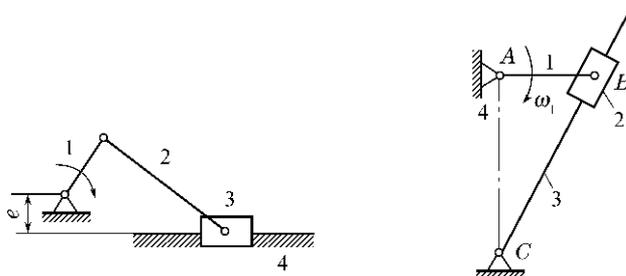
(3) 当取杆 3 为机架时,又将演化成何种机构? 这时 A、B 两个转动副是否仍为整转副?

2-6 在图示的曲柄摇杆机构中,  $l_{AB} = 15 \text{ mm}$ ,  $l_{AD} = 130 \text{ mm}$ ,  $l_{CD} = 90 \text{ mm}$ ,试证明连杆长度只能限定在  $55 \sim 205 \text{ mm}$  内。



习题 2-6 附图

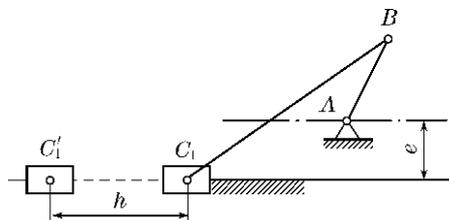
2-7 请画出各机构的压力角和传动角(箭头标注的构件为原动件)。



习题 2-7 附图

2-8 如图所示的偏置曲柄滑块机构, 已知行程速度变化系数  $K=1.5$ , 滑块行程  $h=50\text{ mm}$ , 偏距  $e=20\text{ mm}$ , 试用图解法求:

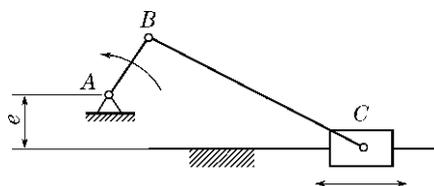
- (1) 曲柄长度  $l_{AB}$  和连杆长度  $l_{BC}$ ;
- (2) 曲柄为原动件时机构的最大压力角  $\alpha_{\max}$  和最小传动角  $\gamma_{\max}$ ;
- (3) 当滑块为原动件时, 机构的死点位置。



习题 2-8 附图

2-9 如图所示一偏置曲柄滑块机构, 曲柄  $AB$  为原动件, 长度为  $l_{AB}=25\text{ mm}$ , 偏距  $e=10\text{ mm}$ , 已知最大压力角  $\alpha_{\max}=30^\circ$ 。试求:

- (1) 滑块行程  $H$ ;
- (2) 机构的极位夹角  $\theta$  和行程速比系数  $K$ 。



习题 2-9 附图

2-10 设计一摆动导杆机构。已知机架的长度  $l_{AD}=100\text{ mm}$ , 行程速比系数  $K=1.4$ , 求曲柄的长度。

## 第 3 章

# 凸轮机构及其设计



### 学习目标

了解凸轮机构的分类及其应用,理解凸轮机构的工作过程及其原理、从动件的基本运动规律及其特点,掌握平面凸轮机构的轮廓曲线的绘制方法,能对凸轮机构的基本参数进行正确选择。



### 单元概述

凸轮机构由凸轮、从动件和机架三部分组成,结构简单、紧凑,只要设计出适当的凸轮轮廓曲线,就可以使从动件实现任意的运动规律。在自动机械中,凸轮机构常与其他机构配合使用,充分发挥各自的优势,扬长避短。由于凸轮机构是高副机构,易于磨损,磨损后会影晌运动规律的准确性,因此,只适用于传递动力不大的场合。本章的重点包括从动件基本运动规律的特点,凸轮的压力角、基圆半径的选择,以及盘形凸轮轮廓曲线的设计等;难点为反转法设计平面凸轮的轮廓曲线等。

## 3.1 凸轮机构的应用及分类

### 3.1.1 凸轮机构的应用

如前两章所述,平面低副机构大多只能近似实现给定的运动规律,而且设计过程较为复杂。若要求从动件的位移  $s$ 、速度  $v$  和加速度  $a$  严格地按预定的规律进行变化,尤其当原动件做连续转动而从动件必须做间歇运动时,则以采用凸轮机构最为简便。凸轮机构通过凸轮与从动件的高副接触,结构简单、设计方便,即使在现代化程度很高的自动机械中,其作用也是不可替代的。

如图 3-1 所示,某进、出料机构的工作原理为:送料盘 7 从输料带 10 上取得工料,并与抓料机械手 6 反向同步放置于进料工位 I,经顶料操作(如图 3-2)后,工料被抓料机械手 6 送至工位 II 后落下。抓料机械手 6 的开闭由机械手开合凸轮(图中虚线所示)1 控制,该凸轮的轮廓线是由两个半径不同的圆弧组成,抓料机械手 6 的夹紧动作需要依靠弹簧的作用力。与进、出料机构相配合的顶料机构(如图 3-2)包括由两个凸

轮组合而成的顶料和接料机构,首先通过平面槽凸轮机构 1 将工料顶起,然后由圆柱凸轮机构 5 控制接料杆 4 的动作,完成接料工作。

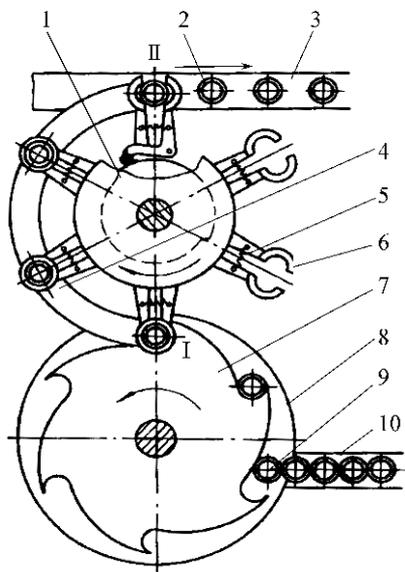


图 3-1 机械手及进出料机构

- 1—机械手开合凸轮;2—输出工料;3—输送带;  
4—托板;5—弹簧;6—抓料机械手;7—送料盘;  
8—托盘;9—输入工料;10—输料带;  
I—进料工位;II—出料工位。

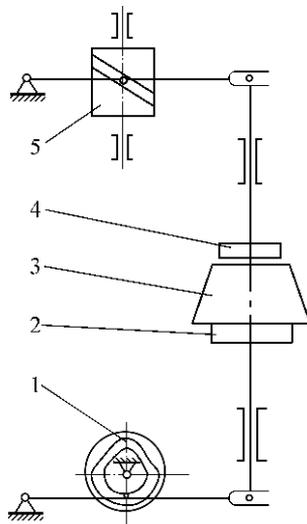


图 3-2 顶料和接料机构

- 1—槽凸轮机构;2—顶料杆;  
3—工料;4—接料杆;  
5—圆柱凸轮机构。

### 3.1.2 凸轮机构的分类

凸轮机构的应用十分广泛,其类型也很多。根据凸轮的形状、从动件的型式、锁合方式等,凸轮机构可以有以下几种分类方法:

(1) 按照凸轮形状,凸轮机构可分为盘形凸轮、移动凸轮和圆柱凸轮,其形式分别如图 3-3(a)、图 3-3(b)和图 3-3(c)所示。

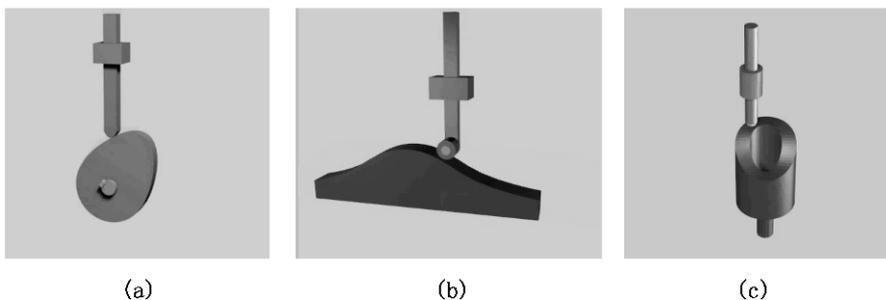


图 3-3 凸轮的分类(按凸轮形状)

动画3-01



盘形凸轮

① 盘形凸轮——凸轮为一径向尺寸发生变化的盘形构件,绕固定轴线转动;从动件在垂直于回转轴的平面内做直线移动或摆动,这种类型是凸轮机构最基本的形式,应用最为广泛。

② 移动凸轮——凸轮为一有曲面的沿直线往返移动的构件,在其作用下,从动件可做直线移动或摆动,这类凸轮在机床上应用较多。

③ 圆柱凸轮——圆柱凸轮可以看成是将移动凸轮卷成圆柱体而演化成的,此时凸轮为一有沟槽的圆柱体,绕其中心轴做回转运动;从动件在与凸轮轴线平行的平面内做直线移动或摆动。与盘形凸轮相比,圆柱凸轮的行程较长,常用于自动机床。

动画3-02



移动凸轮

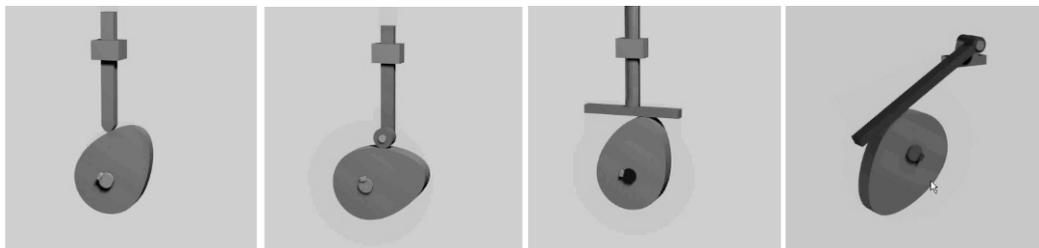
盘形凸轮和移动凸轮与从动件之间的相对运动为平面运动,而圆柱凸轮与从动件之间的相对运动为空间运动,所以前两者属于平面凸轮机构,后者属于空间凸轮机构。

(2) 按照从动件型式,凸轮机构可分为尖顶从动件凸轮、滚子从动件凸轮和平底从动件凸轮,其形式分别如图 3-4(a)、图 3-4(b)和图 3-4(c)所示。

动画3-03



圆柱凸轮



(a)

(b)

(c)

(d)

图 3-4 凸轮的分类(按从动件形式)

动画3-04



滚子凸轮

① 尖顶从动件凸轮——尖顶能与任意复杂的凸轮轮廓保持接触,从而使从动件实现预期的运动规律,但因尖顶极易磨损,故只适宜于传力不大的低速凸轮机构。

② 滚子从动件凸轮——从动件上的滚子与凸轮之间为滚动摩擦,所以磨损较小,可用来传递较大的动力,应用最为广泛。

③ 平底从动件凸轮——凸轮对从动件的作用力始终垂直于从动件的底边(不计摩擦时),故受力比较平稳,且凸轮与平底的接触面间易形成油膜,润滑良好,常用于高速传动中。

动画3-05



平底凸轮

以上三种从动件亦可按相对机架的运动形式分为往复直线运动的直动从动件和往复摆动的摆动从动件(如图 3-4(d))。

此外,按从动件导路与凸轮转轴相对位置,又可以分为对心凸轮机构(如图 3-4(a)和图 3-4(c))和偏置凸轮机构(如图 3-4(b))。

(3) 按照锁合形式,凸轮机构可分为力锁合凸轮和形锁合凸轮。力锁合凸轮(如图 3-5(a))利用从动件的重力或弹簧力或其他外力使从动件与凸轮保持接触;形锁合凸轮依靠凸轮和从动件的特殊几何形状而始终保持接触,形锁合凸轮又可分为凹槽锁合凸轮和等径或等宽凸轮,其形式分别如图 3-5(b)和图 3-5(c)所示。

动画3-06



摆动凸轮

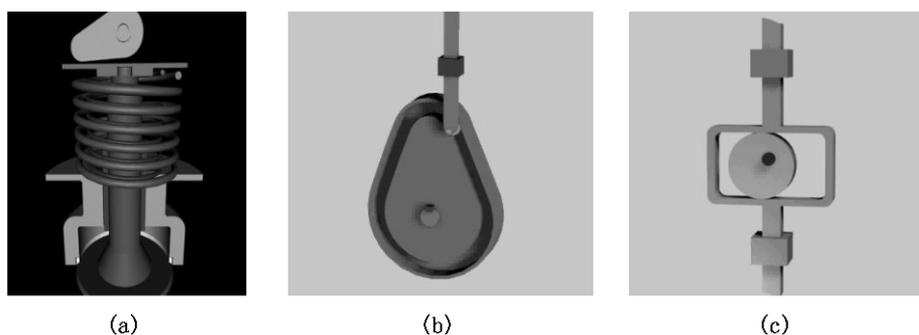


图 3-5 凸轮的分类(按锁合形式)

动画3-07



力锁合凸轮

动画3-08



凹槽锁合凸轮

① 凹槽锁合凸轮——使凹槽两侧面间的距离等于滚子的直径,故能保证滚子始终与凸轮保持接触,因此,这种凸轮只能采用滚子从动件的形式。

② 等宽凸轮——如图 3-5(c)所示,与等宽凸轮的轮廓线相切的任意两平行直线间的距离处处相等且等于框形从动件的内壁宽度,故能使凸轮始终与从动件保持接触。

形锁合凸轮可免除力锁合凸轮的附加阻力,从而减小驱动力和提高效率,其缺点是机构的外廓尺寸较大,设计较为复杂。

## 3.2 平面凸轮机构的工作过程及运动规律

### 3.2.1 平面凸轮机构的工作过程和运动参数

图 3-6(a)为一对心直动尖顶从动件盘形凸轮机构,以凸轮轮廓的最小向径  $r_b$  为半径所作的圆称为基圆, $r_b$  为基圆半径,凸轮以等角速度  $\omega_1$  顺时针转动。在图示位置,从动件的尖顶与 A 点接触,A 点是基圆与开始上升的轮廓曲线的交点,此时,从动件的尖顶离凸轮轴最近。凸轮转动时,向径逐渐增大,从动件被凸轮的轮廓推向上,到达向径最大的 B 点时,从动件距凸轮轴心最远,这一过程称为推程。与之对应的凸轮转角  $\delta_s$  称为推程运动角,从动件上升的最大位移  $h$  称为行程。当凸轮继续转过  $\delta_s$  时,由于轮廓 BC 段为一向径不变的圆弧,故从动件停留在最远处保持不动,此过程称为远停程(或远休止),对应的凸轮转角  $\delta_s'$  称为远停程角(或远休止角)。当凸轮又继续转过  $\delta_h$  角时,凸轮的向径由最大减至  $r_b$ ,从动件从最远处回到基圆上的 D 点,此过程称为回程,对应的凸轮转角  $\delta_h$  称为回程运动角。当凸轮继续转过  $\delta_s'$  角时,由于轮廓 DA 段也为向径不变的基圆圆弧,故从动件继续停在距轴心最近处保持不动,此过程称为近停程(或近休止),对应的凸轮转角  $\delta_s'$  称为近停程角(或近休止角)。此时, $\delta_s + \delta_s' + \delta_h + \delta_s' = 2\pi$ ,凸轮刚好转过一圈,机构完成一个工作循环,从动件则完成一个“升—停—降—停”的运动循环。

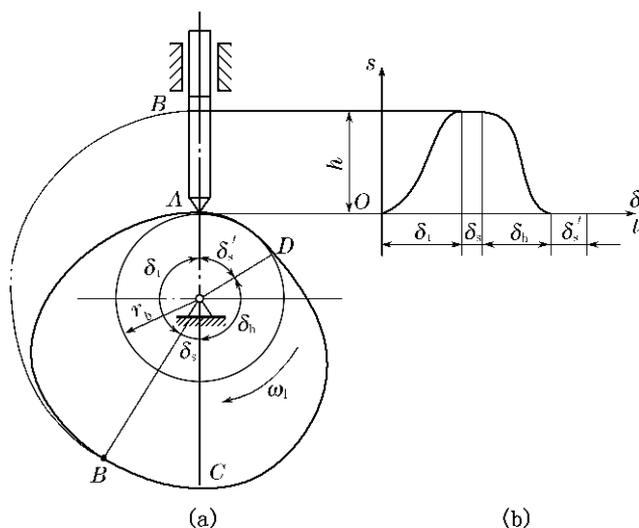


图 3-6 凸轮机构的工作过程及从动件的位移线图

以从动件的位移  $s$  为纵坐标, 对应凸轮的转角  $\delta$  为横坐标, 将凸轮转角与对应的从动件位移之间的函数关系用曲线表达出来的图形称为从动件的位移线图, 如图 3-6 (b) 所示。由于大多数凸轮均做等角速度转动, 其转角与时间成正比, 因此, 该位移线图的横坐标也代表时间  $t$ 。在此基础上, 通过微分运算, 还可作出从动件的速度线图和加速度线图, 它们统称为从动件的运动线图。

由上述分析可知, 从动件的运动规律完全取决于凸轮的轮廓形状。工程中, 从动件的运动规律通常是根据凸轮的使用要求确定的。因此, 在机械设计过程中, 可以按照机构所执行的工作任务, 选择恰当的从动件运动规律, 再据此设计出相应的凸轮轮廓曲线, 就能实现预期的生产要求。

### 3.2.2 平面凸轮机构从动件基本运动规律

所谓从动件的运动规律, 是指从动件的位移  $s$ 、速度  $v$ 、加速度  $a$  随凸轮转角  $\delta$  (或时间  $t$ ) 的变化规律。平面凸轮机构基本的从动件运动规律有等速运动规律、等加速等减速运动规律、简谐运动规律 (余弦加速度运动规律) 和摆线运动规律 (正弦加速度运动规律) 等。

#### 1. 等速运动规律

在平面凸轮机构中, 从动件推程或回程的运动速度为常数的运动规律, 称为等速运动规律。其运动线图如图 3-7 所示。这种运动规律的特点是: 从动件在推程 (或回程) 开始和终止的瞬间, 速度发生突变, 其加速度和惯性力在理论上为无穷大, 此时就会使得平面凸轮机构产生强烈的冲击、噪声和磨损, 这种冲击为刚性冲击。因此, 等速运动规律只适用于低速、轻载的场合。

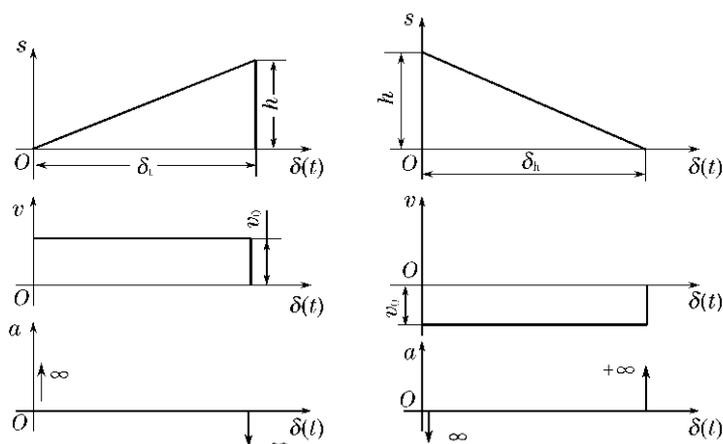


图 3-7 从动件等速运动规律的线图

## 2. 等加速等减速运动规律

在平面凸轮机构中,从动件在一个行程  $h$  中,前半行程做等加速运动,后半行程做等减速运动,这种运动规律,称为等加速等减速运动规律,通常情况下,加速度和减速度的绝对值相等(工作需要时,二者也可以不等),其运动线图如图 3-8 所示。

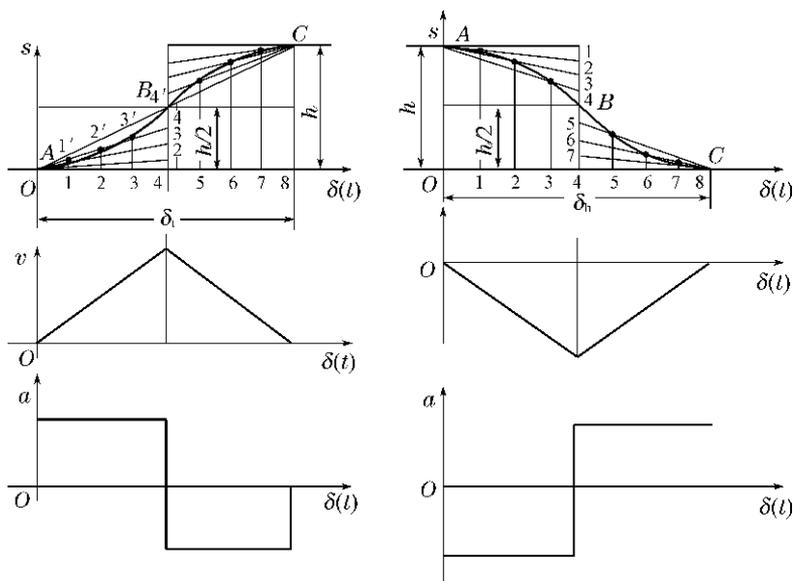


图 3-8 从动件等加速等减速运动规律的线图

等加速等减速运动规律位移线图绘制方法为:在纵坐标上将升程  $h$  分成两等份,在横坐标上,将与升程  $h$  对应的凸轮转角  $\delta_i$  也分成相等的两部分,再将每一部分分为若干等份(图 3-8 中为四等份),横坐标和纵坐标的等分点均标注为 1、2、3、4;把坐标原点  $O$  与纵坐标上的 1、2、3、4 进行连接,得到连线  $01$ 、 $02$ 、 $03$ 、 $04$ ,它们分别与由横坐标上的点 1、2、3、4 所作的垂线相交,将这些交点  $1'$ 、 $2'$ 、 $3'$ 、 $4'$  连接成光滑曲线,即可得到等加速段位移线图。等减速段的位移线图可用同样的方法画出,但是弯曲的方向相反。

等加速等减速运动规律的特点是:加速度在  $A$ 、 $B$ 、 $C$  三处发生有限的突变,因而会在机构中产生有限的冲击,这种冲击为**柔性冲击**。与等速运动规律相比,其冲击程度大为减小。因此,等加速等减速运动规律适用于中速、中载的场合。

### 3. 简谐运动规律(余弦加速度运动规律)

当一质点在圆周上做匀速运动时,它在该圆直径上投影的运动规律称为简谐运动。因其加速度运动曲线为余弦曲线,故也称余弦运动规律,其运动规律运动线图如图3-9所示。

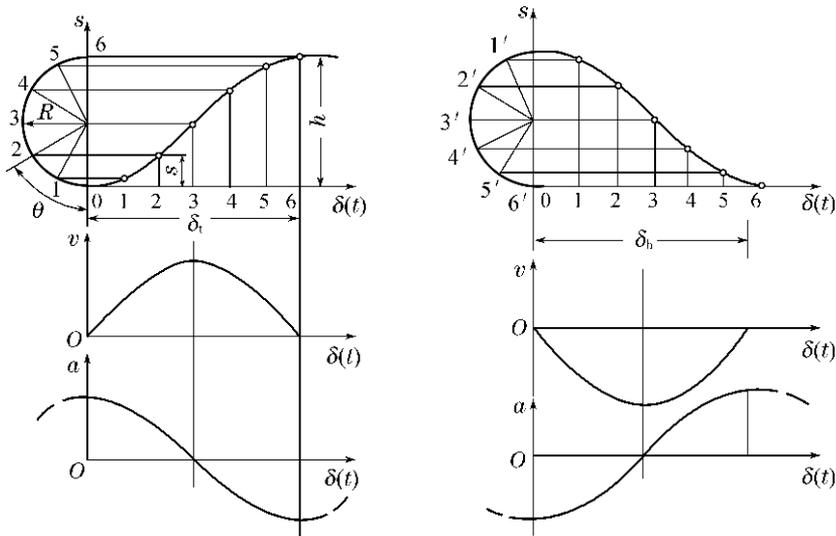


图 3-9 从动件简谐运动规律的线图

简谐运动规律位移线图绘制方法为:以从动件的升程  $h$  作为直径,在纵坐标左侧画半圆并分成若干等份(图 3-9 中为六等份),标注为 1、2、3、4、5、6。在横坐标上,将与升程  $h$  对应的凸轮转角  $\delta_i$  也分成相等的六部分,并过各点分别作垂直于横坐标的垂线。将圆周上的各点投影到上述垂线上,得到相应的垂足。用光滑的曲线将其连接,即可得到加速段简谐运动规律的位移线图。

简谐运动规律的特点是:加速度在行程的始末两点发生有限的突变,故存在柔性冲击,只适用于中速、中载的场合。但当从动件做无停歇的“升—降—升”连续往复运动时,则可得到连续的余弦曲线,运动中完全消除了柔性冲击,这种情况下,可用于高速传动。

### 4. 摆线运动规律(正弦加速度运动规律)

当一圆沿纵轴做匀速纯滚动时,圆周上某定点  $A$  的运动轨迹为一摆线,而定点  $A$  运动时在纵轴上投影的运动规律即为**摆线运动规律**。因其加速度按正弦曲线变化,故又称正弦加速度运动规律,其运动规律运动线图如图 3-10 所示。从动件按正弦加速度规律运动时,在全行程中没有速度和加速度的突变,因此不产生冲击,适用于高速场合。

### 3.2.3 平面凸轮机构从动件组合运动规律

有时为了获得更好的运动特性,还可以把上述四种基本运动组合起来加以应用。组合时,两条曲线在拼接处必须保持连续。如图3-11所示,“等加速—等速—等减速”组合运动规律就可以满足这一要求。此时,加速度线图是不连续的,因此,还存在柔性冲击。

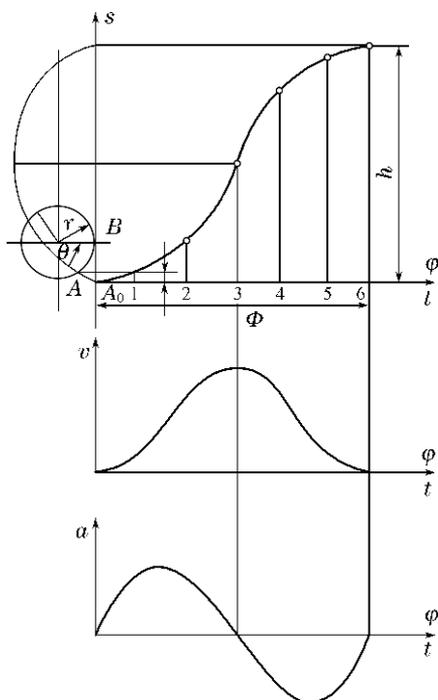


图3-10 从动件摆线运动规律的线图

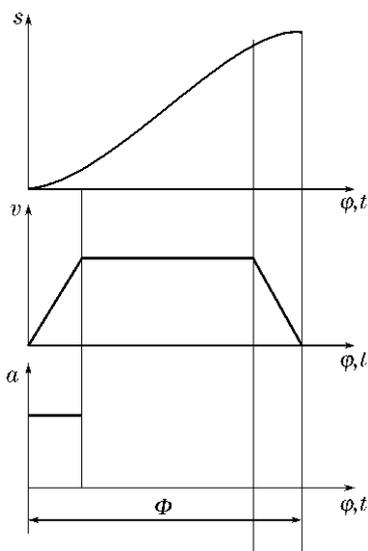


图3-11 凸轮机构从动件组合运动规律的线图

在选择从动件的运动规律时,除了要考虑刚性冲击和柔性冲击外,还应对各种运动规律所具有的最大速度  $v_{\max}$  和最大加速度  $a_{\max}$  及其影响加以比较。

(1) 最大速度  $v_{\max}$  越大,则动量  $mv$  越大。当从动件突然被阻止时,过大的动量会导致极大的冲击力,从而可能导致设备或人员安全事故。因此,当从动件质量较大时,为了减小动量,应尽量选择最大速度  $v_{\max}$  值较小的运动规律。

(2) 最大加速度  $a_{\max}$  越大,则惯性力越大,作用于高副接触处的应力就越大,机构的强度和耐磨性要求也就相应越高。对于高速凸轮,为了减小惯性力的危害,应尽量选择最大加速度  $a_{\max}$  值较小的运动规律。

## 3.3 盘形凸轮轮廓曲线设计(图解法)

根据机器的工作要求,在确定了凸轮机构的类型及从动件的运动规律、凸轮的基圆半径和凸轮的转动方向后,便可开始凸轮轮廓曲线的设计了。凸轮轮廓曲线的设计方

法有图解法和解析法。图解法简单、直观,但精确度有限,只适用于一般场合;对高速和高精度的凸轮,则须用解析法进行设计,本章主要介绍图解法的设计原理及方法。

### 3.3.1 图解法设计凸轮机构的原理

如图 3-12 所示,图解法绘制凸轮轮廓曲线的原理是利用“反转法”,即在整个凸轮机构(凸轮、从动件、机架)上加一个与凸轮角速度  $\omega$  大小相等、方向相反的公共角速度“ $-\omega$ ”,于是凸轮处于相对静止状态,而从动件则与机架(导路)一起以角速度“ $-\omega$ ”绕凸轮轴转动,且从动件仍按原来的运动规律相对导路移动(或摆动)。此时从动件的尖顶始终与凸轮轮廓保持接触,所以从动件在反转行程中,其尖顶的运动轨迹就是凸轮的轮廓曲线。

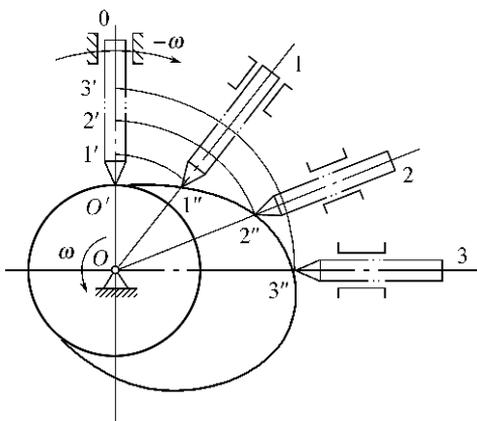


图 3-12 “反转法”设计凸轮轮廓曲线的原理

### 3.3.2 对心直动尖顶从动件盘形凸轮轮廓曲线设计

一对心直动尖顶从动件盘形凸轮,沿逆时针方向回转,其基圆半径  $r_b = 30 \text{ mm}$ ,若从动件的运动规律见表 3-1 所示,试设计该凸轮的轮廓曲线。

表 3-1 对心直动尖顶从动件盘形凸轮的运动规律

凸轮转角	$0^\circ \sim 180^\circ$	$180^\circ \sim 300^\circ$	$300^\circ \sim 360^\circ$
从动件的运动规律	等速上升 30 mm	等加速等减速下降回到原处	停止不动

根据上述反转法的设计原理,该凸轮轮廓曲线可按如下步骤进行:

第一步 选取适当的比例尺,绘制位移线图。

首先,选取适当的长度比例尺在纵坐标上绘制行程,再选取适当的角度比例尺在横坐标上量出相应的长度分别代表推程运动角  $180^\circ$ 、回程运动角  $120^\circ$  和近停程角  $60^\circ$ 。绘制该凸轮机构的运动位移线图,在横坐标上每  $30^\circ$  取一等分点(如图 3-13(a)所示,本凸轮机构共有 10 个等分点,近停程无需取等分点),过等分点分别作垂直于横坐标的垂线,这些垂线与位移曲线相交所得的线段  $11', 22', 33', \dots$ ,即代表相应位置的从动件的位移量。

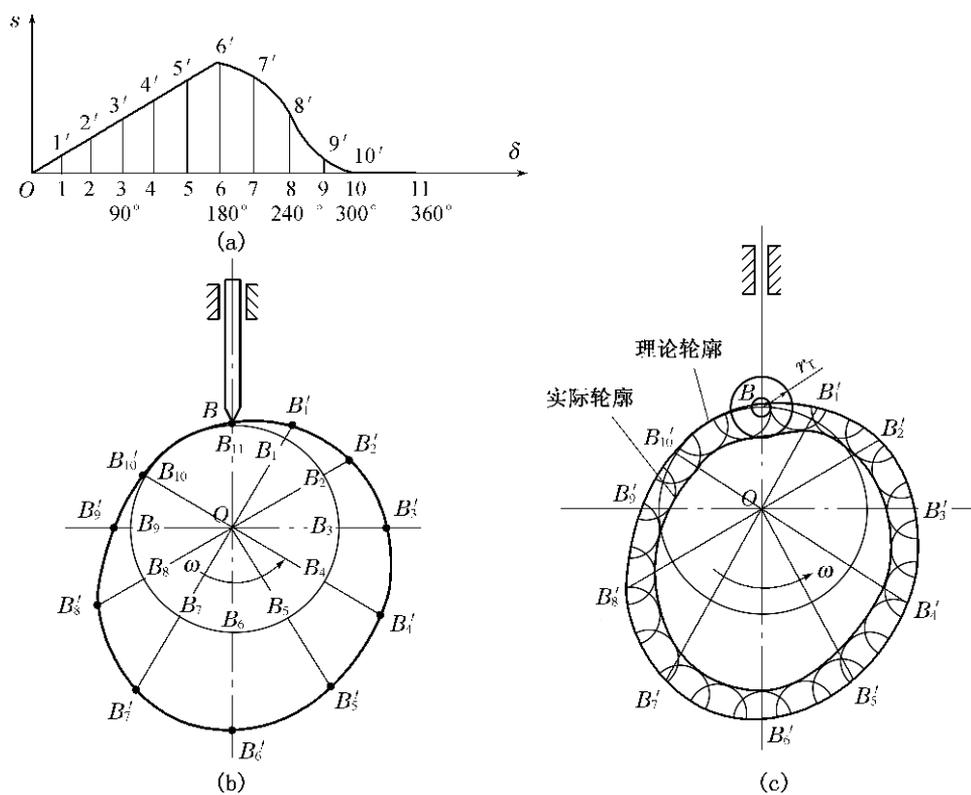


图 3-13 对心直动从动件盘形凸轮轮廓曲线设计

第二步 作基圆,取等分点。

如图 3-13(b)所示,任取一点  $O$  为圆心,以点  $B$  为从动件尖顶的最低点,根据长度比例尺绘制基圆。从  $B$  点开始,按照“ $-\omega$ ”方向,分别取推程运动角、回程运动角和近停程角,并分成与图 3-13(a)对应的相同等分,得到等分点  $B_1, B_2, \dots, B_{10}, B_{11}$  与  $B$  点重合。

第三步 绘制凸轮轮廓曲线。

连接  $OB_1$  并在其延长线上取  $B_1B'_1=11'$  得点  $B'_1$ , 同样在  $OB_2$  延长线上取  $B_2B'_2=22'$ ,  $\dots$ , 直到  $B_9$  点,点  $B_{10}$  与基圆上点  $B'_{10}$  重合。将  $B'_1, B'_2, \dots, B'_{10}$  联接为光滑曲线,即得所求的凸轮轮廓曲线,如图 3-13(b)所示。

若采用滚子从动件,则首先取滚子中心为参考点,将该点看成尖顶从动件的尖顶,按照上述方法绘制出凸轮的轮廓曲线(此时为理论轮廓曲线)。再以该轮廓曲线上各点为圆心,以滚子半径  $r_T$  为半径,画一系列的滚子,最后作这些滚子的内包络线,这便是滚子从动件盘形凸轮机构的实际轮廓曲线(或称工作轮廓曲线),如图 3-13(c)所示。

若采用平底从动件,其轮廓曲线的求法与滚子从动件类似。首先,取平底与导路的交点  $B_0$  作为参考点,把它看作尖顶,运用尖顶从动件凸轮的设计方法求出参考点反转后的一系列位置  $B_1, B_2, B_3, \dots$ ; 其次过这些点画出一系列平底,得到一直线族;最后作此直线族的包络线,便可得到平底凸轮的实际轮廓曲线。由于平底上与实际轮廓曲线相切的点是随机构位置变化的,为了保证所有位置平底都能与轮廓曲线相切,平底左右

两侧的宽度必须分别大于导路至左右最远切点的距离  $b'$  和  $b''$ , 对心直动平底从动件凸轮轮廓曲线的设计如图 3-14 所示。

### 3.3.3 偏置直动尖顶从动件盘形凸轮轮廓曲线设计

图 3-15 所示为偏置直动尖顶从动件盘形凸轮机构, 其从动件导路偏离凸轮回转中心的距离  $e$  称为偏距, 以凸轮轴  $O$  为圆心, 以偏距  $e$  为半径, 所作的圆称为偏距圆。从动件在反转过程中, 其导路的中心线始终与偏距圆相切。过基圆上各分点  $A'_1, A'_2, A'_3, \dots$  分别作偏距圆的切线, 并沿这些切线自基圆向外量取从动件的位移  $AA'_1=11', AA'_2=22', AA'_3=33', \dots$ 。这是与对心直动尖顶从动件盘形凸轮不同的地方, 其余的制图步骤与图 3-13(b) 的作法完全相同。

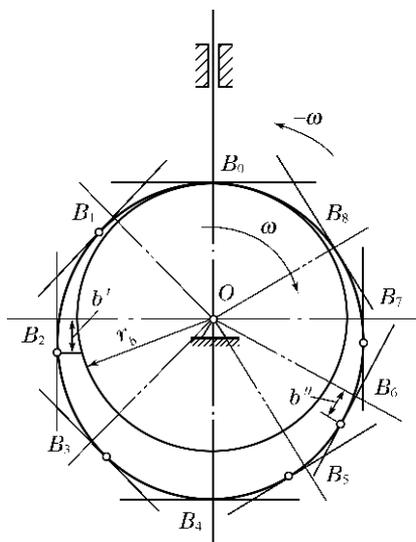


图 3-14 对心直动平顶从动件盘形凸轮轮廓曲线设计

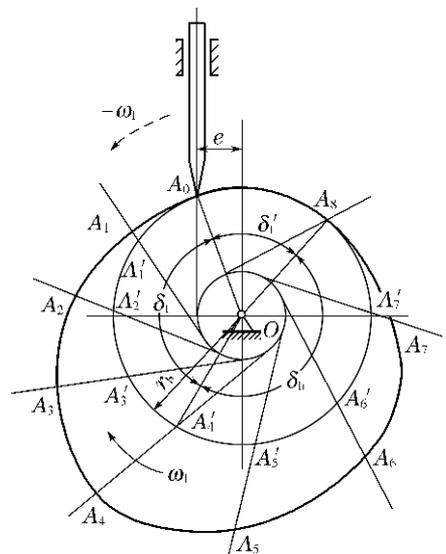


图 3-15 偏置直动尖顶从动件盘形凸轮轮廓曲线设计

## 3.4 平面凸轮机构基本参数的确定

在运用图解法对盘形凸轮机构的轮廓曲线进行设计的过程中, 其基圆半径  $r_b$ 、直动从动件的偏距  $e$  和滚子半径  $r_r$  都是预先给定的。本节将从凸轮机构的传动效率、运动是否失真、结构是否紧凑等方面, 对这些基本参数加以研究和讨论。

### 3.4.1 平面凸轮机构压力角的确定

#### 1. 平面凸轮机构压力角与自锁的关系

在图 3-16 所示的凸轮机构中,  $F_Q$  为作用在从动件上的载荷。凸轮和从动件在  $B$

点接触,当不考虑摩擦时,凸轮作用于从动件上的驱动力  $F_n$  是沿轮廓线上  $B$  点的法线  $n-n$  方向传递的。将力  $F_n$  分解为  $F'$  和  $F''$  两个分力,其中  $F'$  能推动从动件克服载荷  $F_Q$  及导路间的摩擦力向上移动,是有效分力; $F''$  垂直于运动方向,它使从动件紧压在导路上而产生摩擦力,是有害分力。 $F'$  和  $F''$  的大小分别为:

$$F' = F_n \cos \alpha, F'' = F_n \sin \alpha.$$

$$\begin{cases} F' = F_n \cos \alpha (\text{有效分力}) \\ F'' = F_n \sin \alpha (\text{有害分力}) \end{cases} \quad (3-1)$$

式中的  $\alpha$  是凸轮对从动件的法向力  $F_n$  的方向与从动件上受力点的速度  $v$  之间所夹的锐角,称为从动件在该位置时的压力角。由式(3-1)可知:压力角  $\alpha$  越大,有害分力  $F''$  越大,有效分力  $F'$  越小,对传力越不利,机构的效率越低。当压力角大到一定程度时,不论作用力  $F_n$  有多大,都不能推动从动件运动,即机构产生自锁现象。因此,压力角的大小是衡量凸轮机构传力性能好坏的重要参数之一。

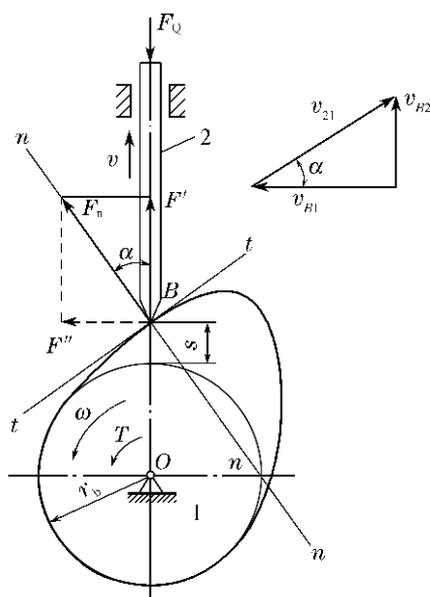


图 3-16 平面凸轮机构的压力角

## 2. 平面凸轮机构压力角与基圆半径的关系

如图 3-16 所示,在从动件与凸轮的接触点  $B$  处,假设凸轮上  $B$  点的速度为  $v_{B1}$ ,方向垂直于  $OB$ ;从动件上  $B$  点的速度方向沿导路方向、垂直于  $OB$ 。其中, $v_{B1} = \omega(r_b + s)$ ;  $v_{B2} = v$ 。由于凸轮和从动件始终保持接触,所以从动件与凸轮在  $B$  点的相对速度为  $v_{21}$ (沿切线  $t-t$  方向),且满足: $v_{B2} = v_{B1} + v_{21}$ ,由速度三角形可得:

$$\tan \alpha = \frac{v_{B2}}{v_{B1}} = \frac{v}{\omega(r_b + s)} \quad (3-2)$$

当给定平面凸轮从动件的运动规律后, $\omega$ 、 $s$  和  $v$  均为已知。由式(3-2)可知:增大基圆半径  $r_b$ ,可以减小压力角  $\alpha$ ,从而改善机构的传力性能,但凸轮的外廓尺寸也将随之增大。所以考虑到凸轮尺寸的影响,压力角并非越小越好。

平面凸轮压力角的大小应根据传力性能和凸轮尺寸要求进行综合考量,其选择的原则是:在传力许可的条件下,尽量取较大的压力角,即选择较小的基圆半径  $r_b$ 。为了保证凸轮机构工作可靠,通常把最大压力角限制在一定的数值之内,该数值称为许用压力角,用  $[\alpha]$  表示, $\alpha_{\max} \leq [\alpha]$ 。根据实践经验和分析,许用压力角  $[\alpha]$  推荐如下:

① 直动从动件在推程时, $[\alpha] = 30^\circ \sim 38^\circ$ 。对于滚子从动件凸轮,当润滑和支承刚性较好时,可取上述值的上限,否则取下限。

② 摆动从动件在推程时, $[\alpha] = 35^\circ \sim 45^\circ$ 。

③ 回程时,特别是对于力锁合型凸轮机构,从动件在由弹簧力或重力作用下返回,无自锁问题,因此,许用压力角  $[\alpha] = 70^\circ \sim 80^\circ$ 。

④ 对于平底从动件凸轮机构,凸轮对从动件的法向作用力始终与从动件的速度方

向平行,故压力角恒等于 $0^\circ$ ,机构的传力性能最好。

### 3. 平面凸轮机构压力角与从动件位置的关系

如图 3-17 所示,当对心从动件倾斜一个 $\beta$ 角时,即成为偏置从动件凸轮机构。以 $\alpha$ 和 $\alpha'$ 分别表示对心和偏置从动件的压力角,则从动件倾斜前后的压力角有如下关系:

$$\alpha' = \alpha \pm \beta \quad (3-3)$$

式(3-3)中,正负号取决于从动件速度 $v$ 与凸轮圆周速度 $u$ 之间夹角的大小。夹角为钝角时,取正号,反之则取负号,即 $u$ 与 $v$ 夹锐角时压力角减小, $u$ 与 $v$ 夹钝角时则压力角增大。

### 4. 平面凸轮机构压力角的校核

平面凸轮机构的最大压力角 $\alpha_{\max}$ 一般出现在理论轮廓线上较陡或从动件获得较大速度时那个点的轮廓附近。校核压力角时可在此选若干个点,然后作这些点的法线和相应的从动件运动方向线,量出它们之间的夹角,检验是否满足 $\alpha_{\max} \leq [\alpha]$ 的要求。图 3-18 所示是用角度尺测量压力角的简易方法。

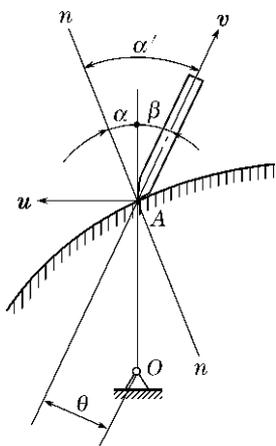


图 3-17 平面凸轮机构压力角与从动件位置的关系

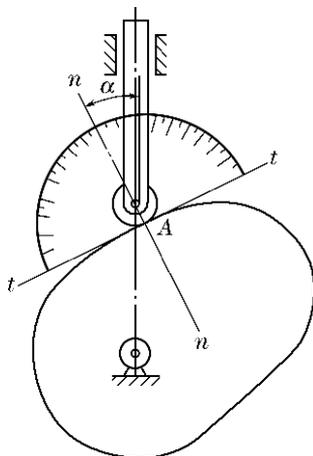


图 3-18 用角度尺测量凸轮的压力角

若最大压力角 $\alpha_{\max}$ 超过许用值较多,则应适当加大凸轮的基圆半径,再重新设计凸轮的轮廓曲线;如不便加大凸轮的尺寸,可采用偏置的办法重新设计凸轮轮廓曲线。

**【例 3-1】** 如图 3-19(a)所示的凸轮机构中,已知偏心圆盘为凸轮实际轮廓,其余尺寸如图, $\mu=0.001 \text{ m/mm}$ 。求:(1)基圆半径 $r_b$ ; (2)图示位置凸轮机构的压力角 $\alpha$ ; (3)凸轮由图示位置转 $60^\circ$ 后,从动件的移动距离 $s$ 。

**解 第一步** 如图 3-19(b)所示,以 $O$ 为圆心,以 $OB$ 为半径,作圆;延长 $OA$ 与该圆相交于 $B_0$ 。 $AB_0$ 即为该凸轮机构的基圆半径 $r_b$ 。

**第二步** 延长 $OB$ 直线与从动件的导路方向所夹的锐角为凸轮机构的压力角 $\alpha$ 。

**第三步** 延长 $AB$ 直线并绕 $A$ 点沿逆时针方向(与凸轮转向相反)旋转 $60^\circ$ 与第(1)所作的圆相交于 $B_1$ ;再以 $A$ 为圆心,以 $AB_1$ 半径,作圆弧与第(1)所作的圆相交于

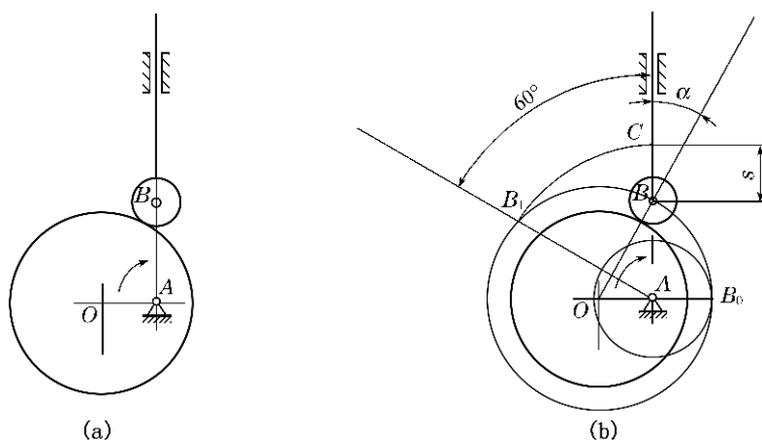


图 3-19 【例 3-1】附图

C点,BC即为凸轮自图示位置转 $60^\circ$ 后,从动件的移动距离 $s$ 。

### 3.4.2 平面凸轮机构基圆半径的确定

基圆半径 $r_b$ 是平面凸轮机构的主要参数,它对凸轮机构的结构尺寸、运动和受力性能都有非常重要的影响。如果对凸轮机构的尺寸没有特别严格的要求,可将基圆半径选大一些,以利于改善机构的传力性能减轻磨损且减小凸轮轮廓曲线的制造误差。

(1) 如果要求凸轮尺寸紧凑,可将凸轮与轴做成一体(凸轮轴),此时基圆半径应略大于轴的半径:

$$r_b = r + r_T + (2 \sim 5) \text{ mm} \quad (3-4)$$

(2) 如果需要单独制造凸轮,然后再装配在轴上,则凸轮的基圆半径为:

$$r_b = (1.5 \sim 2)r + r_T + (2 \sim 5) \text{ mm} \quad (3-5)$$

两式中  $r$ ——轴的半径(mm)

$r_T$ ——从动件滚子的半径(mm)

若为尖顶从动件凸轮机构,则上两式中 $r_T$ 可忽略不计。这是一种较为简便、实用的确定方法。确定基圆半径 $r_b$ 后,再对所设计的凸轮机构轮廓的压力角进行校核。

### 3.4.3 平面凸轮机构滚子半径的确定

对于滚子或平底从动件凸轮机构,如果滚子或平底的尺寸选择不当,将无法保证凸轮的实际轮廓能准确地实现预期的运动规律,这就会造成运动失真现象。若外凸的凸理论轮廓曲线的最小曲率半径为 $\rho_{\min}$ ,从动件滚子的半径为 $r_T$ :

(1) 当 $\rho_{\min} > r_T$ 时,则有 $\rho_{b\min} = \rho_{\min} - r_T > 0$ ,实际轮廓为一光滑曲线(如图3-20(a))。

(2) 当 $\rho_{\min} < r_T$ 时,则有 $\rho_{b\min} = \rho_{\min} - r_T < 0$ ,按照包络原理画出的实际轮廓将出现交叉现象(如图3-20(b)),相交部分的轮廓曲线在实际制造时将被切去,致使局部无法实现预期的运动规律。

(3) 当 $\rho_{\min} = r_T$ 时,则有 $\rho_{b\min} = \rho_{\min} - r_T = 0$ ,凸轮实际轮廓就会产生尖点(如图3-20(c)),这样的凸轮在工作时,尖点处的接触应力很大,易于磨损,当凸轮工作一段时间后

也会引起运动失真。为此,设计时应保证凸轮实际轮廓的最小曲率半径不小于 3~5 mm,即:

$$\rho_{\text{bmin}} = \rho_{\text{min}} - r_{\text{T}} \geq (3 \sim 5) \text{mm} \quad (3-6)$$

如图 3-20(d)所示,对于内凹的凸轮理论轮廓曲线,其实际轮廓线的曲率半径  $\rho_{\text{bmin}}$  为:

$$\rho_{\text{bmin}} = \rho_{\text{min}} + r_{\text{T}} \quad (3-7)$$

此时,无论滚子半径  $r_{\text{T}}$  的大小如何,其实际廓线都不会变尖或交叉。

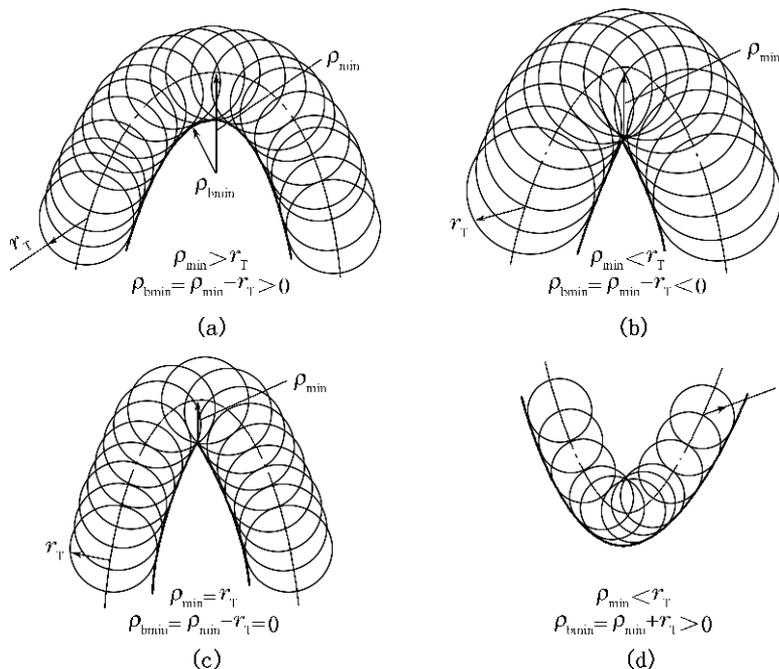


图 3-20 平面凸轮机构滚子半径的确定

对于平底从动件凸轮机构,则要选取足够的平底长度,以保证平底始终能与凸轮轮廓接触。

拓展知识 

平面凸轮机构的速度分析(速度瞬心法)

**【例 3-2】** 如图 3-21 所示,平底从动件凸轮机构中,各构件的尺寸已知,凸轮的转动角速度为  $\omega_1$ ,试求图示位置从动件 2 的线速度  $v_2$ 。

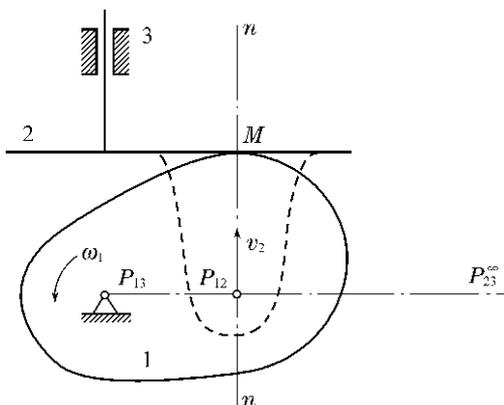


图 3-21 【例 3-2】附图

**解** 第一步 根据速度瞬心的定义,利用直接观察法,可以判断出  $P_{13}$  位于凸轮的回转中心处,  $P_{23}$  位于与凸轮从动件导路相垂直的无穷远处,  $P_{12}$  应当位于凸轮与平底从动件接触点  $M$  处的公法线上。

第二步 过  $M$  点作凸轮轮廓与平底从动件的公法线  $n-n$ , 再过  $P_{13}$  作从动件导路方向的垂线  $P_{13}P_{23}$ , 两条直线的交点即为凸轮 1 与平底从动件 2 的相对速度瞬心  $P_{12}$ 。

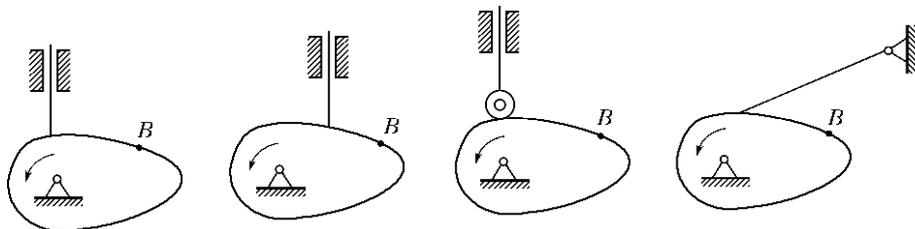
由此,可得到:

$$v_2 = \overline{P_{13}P_{12}} \cdot \omega_1$$



### 思考题

- 3-1 什么是凸轮机构传动中的刚性冲击和柔性冲击?
- 3-2 滚子从动件盘形凸轮机构中凸轮的理论轮廓曲线与实际轮廓曲线存在怎样的关系? 两者是否相似?
- 3-3 什么是凸轮机构的压力角? 为什么要规定许用压力角?
- 3-4 对于直动从动件盘形凸轮机构,欲减小推程压力角,有哪些常用的措施?
- 3-5 什么情况下,凸轮机构可能会出现运动失真的现象? 当出现运动失真现象时,应考虑哪些方法来消除?
- 3-6 用作图法求出下列各凸轮从如图所示的位置转到  $B$  点而从动件接触时凸轮的转角。



思考题 3-6 附图

3-7 判断题

- (1) 凸轮机构为高副机构,易于磨损,所以通常多用于传力不大的控制机构。
- (2) 凸轮机构的优点是只需设计适当的凸轮轮廓,便可使从动件得到所需的运动规律。
- (3) 凸轮机构中,从动件做等速运动规律的原因是凸轮做等速转动。
- (4) 凸轮机构的等加速等减速运动规律,是指从动件先做等加速上升,然后再做等减速下降。
- (5) 滚子从动件盘形凸轮的實際轮廓曲线是理论轮廓曲线的等距曲线。
- (6) 平底直动从动件盘形凸轮机构的压力角始终等于零。
- (7) 在直动从动件盘形凸轮机构中,若从动件运动规律不变,增大基圆半径,则压力角将减小。
- (8) 在滚子直动从动件盘形凸轮机构中,改变滚子的大小对从动件的运动规律无影响。

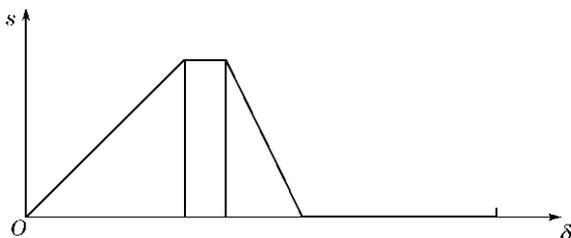
3-8 选择题

- (1) 与连杆机构相比,凸轮机构最大的缺点是\_\_\_\_\_。
  - A. 惯性力难于平衡
  - B. 点、线接触,易磨损
  - C. 设计较为复杂
  - D. 不能实现间歇运动
- (2) 在从动件运动规律不变的情况下,对于直动从动件盘形凸轮机构,若缩小凸轮的基圆半径,则压力角\_\_\_\_\_。
  - A. 保持不变
  - B. 减小
  - C. 增大
  - D. 不确定
- (3) 凸轮机构中从动件做等加速等减速运动时,将产生\_\_\_\_\_冲击。
  - A. 刚性
  - B. 柔性
  - C. 无刚性也无柔性
  - D. 挠性
- (4) 理论廓线相同而实际廓线不同的两个对心直动滚子从动件盘形凸轮,其推杆的运动规律是\_\_\_\_\_。
  - A. 相同的
  - B. 不相同的
  - C. 相似
  - D. 不确定
- (5) 对于转速很高的凸轮机构,为了减小冲击,其推杆的运动规律最好采用\_\_\_\_\_。
  - A. 等速运动
  - B. 等加等减速运动
  - C. 正弦加速度运动
  - D. 余弦加速度运动
- (6) 凸轮机构若发生自锁,则其原因是\_\_\_\_\_。
  - A. 驱动力矩不够
  - B. 压力角太大
  - C. 压力角太小
- (7) 设计凸轮机构时,凸轮的轮廓曲线形状取决于从动件的\_\_\_\_\_。
  - A. 运动规律
  - B. 运动形式
  - C. 结构形状
- (8) 为防止滚子从动件运动失真,滚子半径必须\_\_\_\_\_凸轮理论廓线的最小曲率半径。
  - A. 小于
  - B. 大于
  - C. 大于或等于



## 习 题

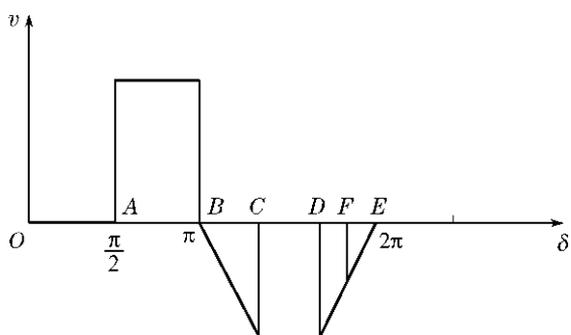
3-1 试标出如图所示凸轮运动位移线图行程  $h$ 、推程运动角  $\delta_t$ 、远停程角  $\delta_s$ 、回程运动角  $\delta_h$  和近停程角  $\delta'_s$ 。



习题 3-1 附图

3-2 凸轮机构中,已知从动件的速度曲线如图所示,它由 4 段直线组成。试求:

- (1) 试画出从动件的加速度曲线图;
- (2) 判断哪几个位置有冲击存在,是柔性冲击还是刚性冲击?



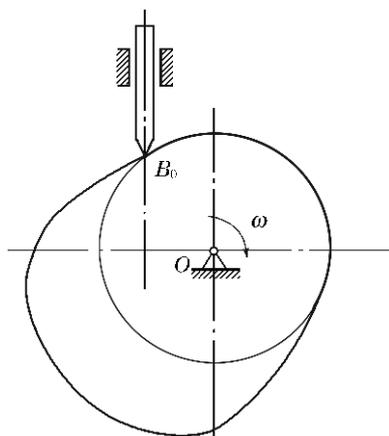
习题 3-2 附图

3-3 设计一尖顶对心直动从动件盘形凸轮机构。已知凸轮顺时针匀速转动,基圆半径  $r_{\min} = 40 \text{ mm}$ ,从动件升程  $h = 120 \text{ mm}$ ,从动件的运动规律如表中所示。试用作图法绘出其运动线图  $s-t$ 、 $v-t$ 、 $a-t$ ,并绘出凸轮的轮廓。

习题 3-3 附表

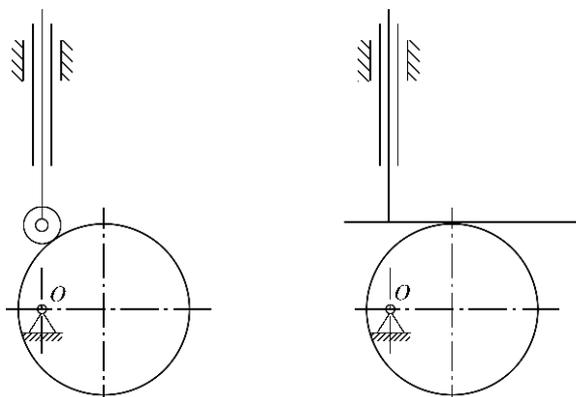
$\delta(^{\circ})$	0~90	90~180	180~240	240~360
运动规律	等速上升	停止	等加速等减速下降	停止

3-4 在图示的凸轮机构中,试画出凸轮从图示位置转过  $60^{\circ}$  后从动件的位置及从动件的位移  $s$ 。



习题 3-4 附图

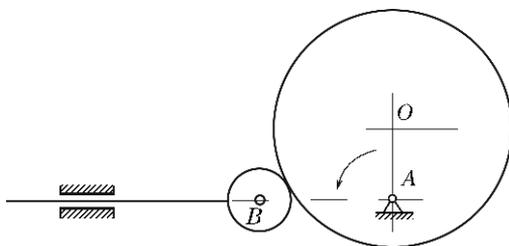
3-5 图示为两种不同从动件形式的凸轮机构,若它们具有完全相同的实际轮廓曲线,试指出这两种机构的从动件的运动规律是否相同,并在图中画出它们在图示位置的压力角。



习题 3-5 附图

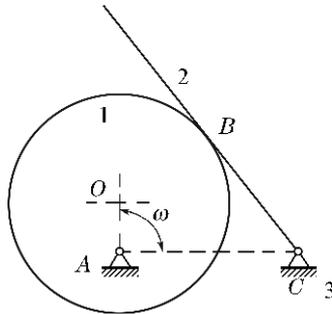
3-6 在图示凸轮机构中,已知凸轮的实际轮廓为一偏心圆盘,试求(写出作图步骤,保留各作图线):

- (1) 基圆半径  $r_b$ ;
- (2) 图示位置凸轮机构压力角  $\alpha$ ;
- (3) 凸轮由图示位置转  $90^\circ$ 后,推杆移动距离  $s$ 。



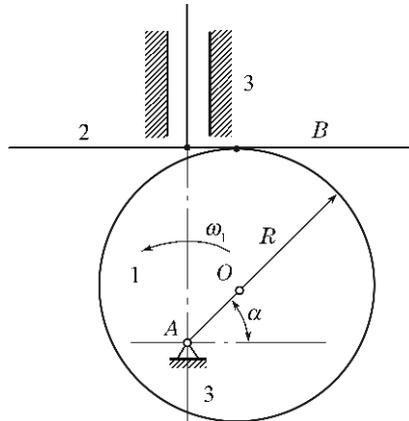
习题 3-6 附图

3-7 在图示凸轮机构中,已知偏心圆凸轮半径  $R=50$ ,图中  $OA=22$ ,  $AC=80$ ,凸轮 1 的角速度  $\omega_1=10 \text{ rad/s}$ ,逆时针转动,试用速度瞬心法求从动件 2 的角速度  $\omega_2$ 。



习题 3-7 附图

3-8 在图示圆形凸轮机构中,已知偏心圆的半径  $R=50$ ,图中  $AO=20$ ,凸轮的角速度  $\omega_1=10 \text{ rad/s}$ ,试求当  $\alpha=0^\circ$ 、 $45^\circ$  和  $90^\circ$  时,从动件 2 的速度  $v_2$ 。



习题 3-8 附图

## 第 4 章

# 齿轮机构及其设计



### 学习目标

了解齿轮机构的应用、分类及齿廓的切制原理等,理解渐开线齿廓啮合的基本原理、传动过程及其特点,掌握齿轮机构的受力分析、强度计算及其结构设计。



### 单元概述

齿轮机构是现代机械中应用最为广泛的一种传动机构,它通过轮齿的啮合,传递空间任意两轴之间的运动和动力。本章的重点包括渐开线齿廓及其啮合原理、渐开线齿轮的基本参数及其正确啮合条件、渐开线齿廓的加工方法及根切现象等;难点包括齿轮机构的受力分析及强度计算、齿轮机构的结构设计等。

## 4.1 齿轮机构的应用及分类

### 4.1.1 齿轮机构的应用及其特点

#### 微课4-1



论识齿轮  
机构

齿轮机构在机械中占据极其重要的地位,世界上第一个利用齿轮做成的机械装置就是钟表。如图 4-1 所示,机械表的主传动系统一般都采用齿轮机构,齿轮除了能把能源装置的力矩输送至擒纵调速器,以维持振动系统做不衰减的振动外,还把擒纵轮的转角按一定的比例关系传递到秒轮、分轮和时轮,使指针机构指示出正确的时刻、日期或星期。



图 4-1 机械表机芯的齿轮机构

以图4-2所示的双钻孔夹具为例,当搬动操作手柄时,齿轮的转动带动齿条(轴套)平移,使钻头进给。由于扇形齿轮的啮合作用,使另一套机构同时动作,故可同时钻出互成 $90^\circ$ 的双孔来。

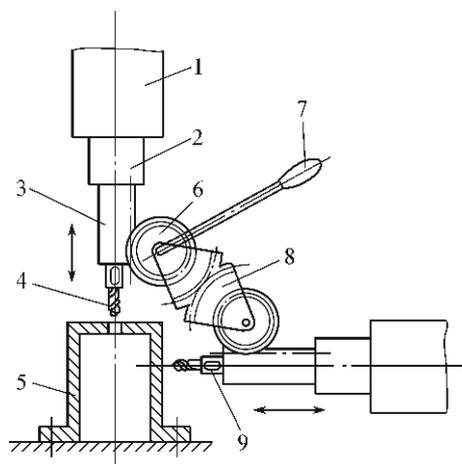


图4-2 双钻孔夹具机构

1—传动头;2—轴外套;3—带齿条的轴套;4—钻头;5—工件;  
6—齿轮;7—操作手柄;8—扇形齿轮;9—钻夹。

齿轮机构是通过轮齿的啮合来实现传动要求的,其特点是:传动比稳定、工作可靠、效率高、寿命较长,适用的圆周速度和功率范围较广。

### 4.1.2 齿轮机构的分类

按照两轴间的相对位置,齿轮机构可分为平面齿轮机构和空间齿轮机构。

#### 1. 平面齿轮机构

平面齿轮机构的特点是:相互啮合的两齿轮轴线平行(或端面平行)、做相对的平面运动,如直齿圆柱齿轮、齿轮齿条、平行轴斜齿圆柱齿轮和人字齿轮等,其形式如图4-3(a)~(e)所示。

#### 2. 空间齿轮机构

空间齿轮机构的特点是:相互啮合的两齿轮轴线既不平行,也不相交,做相对的空间运动,如锥齿轮、交错轴斜齿轮和蜗杆蜗轮等,其形式如图4-3(f)~(i)所示。

以上各类齿轮均是具有恒定传动比的机构,齿轮的基本几何形状也均为圆形。在一些特殊场合下,当主动轮做等角速度转动时,要求从动件按一定的规律做变角速度转动,此时需采用非圆形齿轮传动。

此外,按齿轮齿廓曲线不同,又可分为渐开线齿轮、摆线齿轮和圆弧齿轮等,其中渐开线齿轮应用最广。

动画4-01



外啮合齿轮

动画4-02



内啮合齿轮

动画4-03



齿轮与齿条

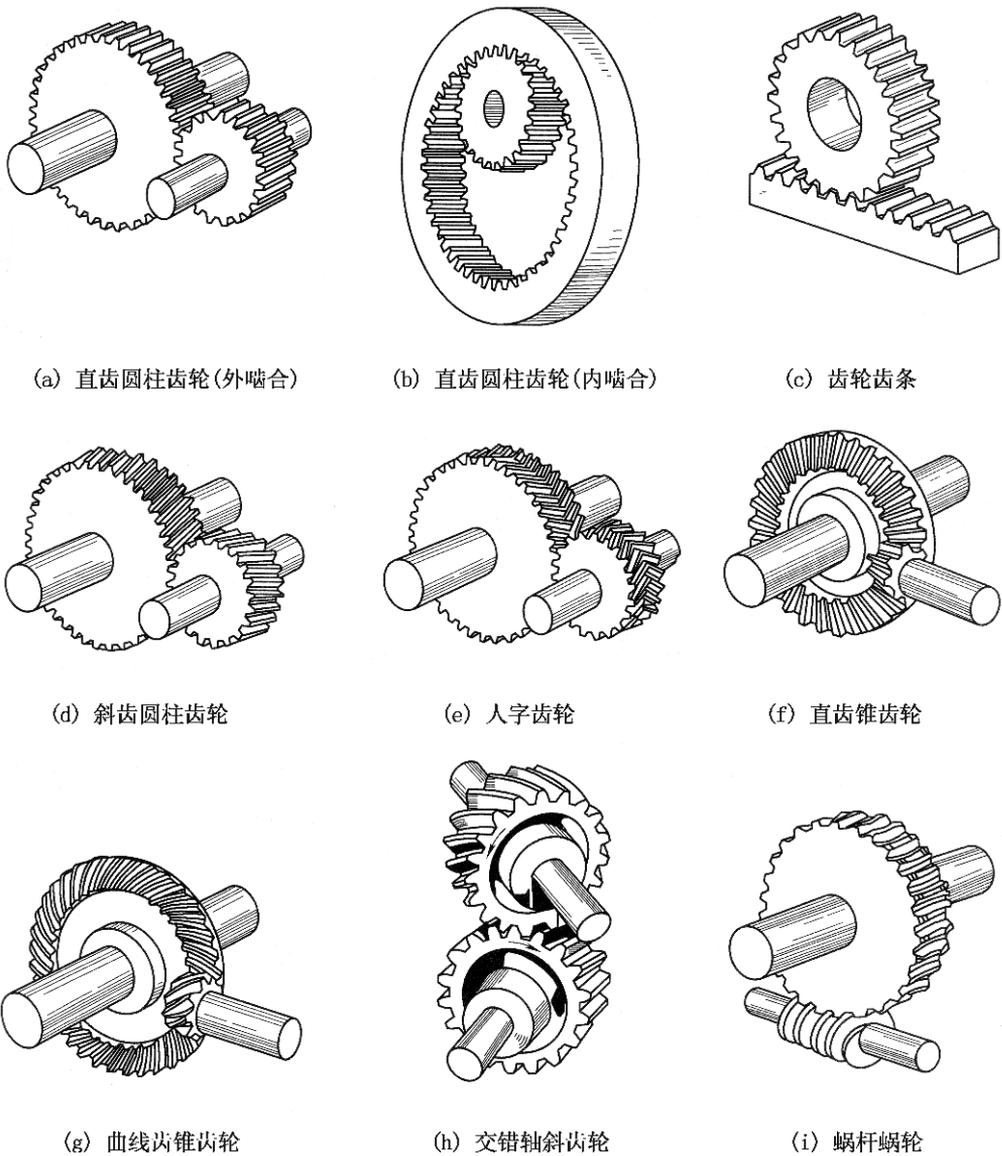


图 4-3 齿轮机构的分类

## 4.2 渐开线齿廓及其啮合特性

齿轮机构靠齿轮轮齿的齿廓相互推动,在传递运动和动力时,如何保证瞬时传动比恒定以减小惯性力,得到平稳传动,其齿廓的形状是关键因素。渐开线齿廓能满足瞬时传动比恒定,且制造方便,安装要求低,而应用最为普遍。

### 4.2.1 渐开线及其基本性质

如图4-4所示,当一条直线 $L$ 沿一圆周做纯滚动时,直线上任一点 $K$ 的轨迹称为该圆的渐开线,简称渐开线。这个圆称为基圆,其半径用 $r_b$ 表示;直线 $L$ 称为渐开线的发生线。由渐开线的形成过程可知它具有以下特性:

(1) 因发生线沿基圆做纯滚动,所以发生线 $L$ 在基圆上滚过的一段长度等于基圆上被滚过的一段弧长,即: $\overline{NK} = \widehat{NC}$ 。

(2) 当发生线 $L$ 在基圆上做纯滚动时,切点 $N$ 为其速度瞬心,所以发生线上点 $K$ 的速度方向与渐开线在该点的切线方向一致,即发生线 $L$ 就是渐开线在该点 $K$ 的法线。又因发生线总是和基圆相切,故可以得出结论:渐开线上任一点的法线必切于基圆。

(3) 可以证明:发生线与基圆的切点 $N$ 也是渐开线在点 $K$ 的曲率中心,而线段 $NK$ 是相应的曲率半径。由图4-4可知:渐开线离基圆越远,其曲率半径越大,即渐开线越平直,渐开线在基圆上的起始点处的曲率半径为零。

(4) 渐开线齿廓上作一点的法线(压力方向线 $NK$ )与该点速度方向线( $v_K$ )所夹的锐角,称为该点的压力角 $\alpha_K$ ,由几何关系可推出:

$$\alpha_K = \arccos \frac{r_b}{r_K} \quad (4-1)$$

式(4-1)表明:渐开线上各点压力角的大小随点 $K$ 的位置而异,点 $K$ 离圆心越远,压力角越大;反之,压力角越小,基圆上点的压力角为零。

(5) 渐开线的形状取决于基圆半径的大小。如图4-5所示,基圆半径越大,渐开线越趋平直,当基圆半径为无穷大时,渐开线就变成一条与发生线垂直的直线,它就是渐开线齿条的齿廓。

(6) 基圆以内无渐开线。

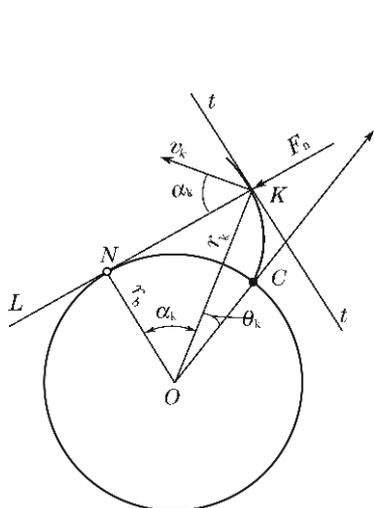


图4-4 渐开线的形成

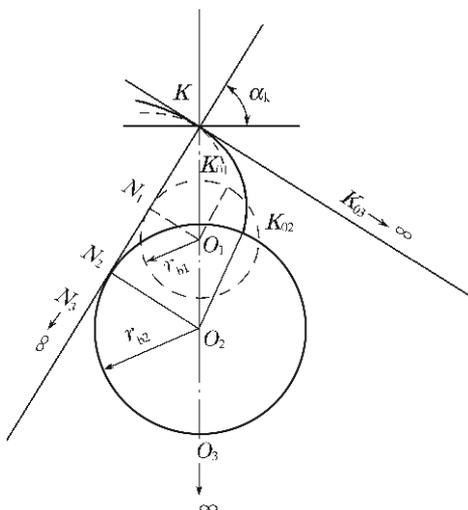


图4-5 基圆的大小对渐开线形状的影响

### 4.2.2 渐开线的啮合特性

#### 1. 渐开线齿廓啮合定律

两相互啮合的齿廓  $E_1$  和  $E_2$  在  $K$  点接触(如图 4-6(a)所示),过  $K$  点作两齿廓的公法线  $n-n$ ,它与连心线  $O_1O_2$  的交点  $C$  称为节点。以  $O_1$ 、 $O_2$  为圆心,以  $O_1C(r'_1)$ 、 $O_2C(r'_2)$  为半径所作的圆称为节圆,因两齿轮的节圆在  $C$  点处做相对纯滚动( $C$  点实际上是齿轮  $E_1$  和  $E_2$  的相对速度瞬心),由此可推得:

$$i = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{O_2C}{O_1C} = \frac{r'_2}{r'_1} \quad (4-2)$$

一对传动齿轮的瞬时角速度与其连心线被齿廓接触点的公法线所分割的两线段长度成反比,这个定律称为齿廓啮合定律。由此可以推论,欲使两齿轮瞬时传动比恒定不变,过接触点所作的公法线都必须与连心线交于一定点。

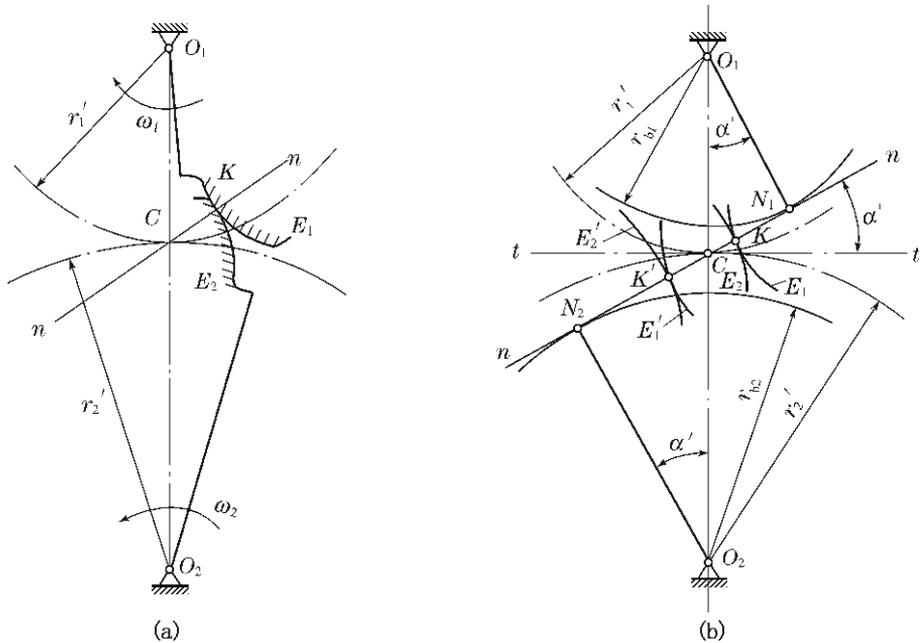


图 4-6 渐开线齿轮的啮合特性

#### 2. 满足瞬时传动比恒定

一对相互啮合的齿轮,其渐开线齿廓在任意点  $K$  接触(如图 4-6(b)),可证明其瞬时传动比恒定。

过  $K$  点作两齿廓的公法线  $n-n$ ,它与连心线  $O_1O_2$  交于  $C$  点。由渐开线的特性可以推知齿廓上各点法线切于基圆,则齿廓的公法线必为两基圆的内公切线  $N_1N_2$ ,  $N_1N_2$  与连心线  $O_1O_2$  交于定点  $C$ 。

由  $\triangle N_1O_1C \sim \triangle N_2O_2C$ , 可得到:

$$i = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{O_2C}{O_1C} = \frac{r_{b2}}{r_{b1}} \quad (4-3)$$

式(4-3)表明:渐开线齿轮的传动比等于两基圆半径的反比。在讨论一对齿轮传动时,下标1代表主动齿轮,下标2代表从动齿轮。

### 3. 中心距可分性

当一对渐开线齿轮制成后,其基圆半径即为定值。这对渐开线齿轮啮合时,即使两齿轮的中心距稍有改变,其角速度之比仍保持原值不变,这种性质称为渐开线齿轮传动的中心距可分性。

在实际应用中,由于制造和安装误差或轴承磨损等难以避免的原因,常常导致相互啮合的一对齿轮的中心距发生微小的改变,根据这一特性就能保证齿轮具有良好的传动性能,这也是渐开线齿轮得以获得广泛应用的原因之一。

### 4. 啮合线和啮合角保持不变

在齿轮传动过程中,其齿廓接触点的轨迹称为**啮合线**。对于渐开线齿轮,无论在哪一点啮合,过接触点所作的齿廓公法线总是两基圆的内公切线  $N_1N_2$ 。因此,渐开线齿轮的啮合线  $N_1N_2$  是一条固定不变的直线。

此外,过节点  $C$  作两节圆的公切线  $t-t$ ,它与啮合线  $N_1N_2$  间的夹角称为**啮合角**,用  $\alpha'$  表示。由图 4-6(b)可知:渐开线齿轮传动中的啮合角也是固定不变的。两齿廓在节点接触时, $t-t$  就是节圆上接触点的线速度方向, $N_1N_2$  就是接触点的正压力方向,因此,啮合角  $\alpha'$  永远等于节圆上的压力角。

当不计齿间的摩擦力时,齿廓间的正压力始终沿接触点的公法线方向作用,即正压力方向始终保持不变。当一对渐开线齿轮传递的功率和两轮齿的转速为定值时,则传递的力矩为定值,那么齿廓间的正压力方向和大小均不变,齿轮传动平稳,这也是渐开线齿轮传动的另一个优点。

## 4.3 渐开线齿轮的基本参数

### 4.3.1 渐开线齿轮的各部分结构及名称

图 4-7 所示为一渐开线直齿外齿轮的一部分,每个轮齿两侧是形状相同而方向相反的渐开线齿廓曲线(简称齿廓),渐开线齿轮齿廓各部分的名称及符号如下:

#### 1. 基圆

生成齿轮渐开线齿廓的圆称为**基圆**,其半径和直径分别用  $r_b$  和  $d_b$  表示。

#### 2. 齿顶圆和齿根圆

齿轮上每一个用于啮合的凸起部分均称为**轮齿**,所有轮齿的顶端都在同一圆周上,这个过齿轮各轮齿顶端的圆称为**齿顶圆**,其半径和直径分别用  $r_a$  和  $d_a$  表示。

齿轮上两相邻轮齿之间的空间称为**齿槽**,所有轮齿之间的齿槽底部也都在同一圆

周上,这个过齿轮各齿槽底部的圆称为**齿根圆**,其半径和直径分别用  $r_f$  和  $d_f$  表示。

### 3. 齿厚、齿槽宽和齿距

在任意半径的圆周上,轮齿的弧线长和齿槽的弧线长分别称为该圆上的齿厚和齿槽宽,分别用  $s_K$  和  $e_K$  表示。该圆上相邻两齿同侧齿廓之间的弧长称为该圆上的齿距,用  $P_K$  表示,且有:  $P_K = s_K + e_K$ 。

### 4. 分度圆

为了确定齿轮各部分的几何尺寸,在齿轮的齿顶圆和齿根圆之间,取一个圆作为计算齿轮各部分几何尺寸的基准,该圆称为**分度圆**,其半径和直径分别用  $r$  和  $d$  表示。分度圆上的齿厚、齿槽宽和齿距称为该齿轮的齿厚、齿槽宽和齿距,分别用  $s$ 、 $e$  和  $P$  表示,亦有:  $P = s + e$ 。

### 5. 齿顶高、齿根高和全齿高

分度圆把轮齿分为两部分,介于分度圆和齿顶圆之间的部分称为**齿顶**,其径向高度称为**齿顶高**,用  $h_a$  表示;介于分度圆和齿根圆之间的部分称为**齿根**,其径向高度称为**齿根高**,用  $h_f$  表示;齿顶圆和齿根圆之间的径向高度称为**全齿高**,用  $h$  表示,故有:  $h = h_a + h_f$ 。

### 6. 齿宽

轮齿两个端面之间的距离称为**齿宽**,用  $b$  表示。

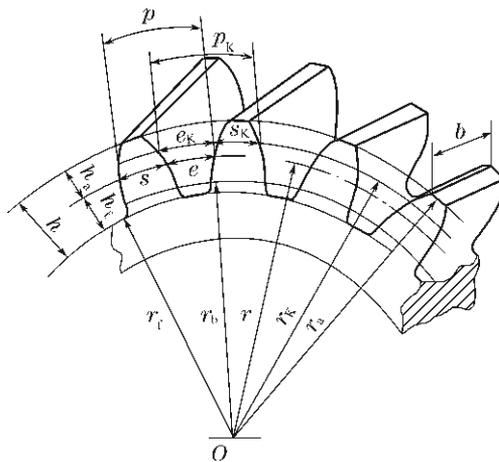


图 4-7 渐开线直齿外齿轮的各部分结构及名称

渐开线内齿轮的各部分结构及符号如图 4-8 所示,内齿轮与外齿轮不同之处主要有以下几点:

- (1) 内齿轮的轮齿是内凹的,其齿厚和齿槽宽分别对应于外齿轮的齿槽宽和齿厚。
- (2) 内齿轮的分度圆大于齿顶圆,而齿根圆又大于分度圆,即齿根圆大于齿顶圆。
- (3) 为了使内齿轮齿顶的齿廓全部为渐开线,其齿顶圆必须大于基圆尺寸。

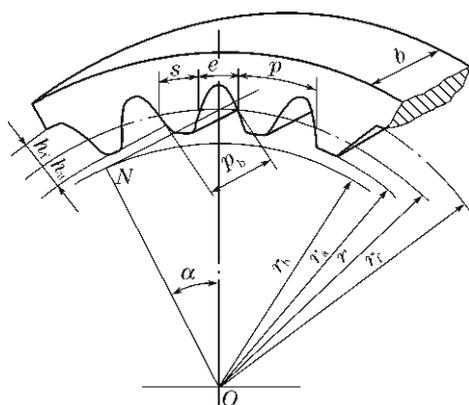


图 4-8 渐开线直齿内齿轮的各部分结构及符号

### 4.3.2 渐开线齿轮的基本参数

#### 1. 齿数

在齿轮整个圆周上轮齿的总数称为齿数,用  $z$  表示。齿轮的大小和渐开线齿廓的形状均与齿数有关。

#### 2. 模数

由于齿轮分度圆的周长为  $\pi d = Pz$ , 则分度圆的直径  $d = \frac{P}{\pi}z$ 。

式中含有无理数  $\pi$ , 对于齿轮设计、计算、制造和检测等都带来不便, 为此, 人为地将比值  $\frac{P}{\pi}$  取为一有理数列, 并称此比值为齿轮的模数, 用  $m$  表示, 即:  $m = \frac{P}{\pi}$  或  $P = \pi m$ , 即:

$$d = mz \quad (4-4)$$

式(4-4)中  $m$  称为齿轮分度圆模数, 简称模数, 其单位为 mm。

目前, 模数  $m$  已经标准化, 在进行齿轮的设计计算时, 必须按国家标准所规定的标准模数系列值选取, 标准模数系列见表 4-1 所示。

表 4-1 渐开线圆柱齿轮模数(GB/T 1357—2008)

第 I 系列	1 1.25 1.5 2 2.5 3 4 5 6 8 12 16 20 25 32 40 50
第 II 系列	1.125 1.375 1.75 2.25 2.75 3.5 4.5 5.5(6.5) 7 9 11 14 18 22 28 36 45

注:① 本表适用于渐开线直齿圆柱齿轮, 对斜齿轮是指法向模数。

② 应优先采用第 I 系列, 其次是第 II 系列, 括号内的模数尽可能不用。

#### 3. 分度圆压力角

由渐开线的性质可知, 同一渐开线齿廓上各点的压力角是不同的, 在标准齿廓上, 通常所说的压力角是指分度圆上的压力角, 用  $\alpha$  表示。我国国家标准规定, 分度圆上的

压力角  $\alpha=20^\circ$ 。

由式(4-1)和式(4-4),可推出基圆的直径:

$$r_b = r \cos \alpha = \frac{mz}{2} \cos \alpha \quad (4-5)$$

显然,齿轮的基圆半径是由模数  $m$ 、齿数  $z$  和分度圆压力角  $\alpha$  决定的。因此,分度圆压力角  $\alpha$  是决定渐开线齿廓形状、影响齿轮传动性能的基本参数。

#### 4. 齿顶高系数和顶隙系数

由上述分析可知:齿轮各部分参数均以模数为基础进行计算,因此,齿轮的齿顶高和齿根高也不例外,人为地规定:

$$h_a = h_a^* m \quad (4-6)$$

$$h_f = (h_a^* + c^*) m \quad (4-7)$$

式(4-6)和式(4-7)中,  $h_a^*$  和  $c^*$  分别称为齿顶高系数和顶隙系数。GB 1356—2001《通用机械和重型机械用圆柱齿轮 标准基本齿条齿廓》规定其标准值为:  $h_a^* = 1$ ,  $c^* = 0.25$ ,若采用非标准的短齿制,  $h_a^* = 0.8$ ,  $c^* = 0.3$ 。

渐开线标准齿轮是指  $m$ 、 $h_a^*$  和  $c^*$  均为标准值,具有标准的齿顶高和齿根高,且分度圆齿厚  $s$  等于齿槽宽  $e$  的齿轮。渐开线标准直齿圆柱齿轮各部分几何参数按表 4-2 进行计算。

表 4-2 渐开线标准直齿圆柱齿轮几何参数的计算公式

名称	符号	计算公式	
		外齿轮	内齿轮
齿距	$p$	$p = m\pi$	
齿厚	$s$	$s = \pi m / 2$	
齿槽宽	$e$	$e = \pi m / 2$	
齿顶高	$h_a$	$h_a = h_a^* m$	
齿根高	$h_f$	$h_f = h_a + c = (h_a^* + c^*) m$	
全齿高	$h$	$h = h_a + h_f = (2h_a^* + c^*) m$	
分度圆直径	$d$	$d = mz$	
齿顶圆直径	$d_a$	$d_a = d + 2h_a = (z + 2h_a^*) m$	$d_a = d - 2h_a = (z - 2h_a^*) m$
齿根圆直径	$d_f$	$d_f = d - 2h_f = (z - 2h_a^* - 2c^*) m$	$d_f = d + 2h_f = (z + 2h_a^* + 2c^*) m$
基圆直径	$d_b$	$d_b = d \cos \alpha = mz \cos \alpha$	
中心距	$a$	$a = m(z_1 + z_2) / 2$	

### 4.3.3 标准齿条的特点

当标准齿轮的齿数趋于无穷多时,其分度圆、齿顶圆和齿根圆的半径也趋于无穷大,分别演变为分度线、齿顶线和齿根线,且相互平行;此时,渐开线的基圆半径为无穷大,渐开线演变为一条直线;渐开线齿廓演变成相互平行的斜直线,这样就形成了齿条,如图4-9所示。

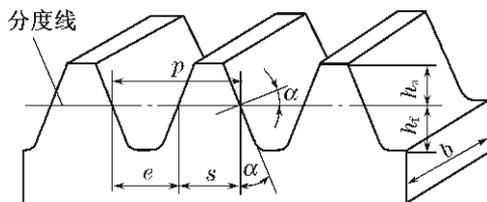


图4-9 齿条的各部分结构及符号

齿条具有如下特点:

(1) 齿条的齿廓为直线,其上各点的压力角处处相等,且等于齿廓的倾角(称为齿形角),其标准值为 $20^\circ$ 。

(2) 与齿顶线(或齿根线)平行的各条直线上齿距处处相等,其中,齿厚等于齿槽宽的直线称为分度线,是计算齿条尺寸的基准线。

(3) 分度线至齿顶线的高度为齿顶高,其值 $h_a = h_a^* m$ ;分度线至齿根线的高度为齿根高,其值 $h_f = (h_a^* + c^*) m$ 。

## 4.4 渐开线圆柱齿轮的啮合传动

### 4.4.1 正确啮合条件

齿轮的正确啮合条件,也称为齿轮的配对条件。为保证齿轮传动时各对轮齿之间能平稳地传递运动和动力,在齿对交替过程中不发生分离和干涉,必须符合正确啮合条件。

如图4-10所示,齿轮1、2分别为主动齿轮和从动齿轮。一对轮齿开始啮合时,主动齿轮的齿根推动从动齿轮的齿顶,当前一对轮齿在啮合线上的 $K$ 点接触时,其后一对轮齿应在啮合线上另一点 $K'$ 接触。由此,前一对轮齿分离时,后一对轮齿才能不中断地接替完成传动。令 $K_1$ 和 $K_1'$ 表示齿轮1齿廓上的啮合点, $K_2$ 和 $K_2'$ 表示齿轮2齿廓上的啮合点,为保证齿廓啮合点均落在啮合线 $N_1N_2$ 上,必须保证处于啮合线上相邻两轮齿同侧齿廓之间的法向距离相等,即:

$$K_1K_1' = K_2K_2' \quad (4-8)$$

根据渐开线的性质,由齿轮2可得: $K_2K_2' = N_2K' - N_2K = \widehat{N_2i} - \widehat{N_2j} = \widehat{ji} = P_{b2} = \pi m_2 \cos \alpha_2$ 。

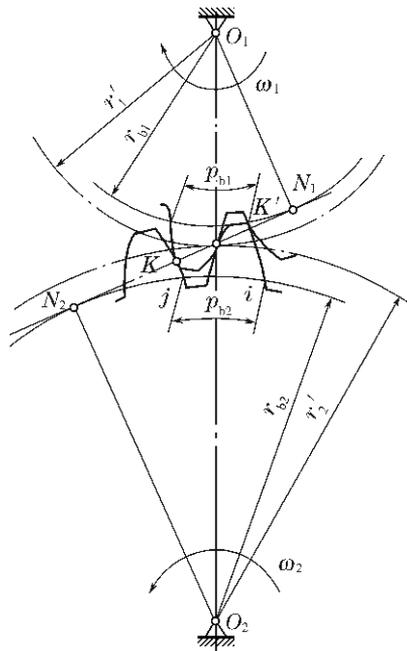


图 4-10 渐开线齿轮的正确啮合条件

同理,由齿轮 1 可行: $K_1 K'_1 = P_{b1} = \pi m_1 \cos \alpha_1$ 。

将其代入式(4-8),可得到正确的啮合条件: $\pi m_1 \cos \alpha_1 = \pi m_2 \cos \alpha_2$ 。

由于齿轮的模数和压力角都已经标准化了,若上式成立,则有:

$$\begin{cases} m_1 = m_2 = m \\ \alpha_1 = \alpha_2 = \alpha \end{cases} \quad (4-9)$$

式(4-9)表明,渐开线齿轮的正确啮合条件是:两齿轮的模数和压力角必须分别相等。

这样,一对齿轮的传动比表示为:

$$i = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{d'_2}{d'_1} = \frac{d_{b2}}{d_{b1}} = \frac{d_2}{d_1} = \frac{z_2}{z_1} \quad (4-10)$$

#### 4.4.2 标准安装条件

一对相互啮合的齿轮传动时,为了在齿廓间能形成润滑油膜,避免因轮齿受力变形、摩擦发热而膨胀所引起的挤轧现象,在齿廓间必须留有间隙加以补偿,此间隙称为齿侧间隙。但齿侧间隙的存在却会造成齿间的冲击和噪音,影响齿轮传动的平稳性。因此,这个齿侧间隙只能很小,通常由齿轮的公差来保证,所以标准安装的渐开线齿轮应为无齿侧间隙啮合,即一个齿轮节圆上的齿厚与另一齿轮节圆上的齿槽宽相等。

由前述可知:标准齿轮分度圆上的齿厚与齿槽宽相等,且正确啮合的一对渐开线齿轮的模数相等,所以: $s_1 = e_1 = s_2 = e_2 = \frac{\pi m}{2}$ 。若将一对标准齿轮安装成分度圆相切的状态

态,即分度圆与节圆重合,如图4-11(a)所示,就可以满足无齿侧间隙传动的条件。

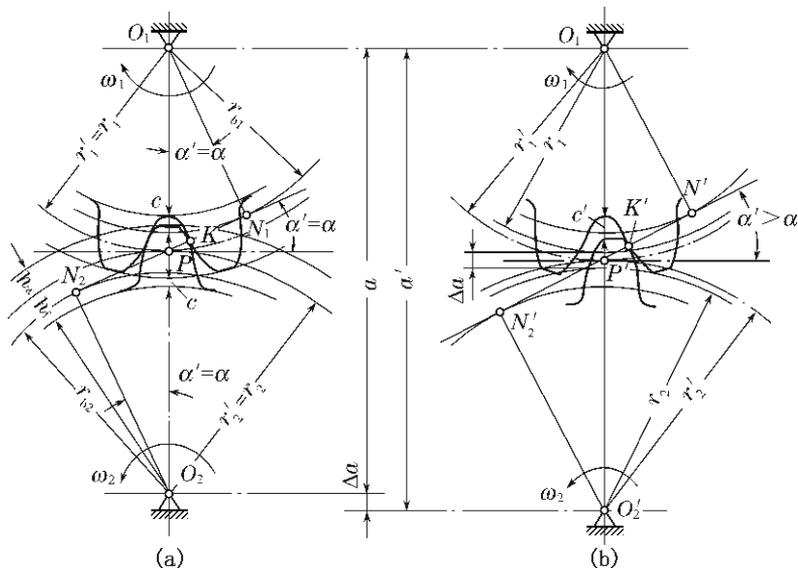


图4-11 齿轮的标准安装与非标准安装条件

标准齿轮的这种安装称为**标准安装**,此时的中心距称为**标准中心距**,以 $a$ 表示,即:

$$a = r'_1 + r'_2 = r_1 + r_2 = \frac{m}{2}(z_1 + z_2) \quad (4-11)$$

当一对轮齿啮合时,为了避免一个齿轮的齿顶端与另一齿轮的齿槽底相抵触,并能有一定的空隙贮存润滑油,故使一个齿轮的齿顶圆与另一齿轮的齿根圆之间留有一定的空隙,此空隙沿半径方向测量,称为顶隙,用 $c$ 表示。标准齿轮在标准安装时的顶隙 $c = h_f - h_a = c^* m$ ,此时顶隙为标准值。

齿轮在标准安装条件下,由于分度圆与节圆重合,因此,啮合角 $\alpha'$ 与分度圆上的压力角 $\alpha$ 相等,都等于 $20^\circ$ 。

需要说明的是:分度圆和压力角是单个齿轮所具有的特征,而节圆和啮合角是两个齿轮相互啮合时才出现的。标准齿轮传动只有在分度圆和节圆重合时,压力角与啮合角才相等,否则压力角与啮合角并不相等。

由于渐开线齿轮具有中心距可分性,所以齿轮安装的中心距可以不等于标准中心距,这时称为非标准安装。外啮合齿轮的非标准安装如图4-11(b)所示,其中的中心距 $a'$ 有所加大。此时,节圆半径为: $r'_1 = \frac{r_{b1}}{\cos \alpha'} = r_1 \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha'}$ ;  $r'_2 = \frac{r_{b2}}{\cos \alpha'} = r_2 \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha'}$ ,故中心距 $a'$ 为:

$$a' = r'_1 + r'_2 = (r_1 + r_2) \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha'} = a \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha'} \quad (4-12)$$

由式(4-12)和图4-11(b)可分析外啮合非标准安装条件下某些参数的变化情况:因 $a' > a$ ,故 $r'_1 > r_1$ ,  $r'_2 > r_2$ ,  $c > c^* m$ ,有侧隙。但无论是标准安装还是非标准安装,

其传动比都为: $i = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{r'_2}{r'_1} = \frac{r_{b2}}{r_{b1}} = \frac{r_2}{r_1} = \frac{z_2}{z_1} = \text{常数}$ 。

当齿轮与齿条进行标准安装时,齿条的节线与其分度线重合,此时为无侧隙啮合;当齿轮与齿条进行非标准安装时,齿条的节线为其齿顶部平行于分度线的一条直线,此时为有侧隙啮合。

### 4.4.3 连续传动条件

一对渐开线齿轮若需要连续不间断地传动,就要求前一对轮齿终止啮合前,后续的一对轮齿必须进入啮合。一对渐开线齿轮的传动如图 4-12 所示。进入啮合时,主动齿轮 1 的齿根推动从动齿轮的齿顶,起始点是从动齿轮 2 的齿顶圆与理论啮合线  $N_1N_2$  的交点  $B_2$ ,而这对轮齿退出啮合时的终止点是主动齿轮 1 的齿顶圆与  $N_1N_2$  的交点  $B_1$ , $B_1B_2$  为啮合点的实际轨迹,称为实际啮合线。

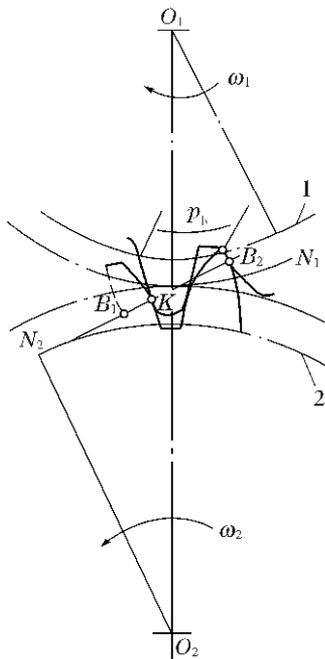


图 4-12 齿轮连续传动条件

要想保证连续传动,必须在前一对轮齿转到  $B_1$  前的  $K$  点(至少是  $B_1$  点)啮合时,后一对齿已达  $B_2$  点进入啮合,即  $B_1B_2 \geq B_2K$ 。由渐开线特性可知:线段  $B_2K$  等于渐开线基圆齿距  $p_b$ ,由此可得连续传动条件: $B_1B_2 \geq p_b$ ,故:

$$\epsilon = \frac{B_1B_2}{p_b} > 1 \quad (4-13)$$

其中, $\epsilon$  称为齿轮的**重合度**,它表示同时参与啮合的轮齿的对数。由于制造和安装的误差,为了保证齿轮的连续传动,重合度  $\epsilon$  必须大于 1,表明同时参与啮合的轮齿对数多,齿轮传动平稳且每对轮齿所受的载荷较小,从而能提高齿轮的承载能力。

**【例 4-1】** 有三个正常齿制的渐开线标准直齿圆柱齿轮,其标准压力角  $\alpha=20^\circ$ 。若齿轮 1: $m_1=3, z_1=40$ ; 齿轮 2: $m_2=4, z_2=25$ ; 齿轮 3: $m_3=5, z_3=20$ 。请问:(1) 齿轮 1 和齿轮 2 相比,哪个齿廓较平直?(2) 三个齿轮中,哪个齿轮的全齿高最大?(3) 哪个齿轮的尺寸最大?(4) 齿轮 2 和齿轮 3 能正确啮合吗?

解 (1) 渐开线的形状取决于基圆的大小,基圆越大,渐开线就越平直。

$$d_{b1} = d_1 \cos \alpha = m_1 z_1 \cos \alpha = 3 \times 40 \times \cos 20^\circ = 120 \cos 20^\circ$$

$$d_{b2} = d_2 \cos \alpha = m_2 z_2 \cos \alpha = 4 \times 25 \times \cos 20^\circ = 100 \cos 20^\circ$$

因为  $d_{b1} > d_{b2}$ , 所以齿轮 1 较为平直。

(2) 全齿高  $h = h_a + h_f = (2h_a^* + c^*)m = (2 + 0.25)m$ 。

由此可知:全齿高取决于齿轮的模数,因为齿轮 3 的模数最大,所以齿轮 3 的全齿高最大。

(3) 齿顶圆直径  $d_a = d + 2h_a = (z + 2h_a^*)m$

$$d_{a1} = d_1 + 2h_a = (z_1 + 2h_a^*)m_1 = (40 + 2) \times 3 = 126 \text{ mm}$$

$$d_{a2} = d_2 + 2h_a = (z_2 + 2h_a^*)m_2 = (25 + 2) \times 4 = 108 \text{ mm}$$

$$d_{a3} = d_3 + 2h_a = (z_3 + 2h_a^*)m_3 = (20 + 2) \times 5 = 110 \text{ mm}$$

因为齿轮 1 的齿顶圆直径最大,所以齿轮 1 的尺寸最大。

(4) 标准直齿圆柱齿轮的正确啮合条件是:两齿轮的模数和压力角必须分别相等。

由于齿轮 2 的模数  $m_2$  与齿轮 3 的模数  $m_3$  不等,因此,两齿轮无法正确啮合。

## 4.5 渐开线齿廓的加工方法及根切现象

### 4.5.1 渐开线齿廓的加工方法

渐开线齿廓的加工方法有铸造、热轧、冷冲压、粉末冶金和切削加工等,但最常见的是切削加工法,从加工原理上可将切削加工法分为仿形法和范成法。

#### 1. 仿形法

使用渐开线齿槽形状的成形刀具切制渐开线齿廓的方法称为仿形法。

当进行单件或小批量生产时,对于加工精度要求不高的齿轮,可在万能铣床上使用成形铣刀进行加工。成形铣刀分盘形铣刀和指状铣刀两种,如图 4-13(a)和图 4-13(b)所示。这两种铣刀的轴向剖面均做成与渐开线齿轮齿槽相同的尺寸和形状。加工时,将齿轮毛坯夹持在铣床上,每切完一个齿槽,工件退出,使用分度头将齿坯转过  $\frac{2\pi}{z}$  ( $z$  为渐开线齿轮的齿数)再进刀,依次切出各轮齿的齿槽。

由于渐开线轮齿的形状是由模数、齿数、压力角三个参数决定的,为了减少标准铣刀的种类,相对每一种模数、压力角,通常同一模数的成形铣刀只配备 8 把(铣削精密齿轮时配备 15 把),在允许的齿形误差范围内,可用同一把铣刀切制几个齿数相近的齿轮。表 4-3 给出了 8 把铣刀切制齿数范围:

表 4-3 齿轮铣刀的刀号及对应或加工的齿数范围

刀号	1	2	3	4	5	6	7	8
加工的齿数范围	12~13	14~16	17~20	21~25	26~34	35~54	55~134	$\geq 135$

微课 4-2



渐开线齿轮  
的加工

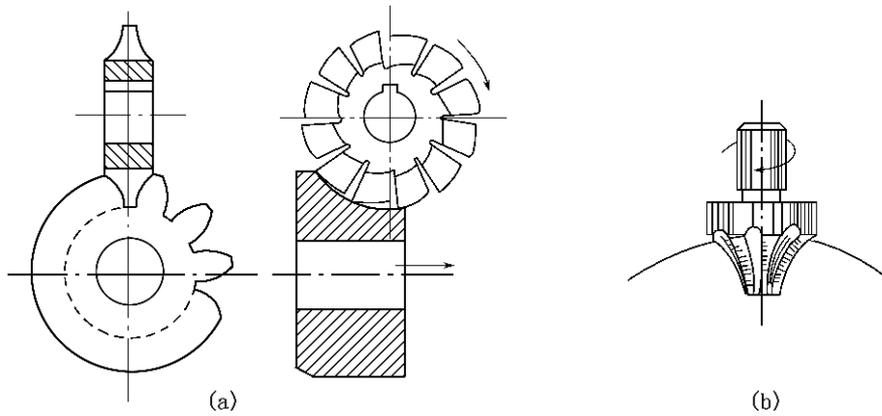


图 4-13 运用仿形法加工渐开线齿廓

仿形法加工渐开线齿廓, 无需专用机床, 但齿形误差及分齿误差都较大, 一般只能加工 9 级以下精度的齿轮。

## 2. 范成法

范成法是一种利用一对齿轮(或齿轮与齿条)互相啮合时其共轭齿廓互为包络线的原理, 加工时, 把其中一个齿轮(或齿条)当作刀具, 而另一个当作毛坯, 并使二者按一定的传动比关系发生相对转动(称为范成运动), 就可以切制出与刀具轮廓共轭的渐开线齿廓。使用范成法切制齿轮的方法主要有插齿和滚齿。

如图 4-14 所示, 齿轮插刀相当于一个淬硬的齿轮, 但在齿部开出了前、后角, 并具有刀刃, 其模数和压力角与被加工齿轮完全相同。插齿时, 齿轮插刀沿齿坯轴线做上下往复切削运动, 同时刀具的转速与齿轮毛坯的转速保持一对渐开线齿轮啮合的运动关系:

$$i = \frac{n_{\text{刀具}}}{n_{\text{毛坯}}} = \frac{z_{\text{毛坯}}}{z_{\text{刀具}}}$$

其中,  $z_{\text{刀具}}$  为刀具的齿数,  $z_{\text{毛坯}}$  为被切齿轮的齿数。

同时, 为了切制出轮齿的高度, 齿轮插刀还需向齿轮毛坯的中心移动, 即进给运动; 此外, 为了防止在范成运动中, 齿轮插刀损伤已经切好的齿廓, 齿轮毛坯还需做相应的让刀运动。由此, 在相对转动的过程中, 就能加工出具有与齿轮插刀相同模数和压力角并具有一定齿数的渐开线齿轮。

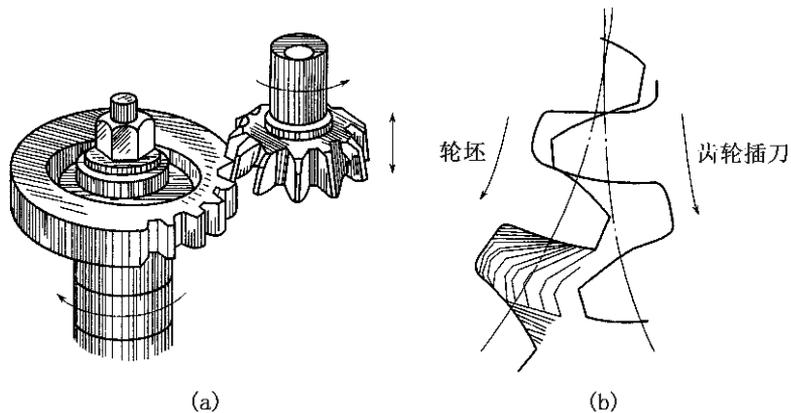


图 4-14 齿轮插刀插齿

如图4-15所示,齿条插刀的形状如同齿条,其切齿过程与齿轮齿条的啮合过程基本一致。当齿轮毛坯转动时,齿条插刀移动的速度与被加工齿轮分度圆的圆周速度相等;与此同时,齿条插刀沿齿轮毛坯的齿宽方向做往复切削运动。

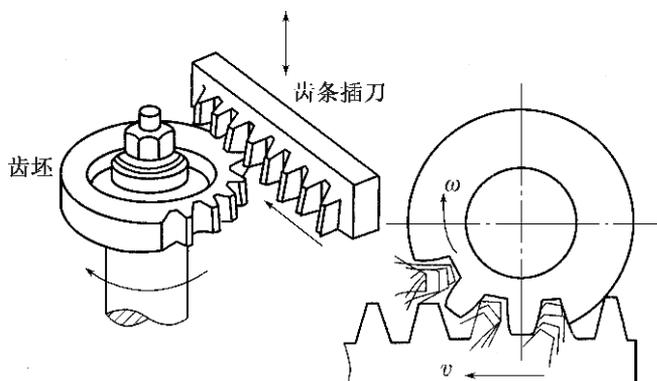


图4-15 齿条插刀插齿

齿轮插刀和齿条插刀都只能间断地进行插齿,生产效率较低。目前,广泛采用的齿轮滚刀,能实现连续的切削,生产效率较高。

如图4-16所示,齿轮滚刀具有螺旋状的切削刃,并沿纵线开出沟槽,其轴向剖面形同齿条,当齿轮滚刀绕其轴线回转时,就相当于一把无限长的假想齿条连续向前移动。齿轮滚刀每转一圈,齿条移动 $z_{\text{刀具}}$ 个齿( $z_{\text{刀具}}$ 为滚刀头数),此时齿坯被强迫转过相应的 $z_{\text{刀具}}$ 个齿。只要控制好相对滚动的关系,滚刀在齿轮毛坯上就要包络切出渐开线齿形。

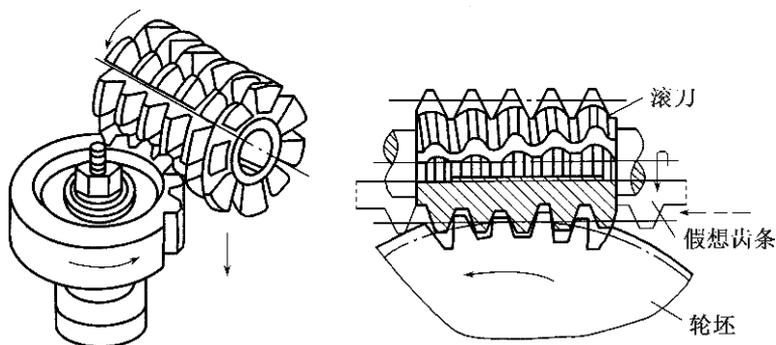


图4-16 齿条插刀滚齿

齿轮滚刀除旋转外,还沿齿轮毛坯的轴向缓慢移动以切出全齿宽。滚刀的转速 $n_{\text{刀具}}$ 与工件转速 $n_{\text{工件}}$ 之间的关系应为:
$$\frac{n_{\text{刀具}}}{n_{\text{毛坯}}} = \frac{z_{\text{毛坯}}}{z_{\text{刀具}}}$$

利用范成法进行齿廓的加工的特点是:一把刀具可加工同模数、同压力角的各种齿数的齿轮,而齿轮齿数的控制是依靠机床传动链来严格保证刀具与齿轮毛坯间的相对运动关系。插齿和滚齿可加工7~8级精度的齿轮,是目前轮齿齿廓加工的主要方法。

## 4.5.2 根切现象与变位齿轮

### 1. 运用范成法加工齿廓时的根切现象

运用范成法加工齿廓时,若齿轮的齿数过少,刀具将与渐开线齿廓发生干涉,刀具的齿顶将被加工齿轮齿根的渐开线齿廓切去一部分,如图 4-17(a)所示,这就是**根切现象**。根切将导致齿根部变薄,降低了齿根的弯曲强度,破坏了渐开线齿廓的完整性,使重合度减小,降低了传动的平稳性,致使齿轮无法正常工作,应当力求避免。

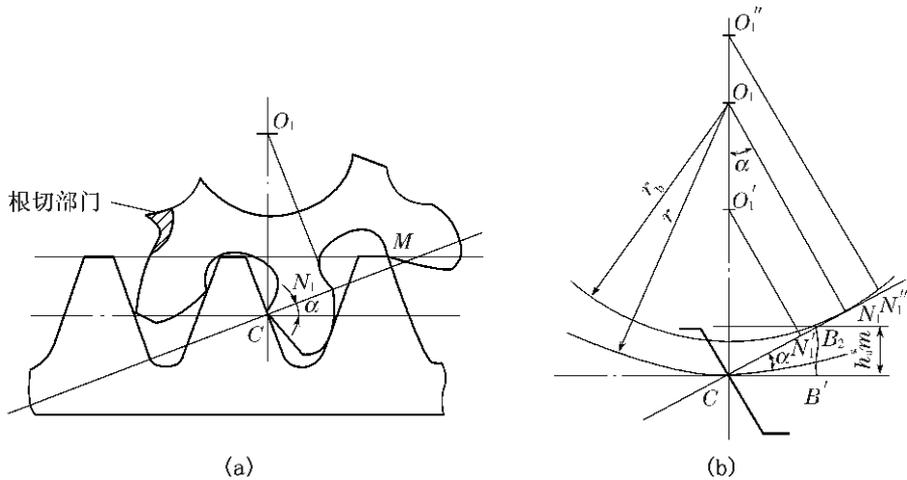


图 4-17 根切现象及切齿干涉的参数关系

研究表明:运用范成法加工齿廓时,当刀具的齿顶线超过了啮合线与被切齿轮基圆的切点  $N_1$  时,就会产生根切。要想避免根切,就必须使刀具的顶线不超过  $N_1$  点。如图 4-17(b)所示,当使用标准齿条插刀切削标准齿轮时,刀具的分度线应与被切齿轮的分度圆相切。此时,应满足  $N_1C \leq CB_2$ ,由图中的几何关系可知: $N_1C = r \sin \alpha = \frac{z_m}{2} \sin \alpha, CB_2 = \frac{h_a^*}{m}$ ,所以:

$$z_{\min} = \frac{2h_a^*}{\sin^2 \alpha} \quad (4-14)$$

式(4-14)中, $z_{\min}$ 为不发生根切的最少齿数,由此表明:产生根切与被加工齿轮的齿数有关,在设计齿轮传动时,应考虑这一因素。当  $\alpha = 20^\circ, h_a^* = 1$  时, $z_{\min} = 17$ ;若采用非标准的短齿制, $\alpha = 20^\circ, h_a^* = 0.8$  时, $z_{\min} = 14$ 。

### 2. 变位齿轮

当被加工齿轮齿数小于  $z_{\min}$  时,为避免根切,可采用将刀具移离齿轮毛坯,使刀具的齿顶线低于极限啮合点  $N_1$  的办法来切齿。这种改变刀具与齿坯位置的切齿方法称作**变位加工**。刀具中线(或分度线)相对齿轮毛坯移动的距离称为**变位量**(或移距) $X$ ,常用  $xm$  表示, $x$  称为**变位系数**。刀具远离齿轮毛坯称**正变位**( $x > 0$ ),刀具靠近齿轮毛坯称**负变位**( $x < 0$ )。

如图4-18所示,采用变位加工切制的齿轮称为**变位齿轮**,与标准齿轮相比,正变位齿轮的分度圆齿厚和齿根圆齿厚增大,轮齿强度增大;负变位齿轮的齿厚变化与之相反,轮齿强度减弱。

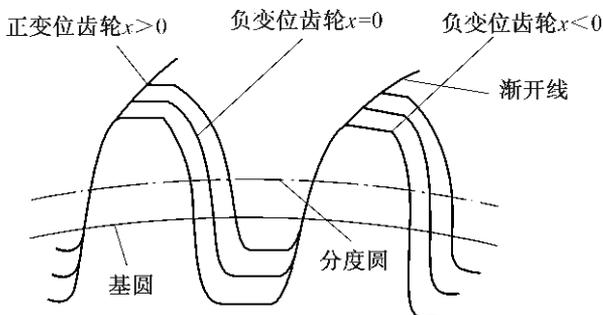


图4-18 变位齿轮与标准齿轮的对比

变位系数选择与齿数有关,当 $\alpha=20^\circ, h_a^*=1$ 时, $z_{\min}=17, x_{\min}=\frac{17-z}{17}$ 。

按照一对齿轮的变位系数之和 $\sum x = x_1 + x_2$ 的取值情况不同,可将变位齿轮传动分为三种基本类型。

(1) 零传动。若一对齿轮的变位系数之和为零( $x_1 + x_2 = 0$ ),则称为**零传动**。零传动又可分为两种情况:一种是两齿轮的变位系数都等于零( $x_1 = x_2 = 0$ )。这种齿轮传动就是标准齿轮传动,为了避免根切,两轮齿数均需大于 $z_{\min}$ ;另一种是两轮的变位系数绝对值相等,即 $x_1 = -x_2$ 。这种齿轮传动称为等变位齿轮传动,采用等变位必须满足齿数和条件,即 $z_1 + z_2 \geq 2z_{\min}$ 。等变位可以在不改变中心距的前提下,合理协调大小齿轮的强度,有利于提高传动的工作寿命。等变位齿轮的缺点是:必须成对地设计、制造和使用,小齿轮为正变位,齿顶易变尖,重合度略有减小。

(2) 正传动。若一对齿轮的变位系数之和大于零( $x_1 + x_2 > 0$ ),则这种传动称为**正传动**。因为正传动时实际中心距 $a' > a$ ,因而啮合角 $\alpha' > \alpha$ ,因此,也称为正角度变位。正角度变位有利于提高齿轮传动的强度,但使重合度略有减小。

(3) 负传动。若一对齿轮的变位系数之和小于零( $x_1 + x_2 < 0$ ),则这种传动称为**负传动**。负传动时实际中心距 $a' < a$ ,因而啮合角 $\alpha' < \alpha$ ,因此,也称为负角度变位。负角度变位使齿轮传动强度削弱,只用于安装中心距要求小于标准中心距的场合。为了避免根切,其齿数和条件为: $z_1 + z_2 \geq 2z_{\min}$ 。

**【例4-2】** 已知被加工的直齿圆柱齿轮毛坯的转动角速度 $\omega=1 \text{ rad/s}$ ,齿条刀具的移动线速度 $v_f=60 \text{ mm/s}$ ,其模数 $m_f=4 \text{ mm}$ ,刀具的分度线与齿轮毛坯轴心的距离 $a=58 \text{ mm}$ 。请问:(1) 被加工齿轮的齿数是多少?(2) 这样加工出来的齿轮是标准齿轮,还是变位齿轮?若为变位齿轮,是正变位,还是负变位?其变位系数 $x$ 是多少?

**解** (1) 采用齿条刀具加工直齿圆柱齿轮时,其移动的线速度 $\omega r$ 与被加工齿轮在分度圆上的圆周速度相等,被加工齿轮的模数与刀具的模数相等。

$$v_f = \omega r = \omega \frac{m_f z}{2}, \text{ 即: } z = \frac{2v_f}{\omega m_f} = \frac{2 \times 60}{1 \times 4} = 30$$

所以被加工齿轮的齿数为 30。

(2) 当采用范成法加工齿轮时,若刀具的分度线与被切制齿轮的分度圆相切,则切出来的齿轮为标准齿轮。以切制标准齿轮为基准,若刀具远离齿轮毛坯中心,切制出来的齿轮为正变位齿轮,反之,为负变位齿轮。

$$r = \frac{1}{2}mz = \frac{1}{2} \times 4 \times 30 = 60 \text{ mm} > 58 \text{ mm}$$

所以加工出来的齿轮为负变位齿轮。

$$\text{由于 } a-r=xm, \text{ 所以 } x = \frac{a-r}{m} = \frac{58-60}{4} = -0.5$$

所以变位系数  $x = -0.5$ 。

## 4.6 其他齿轮传动机构

### 4.6.1 斜齿轮传动

如图 4-19(a)所示,直齿圆柱齿轮的齿廓实际上是由与基圆柱相切做纯滚动的发生面  $S$  上一条与基圆柱轴线平行的任意直线  $KK'$  展成的渐开线曲面。当一对直齿圆柱齿轮进入啮合时,轮齿的接触线是与轴线平行的直线,如图 4-19(b)所示,轮齿沿整个齿宽突然同时进入啮合和退出啮合,载荷也是突然增加和突然减少的,所以容易引起冲击、振动和噪声,传动平稳性差。

微课 4-3



认识斜齿圆柱齿轮

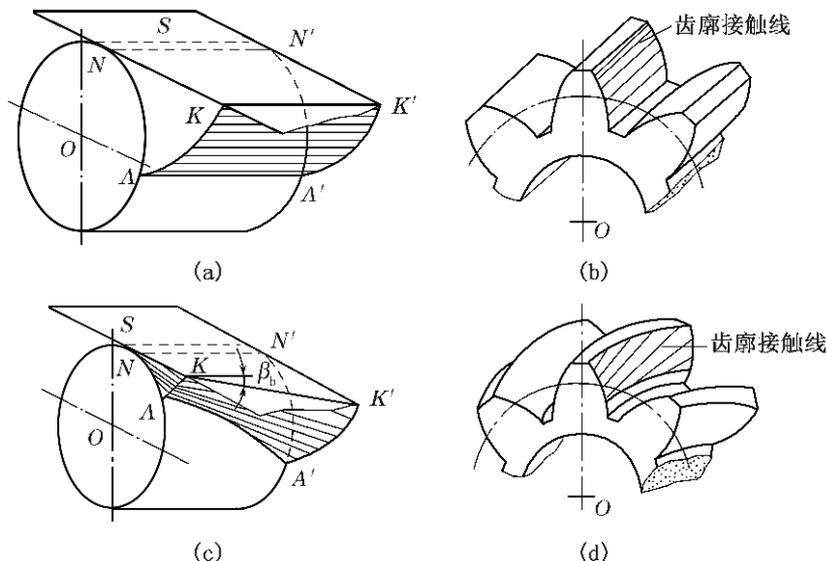


图 4-19 直齿轮和斜齿轮齿面形成及接触情况的对比

斜齿轮齿廓的形成原理和直齿轮类似,唯一不同的是形成渐开线齿面的直线  $KK'$  与基圆柱的轴线偏斜了一个角度  $\beta_b$  (如图 4-19(c)),  $KK'$  展成斜齿轮的齿廓曲面,实际上是渐开线螺旋面。该曲面与任意一个以齿轮轴为轴线的圆柱面的交线都是螺旋

线。由斜齿轮齿面的形成原理可知,在端平面上,斜齿轮与直齿轮一样具有准确的渐开线齿形。如图4-19(d)所示,斜齿轮啮合传动时,齿面接触线的长度随啮合位置的不同而变化,开始时接触线长度由短变长,然后由长变短,直至脱离啮合。此时,轮齿的接触线是倾斜的,同时参加啮合的齿数比直齿轮多,重合度比直齿轮大,因此,斜齿轮机构比直齿轮机构传动平稳性好,承载能力较大,适用于高速、重载的传动。

### 1. 斜齿轮的主要参数和几何尺寸

与直齿轮不同,斜齿轮的齿向倾斜,如图4-20所示,虽然端面(垂直于齿轮轴线的平面)齿形与直齿轮相同,但斜齿轮切制时刀具是沿螺旋线方向切齿的,其法向(垂直于轮齿螺旋线方向的平面)齿形是与刀具标准齿形相一致的渐开线标准齿形。

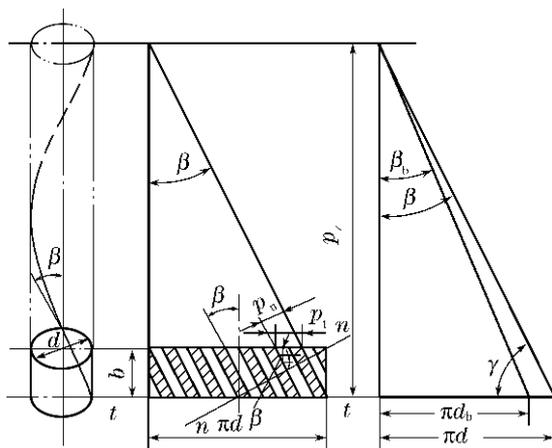


图4-20 斜齿圆柱齿轮分度圆柱面展开图

因此,对斜齿轮来说,存在法向参数和端面参数两种表征齿形的参数,这两种参数分别用下标“n”和“t”来区分,两者之间因为螺旋角 $\beta$ (分度圆上的螺旋角)而存在确定的几何关系。

(1) 法向模数  $m_n$  和端面模数  $m_t$ 。由图4-20可知:  $P_n = P_t \cos \beta$

由于法向模数  $m_n = \frac{P_n}{\pi}$ , 端面模数  $m_t = \frac{P_t}{\pi}$ , 所以

$$m_n = m_t \cos \beta \quad (4-15)$$

(2) 法向压力角  $\alpha_n$  和端面压力角  $\alpha_t$ 。由图4-21可知:

$$\tan \alpha_n = \tan \alpha_t \cos \beta \quad (4-16)$$

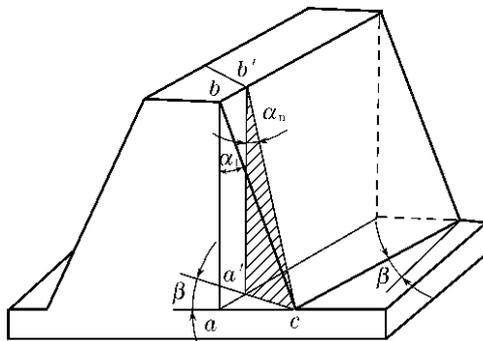


图4-21 斜齿圆柱齿轮的压力角

(3) 齿顶高系数和顶隙系数。无论从法向还是端面来看,斜齿轮的齿顶高和齿根高都是相同的,  $h_{an}^* m_n = h_{at}^* m_t, c_n^* m_n = c_t^* m_t$ , 所以:

$$\begin{cases} h_{at}^* = h_{an}^* \cos \beta \\ c_t^* = c_n^* \cos \beta \end{cases} \quad (4-17)$$

(4) 螺旋角  $\beta$ 。如图 4-20 所示,斜齿轮分度圆柱上的螺旋角  $\beta$ (简称螺旋角)表示轮齿的倾斜程度。 $\beta$  越大,则轮齿越倾斜,传动的平稳性越好,但轴向力越大,通常在设计时取  $\beta=8^\circ \sim 20^\circ$ 。

斜齿轮的轮齿旋向可分为左旋和右旋,如图 4-22 所示。人字齿轮可以看成是两个相反旋向的斜齿轮的组合,其轴向力相互抵消,因此,螺旋角可取  $25^\circ \sim 45^\circ$ 。

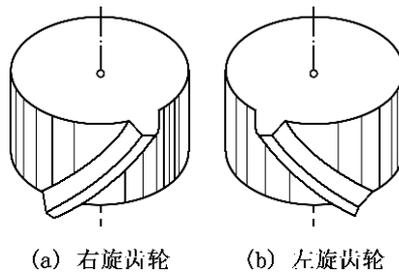


图 4-22 斜齿轮的旋向

制造斜齿轮时,常用仿形铣刀或滚齿刀来切削。这些刀具在切制时是沿着螺旋齿间的方向进给的。由于刀具齿形的法向参数为标准值,所以斜齿轮的法向参数也应取标准值,在设计、制造和测量中,均以法向为基准。不过在计算斜齿轮的端面尺寸(如分度圆直径  $d$ 、中心距  $a$  等)时,则应按端面模数及端面压力角来计算。

斜齿轮的参数及几何尺寸计算公式见表 4-4 所示:

表 4-4 渐开线标准斜齿圆柱齿轮几何参数的计算公式

名称	符号	计算公式	
		外齿轮	内齿轮
端面模数	$m_t$	$m_t = \frac{m_n}{\cos \beta}, m_n$ 为标准值	
螺旋角	$\beta$	一般取 $\beta=8^\circ \sim 20^\circ$	
齿顶高	$h_a$	$h_a = h_{an}^* m_n$	
齿根高	$h_f$	$h_f = h_a + c = (h_{an}^* + c_n^*) m_n$	
全齿高	$h$	$h = h_a + h_f = (2h_{an}^* + c_n^*) m_n$	
顶隙	$c$	$c = c_n^* m_n$	
分度圆直径	$d$	$d = m_t z = \frac{m_n z}{\cos \beta}$	
齿顶圆直径	$d_a$	$d_a = d + 2h_a = \left(\frac{z}{\cos \beta} + 2h_{an}^*\right) m_n$	$d_a = d - 2h_a = \left(\frac{z}{\cos \beta} - 2h_{an}^*\right) m_n$
齿根圆直径	$d_f$	$d_f = d - 2h_f = \left(\frac{z}{\cos \beta} - 2h_{an}^* - 2c_n^*\right) m_n$	$d_f = d + 2h_f = \left(\frac{z}{\cos \beta} + 2h_{an}^* + 2c_n^*\right) m_n$
基圆直径	$d_b$	$d_b = d \cos \alpha_t = \frac{m_n z}{\cos \beta} \cos \alpha_t$	
中心距	$a$	$a = \frac{m_n (z_1 + z_2)}{2 \cos \beta}$	

## 2. 斜齿轮传动的正确啮合条件

平行轴斜齿轮在端面内的啮合相当于直齿圆柱齿轮的啮合,所以可以确定:端面上两齿轮的模数和压力角分别相等,法向上两齿轮的模数和压力角也分别相等。此外,斜齿轮传动螺旋角还必须匹配,外啮合时斜齿轮的螺旋角大小相等、方向相反,而内啮合时方向相同,即  $\beta_1 = \pm\beta_2$  (“-”用于外啮合;“+”用于内啮合)。

因此,斜齿轮传动的正确啮合条件为:

$$\begin{cases} m_{n1} = m_{n2} \\ \alpha_{n1} = \alpha_{n2} \\ \beta_1 = \pm\beta_2 \end{cases} \quad \text{或} \quad \begin{cases} m_{t1} = m_{t2} \\ \alpha_{t1} = \alpha_{t2} \\ \beta_1 = \pm\beta_2 \end{cases} \quad (4-18)$$

## 3. 斜齿轮传动的重合度

如图 4-23 所示,由于螺旋齿面的原因,斜齿轮的一个轮齿从开始进入啮合到完全退出啮合,实际的啮合区比直齿轮的啮合区大  $\Delta L = b \tan \beta_b$ 。因此,斜齿轮传动的重合度大于与斜齿轮端面齿廓相同的直齿轮传动的重合度,而且斜齿轮的重合度随齿宽和螺旋角的增大而增大,这就是斜齿轮传动平稳、承载能力高的主要原因之一。

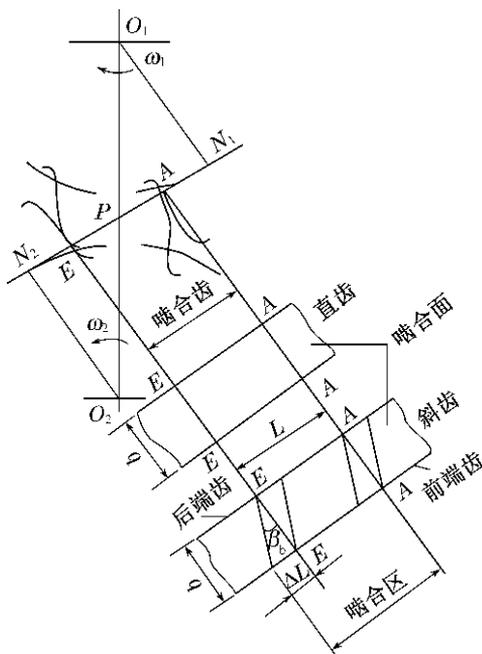


图 4-23 斜齿轮传动的重合度

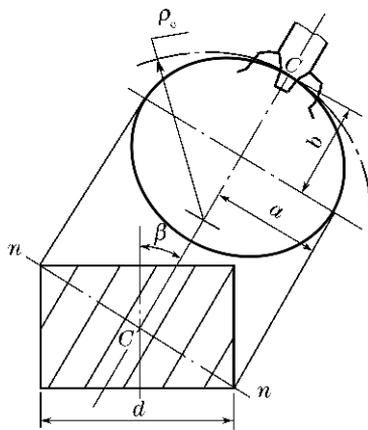


图 4-24 斜齿轮的当量齿数

## 4. 斜齿轮传动的当量齿轮和当量齿数

采用仿形法切制斜齿轮时,盘状铣刀是沿螺旋线方向进行切削的,此时,刀具需按斜齿轮的法向齿形来选择。如图 4-24 所示,用法向截面将斜齿轮的分度圆柱剖开,得到一个椭圆截面,将椭圆的短半轴顶点 C 点附近的齿形作为近似的斜齿轮法向齿形,该法向齿形的参数  $m_n$ 、 $\alpha_n$  均为标准值。以 C 点曲率半径  $\rho_c$  作为这一齿形的分度圆半

径,由此得到一个虚拟的直齿轮,称为当量齿轮。当量齿数  $z_v$  由下式求得:

$$z_v = \frac{z}{\cos^3 \beta} \quad (4-19)$$

由式(4-19)可知,标准斜齿轮不发生根切的最少齿数  $z_{\min}$ :

$$z_{\min} = z_{v\min} \cos^3 \beta = 17 \cos^3 \beta \quad (4-20)$$

### 5. 平行轴斜齿轮传动的优缺点

与直齿齿轮相比,斜齿轮传动具有以下优点:

(1) 斜齿轮的齿廓接触线是斜直线,轮齿是逐渐进入和脱离啮合的,故工作平稳,冲击和噪声小,适用于高速传动。

(2) 重合度较大,并随齿宽和螺旋角的增大而增大,有利于提高承载能力和传动的平稳性,可适用于高速传动的场合。

(3) 斜齿轮不发生根切的最少齿数小于直齿轮,所以在同样条件下,斜齿轮的齿数可取得较少,从而使机构的尺寸较小,结构较为紧凑。

斜齿轮的主要缺点是轮齿的齿面受法向力作用时,会产生轴向分力(如图 4-25(a)所示),需要安装推力轴承,从而使结构复杂化。为了克服这一缺点,可以采用人字齿轮,人字齿轮的齿向左右对称,产生的轴向力可以相互抵消(如图 4-25(b)所示),但人字齿轮制造比较困难。

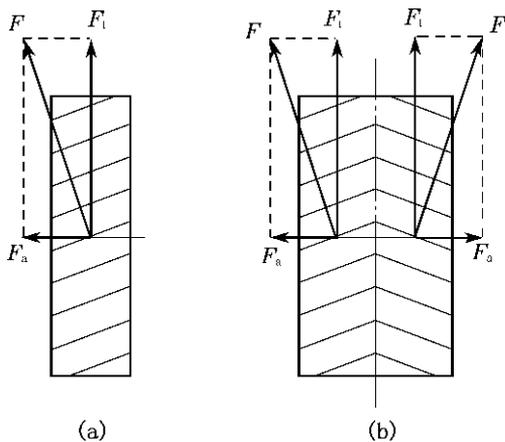


图 4-25 斜齿轮上的轴向力

**【例 4-3】** 有一对外啮合的圆柱齿轮,已知  $z_1 = 20, z_2 = 25, m_n = 2$ , 实际中心距  $a = 47\text{mm}$ 。请问:(1) 该对齿轮能否采用标准直齿圆柱齿轮传动?(2) 若采用标准斜齿圆柱齿轮传动来满足中心距的要求,其分度圆螺旋角  $\beta$ 、分度圆直径  $d_1$  和  $d_2$ 、节圆直径  $d'_1$  和  $d'_2$  分别为多少?

**解** (1) 若采用标准直齿齿轮传动,其中心距

$$a = m(z_1 + z_2)/2 = 2 \times (20 + 25)/2 = 45 \text{ mm}$$

由于实际中心距为 47 mm,说明此时齿轮传动有齿侧间隙,会产生振动和噪音,传动不平稳,所以不能采用标准直齿圆柱齿轮传动。

(2) 若采用标准斜齿圆柱齿轮传动,则:

$$a = m_n(z_1 + z_2) / 2 \cos \beta = 2 \times (20 + 25) / (2 \times \cos \beta) = 47, \cos \beta = 0.957$$

所以  $\beta = 16.77^\circ$

$$\text{分度圆直径 } d_1 = m_n z_1 = \frac{m_n z_1}{\cos \beta} = 2 \times 20 \times \frac{47}{45} = 41.78 \text{ mm}$$

$$d_2 = m_n z_2 = \frac{m_n z_2}{\cos \beta} = 2 \times 25 \times \frac{47}{45} = 52.22 \text{ mm}$$

由于是标准传动,所以节圆直径就等于分度圆直径。

$$\text{节圆直径 } d'_1 = d_1 = 41.78 \text{ mm}$$

$$d'_2 = d_2 = 52.22 \text{ mm}$$

## 4.6.2 锥齿轮传动

锥齿轮机构主要用来传递两相交轴之间的运动和动力,通常情况下,两轴间夹角  $\Sigma = 90^\circ$ 。一对锥齿轮的传动相当于一对节圆锥的纯滚动,此时,两节圆锥的锥顶必须重合、锥距必须相等,才能保证两节圆锥的传动比保持一致。这样就增加了制造和安装的困难,并降低了锥齿轮传动的精度和承载能力,因此,锥齿轮传动一般只能应用于轻载和低速的场合。锥齿轮的轮齿有直齿、斜齿及曲齿等多种形式,由于直齿锥齿轮的设计、制造和安装均较为简便,应用最为广泛,所以本章仅讨论直齿圆锥齿轮。

如图 4-26 所示,锥齿轮的轮齿分布在节圆锥的锥面上,与圆柱齿轮相对应,锥齿轮有分度圆锥、基圆锥、齿顶圆锥和齿根圆锥等。其轮齿从大端到小端逐步收缩,大端尺寸较大,计算和测量的相对误差较小,且便于确定齿轮机构的外廓尺寸,所以取大端参数为标准值。

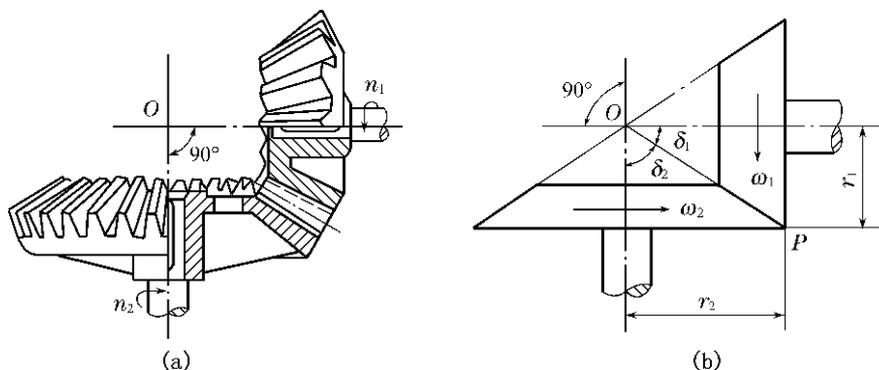


图 4-26 锥齿轮传动

### 1. 直齿锥齿轮齿廓曲面的形成

直齿锥齿轮的齿廓曲线是一条空间球面渐开线,其形成过程与圆柱齿轮基本类似。不同的是,锥齿轮的齿面是发生面在基圆锥上做纯滚动时,其上直线  $KK'$  所展开的渐开线曲面  $AA'K'K$ ,如图 4-27 所示,因直线上任一点在空间所形成的渐开线距锥顶的距离不变,故称为球面渐开线,由于球面无法展开成平面,使得锥齿轮的设计和制造存在很大的困难,所以实际上锥齿轮是采用近似的方法来进行设计和制造的。

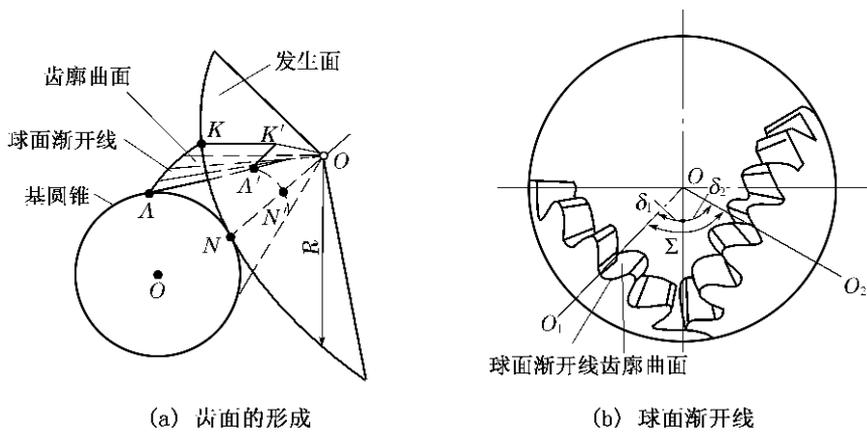


图 4-27 锥齿轮齿廓曲面的形成

## 2. 直齿锥齿轮的背锥与当量齿数

图 4-28 所示为一具有球面渐开线齿廓的直齿锥齿轮, 过分度圆锥上的点  $A$  作球面的切线  $AO_1$ , 与分度圆锥的轴线交于  $O_1$  点。以  $OO_1$  为轴,  $O_1A$  为母线作一圆锥体, 此圆锥称为背锥, 背锥的母线与分度圆锥上切点的交点  $a'$ 、 $b'$  与球面渐开线上的  $a$ 、 $b$  点非常接近, 即背锥上的齿廓曲线和齿轮的球面渐开线非常接近, 由于背锥可展成平面, 故可将上面的平面渐开线齿廓代替直齿锥齿轮的球面渐开线。

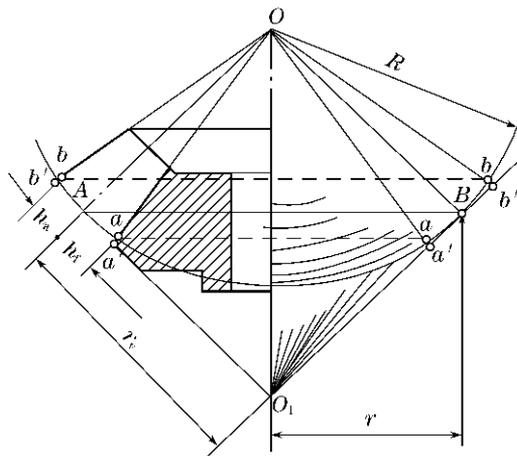


图 4-28 背锥

将展开背锥所形成的扇形齿轮(如图 4-29), 补足成完整的齿轮, 即为直齿锥齿轮的当量齿轮, 当量齿轮的齿数称为当量齿数, 即:

$$z_{v1} = \frac{z_1}{\cos \delta_1}; z_{v2} = \frac{z_2}{\cos \delta_2} \quad (4-21)$$

式(4-21)中,  $z_1$ 、 $z_2$  分别为两直齿锥齿轮的实际齿数,  $\delta_1$ 、 $\delta_2$  分别为两直齿锥齿轮的分锥角。选择齿轮模数铣刀的刀号、进行轮齿弯曲强度计算及确定不产生根切的最少齿数时, 都是以  $z_v$  为依据的。

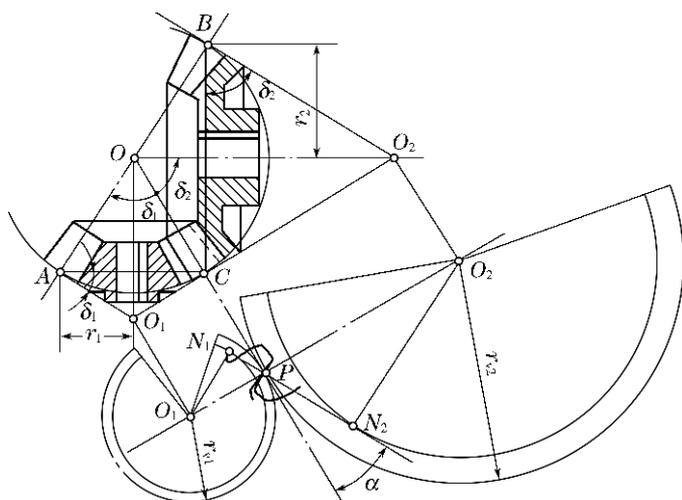


图 4-29 锥齿轮的当量齿数

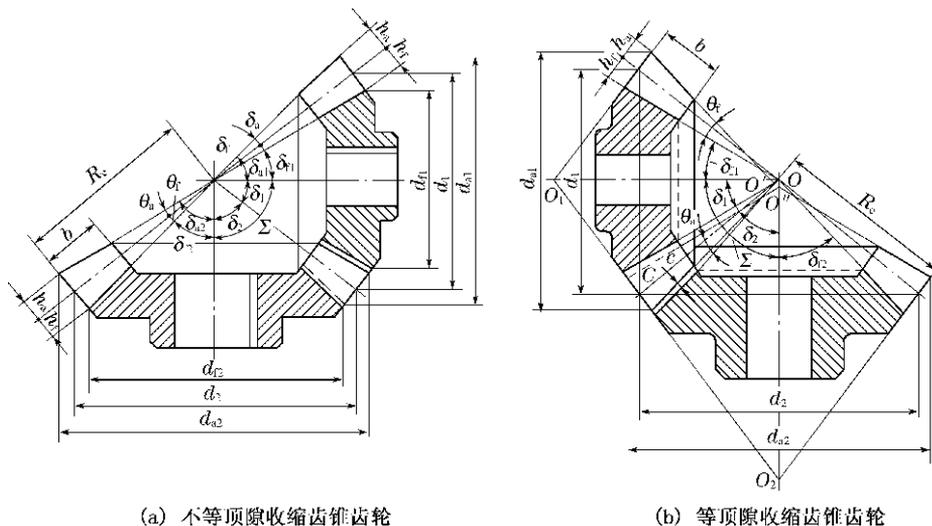
### 3. 直齿锥齿轮的啮合传动

直齿锥齿轮的轮齿是均匀分布在锥面上的, 它的齿形一端大, 另一端小, 为了测量和计算方便, 锥齿轮的参数和尺寸均以大端为标准, 即规定锥齿轮的大端模数为标准值、压力角  $\alpha=20^\circ$ 、齿顶高系数  $h_a^*=1$  和顶隙系数  $c^*=0.2$ 。

因为一对直齿锥齿轮的啮合相当于一对当量圆柱齿轮的啮合, 所以其正确啮合条件为两个当量圆柱齿轮的模数和压力角分别相等, 亦即两个锥齿轮大端的模数和压力角分别相等, 且两锥齿轮的外锥距也必须相等。

如图 4-30 所示, 一对正确安装的标准直齿锥齿轮啮合时, 两锥齿轮的分度圆直径分别为  $d_1=2R\sin\delta_1$ ,  $d_2=2R\sin\delta_2$ , 所以锥齿轮传动的传动比为:

$$i = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{z_2}{z_1} = \frac{d_2}{d_1} = \frac{\sin\delta_2}{\sin\delta_1} \quad (4-22)$$



(a) 不等顶隙收缩齿锥齿轮

(b) 等顶隙收缩齿锥齿轮

图 4-30  $\Sigma=90^\circ$  的标准直齿锥齿轮

式(4-22)中,  $\delta_1$ 、 $\delta_2$  分别为两直齿锥齿轮的分锥角。

当两轴间的夹角  $\Sigma=90^\circ$  时, 其传动比为:

$$i = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{z_2}{z_1} = \frac{d_2}{d_1} = \frac{\sin \delta_2}{\sin \delta_1} = \cot \delta_1 = \tan \delta_2 \quad (4-23)$$

#### 4. 直齿锥齿轮的几何尺寸

直齿锥齿轮的几何尺寸计算见表 4-5 所示:

表 4-5  $\Sigma=90^\circ$  标准直齿锥齿轮几何尺寸计算公式

名称	符号	计算公式
分度圆锥角	$\delta$	$\delta_2 = \arctan(z_2/z_1), \delta_1 = 90^\circ - \delta_2$
分度圆直径	$d$	$d = mz$
锥距	$R$	$R = \frac{mz}{2\sin \delta} = \frac{m}{2} \sqrt{z_1^2 + z_2^2}$
齿宽	$b$	$b \leq R/3$
齿顶圆直径	$d_a$	$d_a = d + 2h_a \cos \delta = m(z + 2h_a^* \cos \delta)$
齿根圆直径	$d_f$	$d_f = d - 2h_f \cos \delta = m[z - (2h_a^* + c^*) \cos \delta]$
顶圆锥角	$\delta_a$	$\delta_a = \delta + \theta_a = \delta + \arctan(h_a^* m/R)$
根圆锥角	$\delta_f$	$\delta_f = \delta - \theta_f = \delta - \arctan[(h_a^* + c^*) m/R]$

#### 4.6.3 蜗杆传动

如图 4-31(a)所示, 蜗杆传动机构主要由蜗杆和蜗轮组成, 主要用于传递空间交错的两轴之间的运动和动力, 通常情况下, 轴间交角为  $90^\circ$ 。一般情况下, 蜗杆为主动件, 蜗轮为从动件。采用蜗杆机构, 可以实现小空间内、大传动比的交错轴之间的运动转换, 广泛应用于机床、汽车、仪器、起重运输机械、冶金机械以及其他机械制造工业中, 其最大传动功率可达 750 kW, 但通常用在 50 kW 以下。

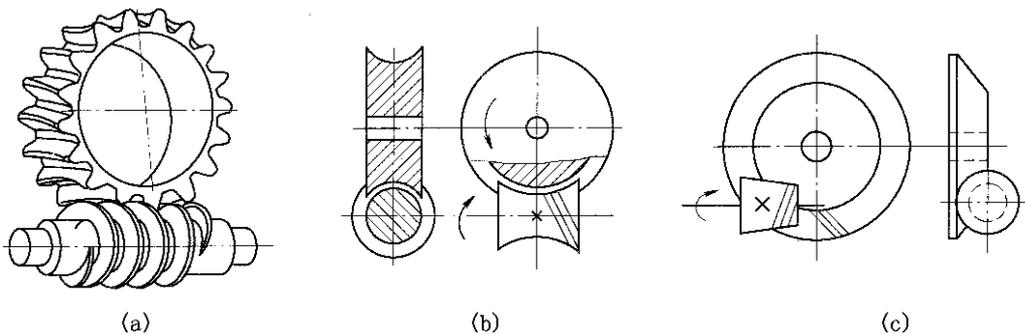


图 4-31 蜗杆机构的类型

## 1. 蜗杆传动的类型及其特点

蜗杆传动按照蜗杆的形状不同,可分为圆柱面蜗杆传动(如图4-31(a))、圆弧面蜗杆传动(如图4-31(b))和锥面蜗杆传动(如图4-31(c))。

圆柱面蜗杆传动又可按螺旋面的形状,分为阿基米德蜗杆传动(ZA蜗杆)和渐开线蜗杆传动(ZI蜗杆)等,其中阿基米德蜗杆(如图4-32)由于加工方便,应用最为便利。

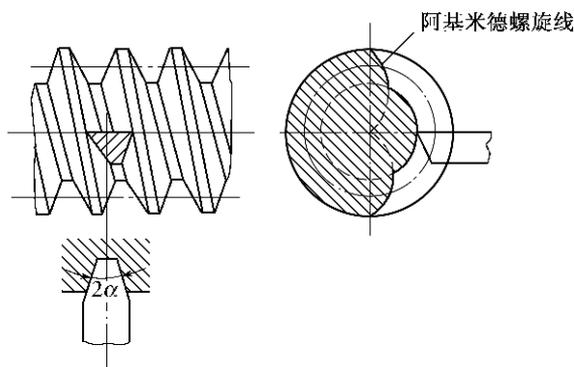


图4-32 阿基米德蜗杆

阿基米德蜗杆的端面齿廓为阿基米德螺旋线,轴向齿廓为直线,加工方法与普通梯形螺纹相似。阿基米德蜗杆较容易车削,但难以磨削,不易得到较高精度。

渐开线蜗杆的端面齿廓为渐开线,渐开线蜗杆可以用滚齿刀进行加工,并可在专用机床上磨削,制造精度较高,利于成批生产,适用于功率较大的高速传动。

蜗杆传动的特点主要包括以下几点:

(1) 传动比大。单头蜗杆传动在传递动力时,传动比  $i=5\sim 80$  (常用的范围是  $i=15\sim 50$ );在分度机构或手动机构传动时,  $i$  可达 300;只传递运动时,  $i$  可达 1 000,与齿轮传动相比,传动比大,零件数目少,结构紧凑。

(2) 传动平稳。因为蜗杆的齿廓是一条连续的螺旋线,蜗杆与蜗轮的轮齿是逐渐进入啮合,又逐渐退出啮合,同时啮合的齿对较多,因此,传动平稳,噪声较小。

(3) 具有自锁性。当蜗杆的导程角小于轮齿间的当量摩擦角时,可实现自锁。即蜗杆能带动蜗轮旋转,但蜗轮不能带动蜗杆。

(4) 传动效率低。蜗杆传动与螺旋齿轮传动类似,在啮合处有相对滑动。当滑动速度很大,冷却或润滑条件恶劣时,齿面摩擦严重,故在制造精度和传动比相同的条件下,蜗杆传动的效率比齿轮传动低,一般只有 70%~80%。具有自锁功能的蜗杆机构,效率则一般不大于 50%。

(5) 制造成本高。为了降低摩擦,减小磨损,提高齿面抗胶合能力,蜗轮齿圈通常采用铜合金制造,成本相对较高。

## 2. 蜗杆传动的主要参数

将通过蜗杆轴线并与蜗轮轴线垂直的平面定义为中间平面,如图4-33所示。在此平面内,蜗杆传动相当于齿轮齿条传动,因此,这个面内的参数均为标准值,计算公式

与圆柱齿轮相同。

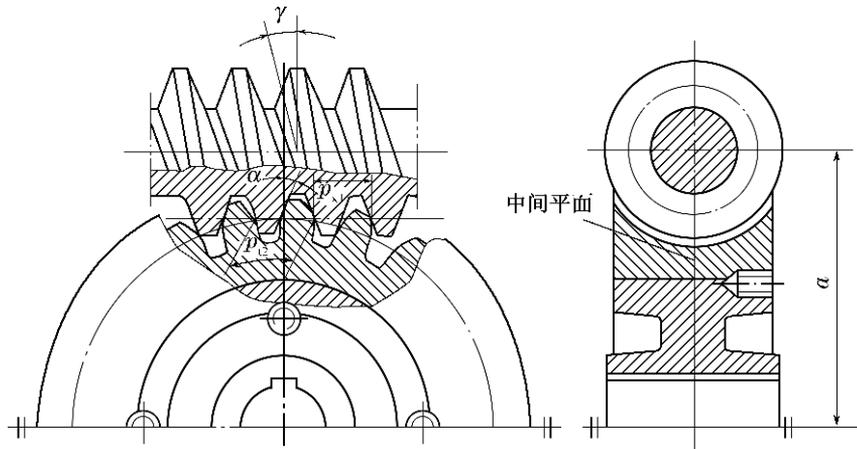


图 4-33 蜗杆传动的主要参数

(1) **蜗杆头数  $z_1$  和蜗轮齿数  $z_2$** 。蜗杆类似于螺纹,其头数  $z_1$  (相当于螺纹的线数) 一般取 1、2、4,头数增大时,可提高传动效率,但加工制造困难;蜗轮类似于斜齿轮,有螺旋角,其齿数一般取  $z_2 = 28 \sim 80$ 。若  $z_2 < 28$ ,传动的平稳性会下降,且易产生根切;反之若  $z_2$  过大,蜗轮的直径  $d_2$  增大,与之相应的蜗杆长度增加、刚度降低,从而影响啮合的精度。

(2) **传动比  $i$** 。当蜗杆转过  $n_1$  转时,在轴向推进  $n_1$  个导程,其大小为  $n_1 z_1 P$  ( $P$  为齿距);与此同时,蜗轮将被推动在分度圆弧上转过相同的距离,所以蜗轮相应转过的转数为  $n_2 = \frac{n_1 z_1 P}{z_2 P}$ ,因此,传动比为:

$$i = \frac{n_1}{n_2} = \frac{z_2}{z_1} \quad (4-24)$$

(3) **模数  $m$  和压力角  $\alpha$** 。与齿轮传动类似,蜗杆传动的几何尺寸也以模数为主要计算参数,蜗杆和蜗轮啮合时,在中间平面上,蜗杆的轴向模数和压力角应与蜗轮的端面模数和压力角分别相等,即:

$$\begin{cases} m_{x1} = m_{x2} = m \\ \alpha_{x1} = \alpha_{x2} = \alpha \end{cases} \quad (4-25)$$

圆柱面蜗杆的轴向压力角为标准值 ( $\alpha_{x1} = 20^\circ$ ),其轴向模数  $m_{x1}$  也为标准值,与切削的刀具相对应。阿基米德蜗杆(ZA 蜗杆)以轴向压力角为标准值,渐开线蜗杆(ZI 蜗杆)取法向压力角为标准值,二者之间的关系为:  $\tan \alpha_x = \frac{\tan \alpha_n}{\cos \gamma}$  (其中  $\gamma$  为蜗杆的导程角)。

(4) **蜗杆分度圆直径  $d_1$  和蜗杆直径系数  $q$** 。在蜗杆传动过程中,为了保证蜗杆与配对的蜗轮能够正确啮合,常用与蜗杆具有相同尺寸的滚齿刀,因此,加工不同尺寸的蜗轮,就需要不同的滚齿刀。为了限制滚齿刀的数量,GB 10088—2018《圆柱蜗杆模数

和直径》规定将蜗杆的分度圆直径  $d_1$  进行标准化,且与其模数相匹配,令:

$$q = \frac{d_1}{m} \quad (4-26)$$

式(4-26)中,  $q$  称为蜗杆的直径系数。

由此,常用的模数、分度圆直径和直径系数均已标准化,当蜗杆的模数一定时,直径系数  $q$  增大,则蜗杆的分度圆直径  $d_1$  增大、刚度提高。因此,为保证蜗杆有足够的刚度,小模数蜗杆的直径系数  $q$  值一般较大。

(5) 蜗杆导程角  $\gamma$ 。当蜗杆的直径系数  $q$  和头数  $z_1$  选定以后,蜗杆分度圆上的导程角  $\gamma$  也就确定了,由图 4-34 可知:

$$\tan \gamma = \frac{P_z}{\pi d_1} = \frac{z_1 P_x}{\pi d_1} = \frac{z_1 m}{d_1} = \frac{z_1}{q} \quad (4-27)$$

式(4-27)中  $P_z$  为蜗杆导程,  $P_x$  为蜗杆的轴向齿距。

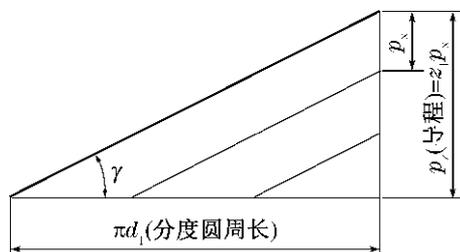


图 4-34 蜗杆的导程与导程角

由式(4-27)可知,蜗杆的直径系数  $q$  越小,导程角  $\gamma$  越大,传动效率也越高,但蜗杆的刚度和强度将减弱。通常情况下,蜗杆导程角  $\gamma = 3.5^\circ \sim 27^\circ$ ,导程角在  $3.5^\circ \sim 4.5^\circ$  范围内的蜗杆可实现自锁。

在两轴交错且轴间交角为  $90^\circ$  的蜗杆传动中,蜗杆在分度圆柱上的导程角  $\gamma$  应等于蜗轮的螺旋角  $\beta$ ,且两者的旋向必须相同。由此,标准圆柱面蜗杆机构的正确啮合条件为:

$$\begin{cases} m_{x1} = m_{x2} = m \\ \alpha_{x1} = \alpha_{x2} = \alpha \\ \gamma = \beta \end{cases} \quad (4-28)$$

(6) 蜗杆中心距  $a$ 。当蜗杆的节圆与分度圆重合时,称为标准蜗杆传动,其中心距为  $a$ :

$$a = \frac{1}{2} (d_1 + d_2) = \frac{1}{2} m (q + z_2) \quad (4-29)$$

标准圆柱面蜗杆的几何尺寸计算公式见表 4-6 所示:

表 4-6 标准普通圆柱面蜗杆传动的几何尺寸计算公式

名称	计算公式	
	蜗杆	蜗轮
齿顶高	$h_a = m$	$h_a = m$
齿根高	$h_f = 1.2m$	$h_f = 1.2m$
分度圆直径	$d_1 = mq$	$d_2 = mz_2$
齿顶圆直径	$d_{a1} = m(q+2)$	$d_{a2} = m(z_2+2)$
齿根圆直径	$d_{f1} = m(q-2.4)$	$d_{f2} = m(z_2-2.4)$
顶隙	$c = 0.2m$	
蜗杆轴向齿距 蜗轮端面齿距	$p = m\pi$	
蜗杆分度圆柱的导程角	$\tan \gamma = \frac{z_1}{q}$	
蜗轮分度圆上轮齿的螺旋角		$\beta = \lambda$
中心距	$a = m(q+z_2)/2$	

**【例 4-4】** 在蜗杆传动的系统中,已知蜗杆的头数  $z_1 = 2$ ,分度圆直径  $d_1 = 40 \text{ mm}$ ,模数  $m = 4 \text{ mm}$ ,蜗轮的齿数  $z_2 = 39$ 。试计算蜗杆的直径系数  $q$ 、导程角  $\gamma$  以及蜗杆传动的中心距  $a$ 。

解 (1) 蜗杆的直径系数  $q$

$$q = \frac{d_1}{m} = \frac{40}{4} = 10$$

(2) 导程角  $\gamma$

由式(4-27)得:  $\tan \gamma = \frac{z_1}{q} = \frac{2}{10} = 0.2, \gamma = 11.3^\circ$

(3) 蜗杆传动的中心距  $a$

由式(4-29)得:  $a = m(q+z_2)/2 = 4 \times (10+39)/2 = 98 \text{ mm}$

## 4.7 齿轮的传动及其力学分析

大多数齿轮传动不仅用来传递运动,还可以传递动力。因此,齿轮传动不仅要求运转平稳,还必须具备足够的承载能力。

### 4.7.1 齿轮传动的失效分析及其设计准则

齿轮传动的失效主要是指轮齿的失效,包括:轮齿折断、齿面点蚀、齿面磨损、齿面胶合以及塑性变形等。轮齿的失效形式与齿轮传动的工作情况、载荷大小、工作转速及

#### 微课 4-4



齿轮传动的失效

齿面硬度有关。在齿轮传动设计中,可以按工作条件或齿面硬度将齿轮传动分成不同的类型。

齿轮传动的工作情况一般分为闭式传动和开式传动两种,闭式传动是指将传动齿轮安装在润滑和密封条件良好的箱体内的传动,重要的传动都采用闭式传动;开式传动是指将传动齿轮暴露在外或只有简单的遮盖,此时无法保证良好的润滑,且易落入灰尘和其他杂质,故齿面易磨损,只能应用于简单的机械设备及低速的场合。

根据齿面硬度,齿轮传动可分为**软齿面传动**( $\leq 350$  HBW)和**硬齿面传动**( $> 350$  HBW)。前者在重载、高速时易发生胶合,低速时则产生塑性变形;后者重载时易发生轮齿折断,高速、中小载荷时易发生疲劳点蚀。

### 1. 轮齿折断

如图4-35(a)所示,轮齿折断通常发生在齿根处,齿轮的一个或多个齿的整体或局部发生断裂。轮齿折断发生的原因包括:轮齿受到交变弯曲应力的作用,齿根处应力最大且存在应力集中现象,当弯曲应力超过允许限度时,就会发生疲劳折断;对于用脆性材料制成的齿轮,可因短时严重过载或受到巨大冲击而导致发生突然折断,称为过载折断。

轮齿折断主要发生于开式或闭式传动,特别是当齿轮进行双向传动(此时齿轮受到循环应力的作用),轮齿折断后,传动将彻底失效。预防轮齿折断的措施主要是:限制齿根危险截面上的弯曲应力;选用合适的齿轮参数和几何尺寸;增大齿根处的圆角过渡,消除加工刀痕,降低齿根处的应力集中;选用合适的材料和热处理工艺,使齿芯具有足够的韧性。

### 2. 齿面点蚀

如图4-35(b)所示,轮齿啮合时,齿面上任一点所产生的接触应力由零(尚未进行啮合时)逐渐增加到最大值(该点啮合时),即齿面的接触应力是按脉动循环规律变化的,若齿面的接触应力超过材料的接触疲劳极限时,在载荷的多次、重复作用下,齿面表层就会生成细微的疲劳裂纹,其后,随着裂纹的蔓延扩展,使金属微粒剥落下来并形成麻坑,这就是齿面点蚀。

齿面点蚀主要发生于闭式、软齿面传动的轮齿节线附近,对于开式传动,由于磨损较快,很少出现点蚀现象。预防齿面点蚀的措施主要是:限制齿面的接触应力;提高齿面硬度、降低齿面的表面粗糙度值;采用黏度较高的润滑油及适宜的添加剂等。

### 3. 齿面磨损

齿面磨损通常分为两种情况:一种情况是在齿轮运转的初期,在两齿轮啮合的齿面间产生的磨合磨损,也称为跑和磨损,其危害程度不大,反而可起到抛光的作用;另一种是由于灰尘、金属屑等外来硬质颗粒进入齿面啮合处所引起的磨粒磨损,如图4-35(c)所示。

齿面磨损主要发生于开式传动,磨损过大时,齿厚明显变薄,导致齿侧间隙增大。一方面降低了轮齿的抗弯强度,引起轮齿折断;另一方面也会产生冲击和噪音,使工作情况恶化,无法保证传动的平稳性。预防齿面磨损的措施主要是:采用闭式传动或在开式传动中加装防护装置;注意润滑油的清洁,提高润滑油的黏度,或加入适宜的添加剂;选用合适的齿轮参数和几何尺寸;提高轮齿的加工精度、降低齿面的表面粗糙度值等。

#### 4. 齿面胶合

在高速重载传动中,齿面间压力增大,相对滑动速度提高,可因摩擦生热导致啮合区的温度升高,引起润滑失效,此时,两齿面间的金属在直接接触中就可能产生相互黏连,当两齿面发生相对运动时,较软的齿面会沿滑动方向被撕下部分金属,而形成沟纹的这种现象称为齿面胶合,如图4-35(d)所示。此外,在低速重载传动中,由于齿面间的润滑油膜不易形成,也可能产生胶合破坏。

齿面胶合主要发生于高速、重载或润滑不良的低速、重载传动中,产生胶合后,同样破坏了轮齿的工作表面,致使啮合情况恶化,传动不平稳,产生噪音,严重时可导致齿轮传动失效。预防齿面胶合的措施主要是:进行抗胶合能力计算,限制齿面温度;保证良好润滑,采用适宜的添加剂;提高齿面的硬度,降低齿面的表面粗糙度值等。

#### 5. 塑性变形

当轮齿的材料较软且载荷过大时,轮齿材料就会因屈服而产生沿摩擦力方向的塑性流动,如图4-35(e)所示,从而形成齿面局部的塑性变形。

塑性变形主要发生于低速、重载的情况,塑性变形破坏了轮齿的工作齿廓,严重地影响传动的平稳性。预防塑性变形的措施主要是:避免齿轮机构频繁的起动和过载,提高齿面硬度,采用黏度较大的润滑油等。

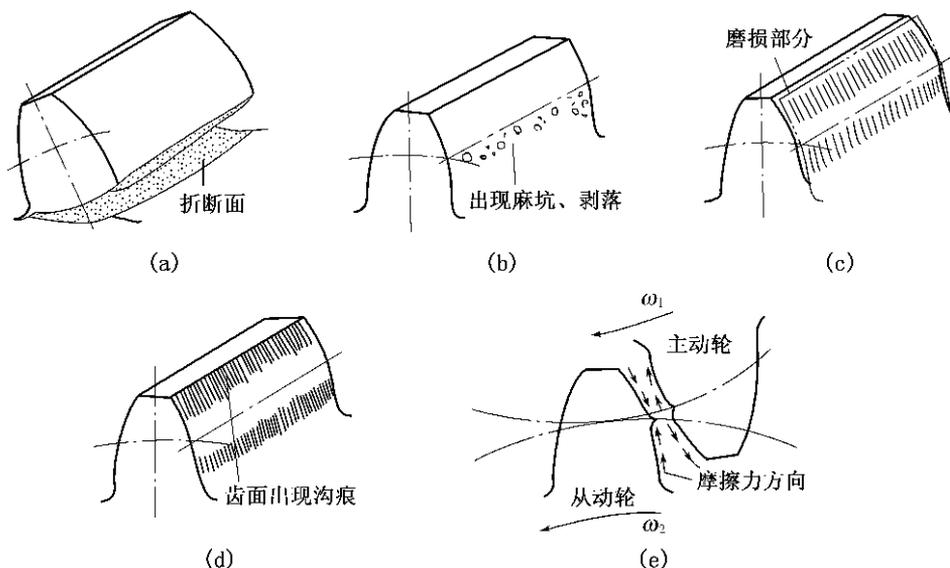


图4-35 齿轮的失效形式

在设计齿轮传动时,应根据实际的工作情况,分析其可能发生的失效形式,然后选择相应的齿轮传动强度计算准则,一般条件下,齿轮传动的设计准则包括:

(1) 对于软齿面的闭式传动,由于润滑条件良好,齿面点蚀将是其主要的失效形式。在设计计算时,通常按齿面接触疲劳强度设计,再按齿根弯曲疲劳强度校核。

(2) 对于硬齿面的闭式传动,齿面抗点蚀能力强,齿根疲劳折断将是其主要失效形式。在设计计算时,通常按齿根弯曲疲劳强度设计,再按齿面接触疲劳强度校核。

(3) 对于开式传动,齿面磨损将是其主要失效形式。但由于磨损的机理比较复杂,

目前尚无成熟的设计计算方法,通常只能按齿根弯曲疲劳强度设计,再考虑磨损,将所求得的模数增大 10%~20%。

#### 4.7.2 齿轮的材料及其热处理

由齿轮传动的失效分析可知,为了保证齿轮工作的可靠性和使用寿命,对齿轮材料的基本要求是:齿面具有足够的硬度和耐磨性,以防止产生点蚀、胶合、磨损或塑性变形;齿根具有足够的韧性,以防止轮齿产生折断,并获得较高的抗弯曲和冲击能力。此外,齿轮材料还应具备良好的冷、热加工的工艺性,以达到齿轮的各项技术要求。

常用的齿轮材料主要为各种牌号的优质碳素结构钢、合金结构钢、铸钢、铸铁和非金属材料等。大多数情况下,为了改善其内部组织,均采用锻件或轧制钢材。齿轮结构或工作情况特殊时,可按以下规则进行选择:

- (1) 齿轮尺寸较大,或结构形状复杂、轮坯不易锻造时,可采用铸钢。
  - (2) 开式、低速传动时,可采用灰铸铁或球墨铸铁。
  - (3) 低速重载传动时,易产生齿面塑性变形,轮齿也易折断,可选用综合性能较好的钢材。
  - (4) 高速传动时,易产生齿面点蚀,可选用齿面硬度高的材料。
  - (5) 受冲击载荷时,可选用韧性好的材料。
  - (6) 高速、轻载且要求低噪音传动时,也可采用非金属材料,如夹布胶木、尼龙等。
- 常用的齿轮材料及其力学性能见表 4-7 所示:

表 4-7 常用齿轮材料、热处理工艺及其力学性能

类别	材料牌号	热处理方法	抗拉强度 $\sigma_b$ /MPa	屈服点 $\sigma_s$ /MPa	硬度 HBS 或 HRC
优质 碳素钢	35	正火	500	270	150~180 HBS
		调质	550	294	190~230 HBS
	45	正火	588	294	169~217 HBS
		调质	647	373	229~286 HBS
		表面淬火			40~50 HRC
	50	正火	628	373	180~220 HBS
合金 结构钢	40Cr	调质	700	500	240~258 HBS
		表面淬火			48~55 HRC
	35SiMn	调质	750	450	217~269 HBS
		表面淬火			45~55 HRC
	40MnB	调质	735	490	241~286 HBS
		表面淬火			45~55 HRC
	20Cr	渗碳淬火+	637	392	56~62 HRC
	20CrMnTi	回火	1 079	834	56~62 HRC
	38CrMnAlA	渗氮	980	834	850 HV

(续表)

类别	材料牌号	热处理方法	抗拉强度 $\sigma_b$ /MPa	屈服点 $\sigma_s$ /MPa	硬度 HBS 或 HRC
铸钢	ZG45	正火	580	320	156~217 HBS
	ZG55		650	350	169~229 HBS
灰铸铁	HT300	—	300		185~278 HBS
	HT350		350		202~304 HBS
球墨铸铁	QT600-3	—	600	370	190~270 HBS
	QT700-2		700	420	225~305 HBS
非金属	夹布胶木	—	100		25~35 HBS <sub>v</sub>

钢制齿轮材料的热处理工艺主要有以下几种:

### 1. 正火

正火能消除齿轮的内应力,细化晶粒,改善力学性能和切削性能。对于强度要求不高的齿轮可选用优质碳素钢进行正火处理;对于尺寸较大的齿轮,可选用铸钢进行正火处理。

### 2. 调质

调质是指“淬火+高温回火”,一般用于优质碳素钢和中碳合金结构钢,如 45 和 40Cr 等。调质处理后齿面的硬度一般为 220~280 HBS,因硬度适中,可在调质后再对轮齿进行精加工。

### 3. 表面淬火

表面淬火主要采用电磁感应方式进行加热,常用于优质碳素钢和中碳合金结构钢。表面淬火后,齿面硬度一般为 40~55HRC,耐磨性好,可避免点蚀和胶合;由于齿轮的芯部并未完全淬硬,齿根仍具有足够的韧性,能承受不大的冲击载荷。

### 4. “渗碳淬火+回火”

“渗碳淬火+回火”常用于低碳合金结构钢,如 20Cr、20CrMnTi 钢等。“渗碳淬火+回火”后,齿面硬度可达 56~62 HRC,耐磨性较好,接触强度高;齿轮的芯部硬度可达 36~42 HRC,仍保持较高的韧性和抗弯强度。“渗碳淬火+回火”可用于承受冲击载荷的重要齿轮传动,由于在热处理中会产生一定的变形,需对轮齿进行补充的精加工,如磨齿等。

### 5. “调质+渗氮”

渗氮是一种表面化学热处理,通常在调质后进行,常用于含铬、钼、铝等合金元素的中、低碳合金结构钢,如 38CrMoAlA 等。渗氮处理后不需要进行其他热处理,齿轮基本不会产生变形,齿面硬度高达 700~900 HV,齿轮的芯部硬度可达 33~38 HRC,仍保持较高的韧性和抗弯强度,“调质+渗氮”主要适用于内齿轮和难以进行补充精加工的齿轮。

上述五种热处理工艺中,正火和调质处理后的齿面硬度较低( $\leq 350$  HBW),属于

软齿面齿轮,工艺过程简单,适用于一般的齿轮传动;其余三种热处理工艺后的齿面硬度较高( $>350$  HBW),属于硬齿面齿轮,承载能力高,适用于传动结构紧凑的场合。

在一对相互啮合的齿轮中,由于小齿轮卸载的次数比大齿轮多,且齿根较薄,为了与大齿轮的寿命匹配,应使小齿轮的硬度比大齿轮略高一些。

### 4.7.3 齿轮传动的受力分析

为了进行齿轮的强度计算、设计轴和轴承等轴系零件,必须对齿轮传动进行受力分析。

#### 1. 渐开线直齿圆柱齿轮传动的受力分析

在分析直齿圆柱齿轮的受力时,为了便于计算,可忽略摩擦力,用齿宽中点的集中力来代替沿齿宽的分布力。如图4-36所示,对节点C处的接触进行受力分析,沿啮合线垂直作用于齿面的法向力 $F_n$ 可分解为两个正交的分力:沿圆周方向的圆周力 $F_t$ 和沿半径方向的径向力 $F_r$ ,其大小分别为:

$$F_t = \frac{2T_1}{d_1}, F_n = \frac{F_t}{\cos \alpha} = \frac{2T_1}{d_1 \cos \alpha}, F_r = F_t \tan \alpha = \frac{2T_1}{d_1} \tan \alpha \quad (4-30)$$

式(4-30)中, $T_1$ 为小齿轮传递的名义转矩,单位为 $\text{N} \cdot \text{m}$ ,其大小 $T_1 = \frac{9549P_1}{n_1}$ 。 $P_1$ 为小齿轮传递名义功率,单位为 $\text{kW}$ ;  $n_1$ 为小齿轮的转速,单位为 $\text{r}/\text{min}$ 。 $d_1$ 为小齿轮的分度圆直径; $\alpha$ 为压力角,对于标准齿轮 $\alpha = 20^\circ$ 。

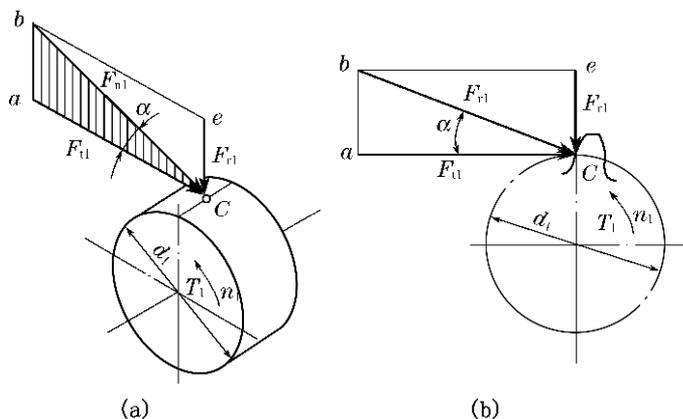


图4-36 渐开线直齿圆柱齿轮传动的受力分析

上述为小齿轮(主动齿轮)轮齿上的受力分析,大齿轮(从动齿轮)轮齿上的受与其大小相等、方向相反,互为作用力与反作用力的关系。

渐开线直齿圆柱齿轮的受力方向为:主动齿轮上的圆周力 $F_t$ 与其转向 $n_1$ 相反,从动齿轮上的圆周力 $F_t$ 与其转向 $n_2$ 相同,主动齿轮和从动齿轮的径向力 $F_r$ 分别指向各自的圆心。

以上的受力分析是在理想的平稳工作情况下进行的,得到的法向力 $F_n$ 、圆周力 $F_t$ 和径向力 $F_r$ 均为名义载荷。实际工作中,由于轴和轴承的变形,传动装置的制造和安

装误差等原因,载荷沿齿宽的分布并不是均匀的,即出现载荷集中的现象,当齿轮位置与轴承不对称时,由于轴的弯曲变形,齿轮将相互倾斜,此时轮齿的一端载荷会增大。轴和轴承的高度越小,齿宽  $b$  越宽,载荷集中情况越严重。此外,由于各种原动机和工作机的特性不同,齿轮的制造误差以及轮齿变形等原因,也会引起附加的动载荷;精度越低,圆周速度越高,附加动载荷就越大。因此,在计算齿轮强度时,通常用计算载荷  $F_{nc}$  来代替名义载荷  $F_n$ , 计算载荷  $F_{nc}$  为:

$$F_{nc} = KF_n \quad (4-31)$$

式(4-31)中,  $K$  为载荷系数,其值见表 4-8 所示,  $F_n$  为受力分析中计算出的名义载荷。

表 4-8 载荷系数  $K$

原动机工作情况	工作机载荷特性		
	平稳或较平稳	中等冲击	严重冲击
工作平稳(如电动机、汽轮机等)	1.0~1.2	1.2~1.6	1.6~1.8
轻度冲击(如多缸内燃机)	1.2~1.6	1.6~1.8	1.9~2.1
中等冲击(如单缸内燃机)	1.6~1.8	1.8~2.0	2.2~2.4

注:斜齿、圆周速度低、精度高、齿宽系数小时取小值,直齿、圆周速度高、精度低、齿宽系数大时取大值。齿轮在两轴承之间对称布置时取小值,齿轮在两轴承之间不对称布置及悬臂布置时取大值。

## 2. 渐开线斜齿圆柱齿轮传动的受力分析

如图 4-37(a)所示,对渐开线斜齿圆柱齿轮节点处的接触进行受力分析,垂直于齿面、作用于轮齿法向平面内的法向力  $F_n$  可分解为三个正交的分力:沿圆周方向的圆周力  $F_t$ ,沿半径方向的径向力  $F_r$ ,以及沿齿轮轴线方向的轴向力  $F_a$ ,其大小分别为:

$$F_t = \frac{2T_1}{d_1}, F_n = \frac{F_t}{\cos \beta \cos \alpha_n}, F_r = \frac{F_t \tan \alpha_n}{\cos \beta}, F_a = F_t \tan \beta \quad (4-32)$$

式(4-32)中,  $\cos \alpha_n$  和  $\beta$  分别为渐开线斜齿圆柱齿轮的法向压力角和螺旋角。

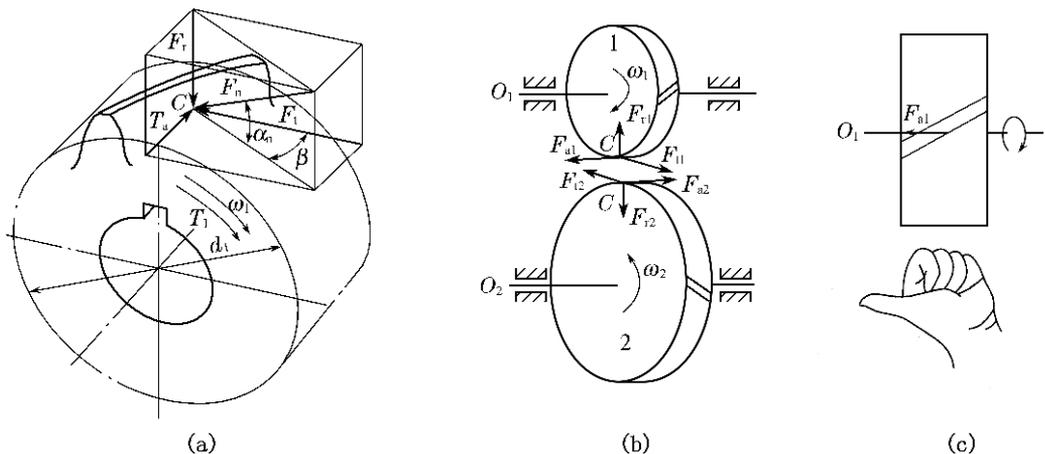


图 4-37 渐开线斜齿圆柱齿轮传动的受力分析

渐开线斜齿圆柱齿轮的受力方向为:主动齿轮上的圆周力  $F_t$  与其转向  $n_1$  相反,从动齿轮上的圆周力  $F_t$  与其转向  $n_2$  相同;主动齿轮和从动齿轮的径向力  $F_r$  分别指向各自的圆心(如图 4-37(b));主动齿轮的轴向力按“左、右手螺旋法则”确定:主动齿轮为右旋时,右手按转动方向握住轴线,以四指方向弯曲表示主动齿轮轴的转向,大拇指的指向即为主动齿轮轴向力的方向。主动齿轮的轴向力方向确定以后,从动齿轮轴向力的方向与之相反(如图 4-37(c))。

### 3. 直齿锥齿轮传动的受力分析

如图 4-38(a)所示,对直齿锥齿轮(主动齿轮)进行受力分析,作用于轮齿法向平面内、分度圆锥的平均直径上的法向力  $F_n$  可分解为三个正交的分力:沿圆周方向的圆周力  $F_t$ ,沿半径方向的径向力  $F_r$ ,以及沿齿轮轴线方向的轴向力  $F_a$ ,其大小分别为:

$$F_t = \frac{2T}{d_{m1}}, F_r = F' \cos \delta = F_t \tan \alpha \cos \delta, F_a = F' \sin \delta = F_t \tan \alpha \sin \delta \quad (4-33)$$

式(4-33)中,  $d_{m1}$  是小齿轮齿宽中点分度圆直径,由图 4-38(a)的几何关系中得  $d_{m1} = d_1 - b \sin \delta_1$ 。

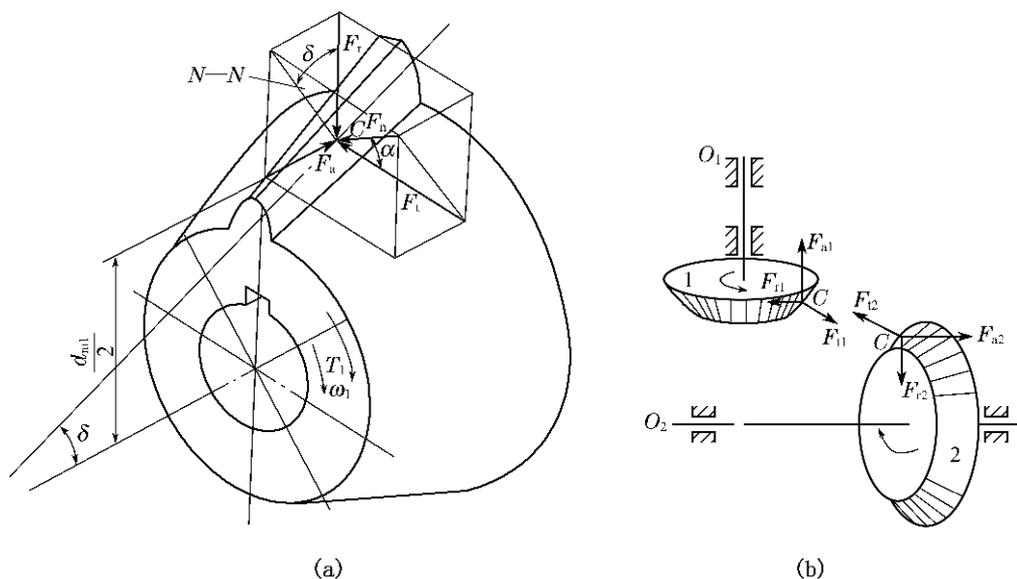


图 4-38 直齿锥齿轮传动的受力分析

直齿锥齿轮的受力方向为:主动齿轮上的圆周力  $F_t$  与其转向  $n_1$  相反,从动齿轮上的圆周力  $F_t$  与其转向  $n_2$  相同;径向力  $F_r$  均垂直指向各自齿轮的轴线(如图 4-38(b));主动齿轮和从动齿轮的轴向力  $F_a$  均由小端指向大端。当  $\delta_1 + \delta_2 = 90^\circ$  时,  $\sin \delta_1 = \cos \delta_2$ 。

### 4. 蜗杆传动的受力分析

蜗杆传动时的受力与斜齿轮类似,如图 4-39(a)所示,当右旋蜗杆(主动件)沿图示方向旋转时,在蜗杆的螺旋面上对其进行受力分析,作用于法向截面节点处的法向力  $F_{n1}$  可分解为三个正交的分力:沿圆周方向的圆周力  $F_{t1}$ 、沿半径方向的径向力  $F_{r1}$  以及

沿蜗杆轴线方向的轴向力  $F_{a1}$ 。

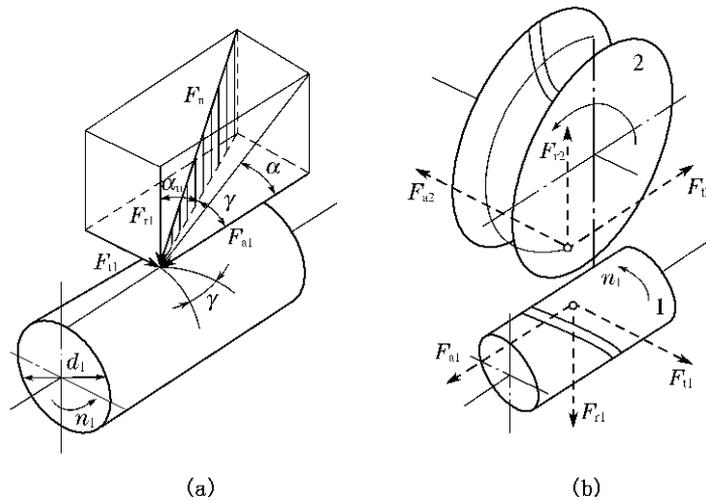


图 4-39 右旋蜗杆传动的受力分析

蜗杆的受力方向为:当蜗杆为主动件时,圆周力  $F_{t1}$  与其转向  $n_1$  相反,径向力  $F_{r1}$  均垂直指向蜗杆的轴线。轴向力  $F_{a1}$  按“左、右手螺旋法则”确定:对于如图 4-39(b)所示的右旋蜗杆,右手按转动方向握住蜗杆的轴线,以四指方向弯曲表示蜗杆的转向,大拇指的指向即为蜗杆轴向力  $F_{a1}$  的方向。

由于  $F_{t1}$  与  $F_{a2}$ 、 $F_{r1}$  与  $F_{r2}$ 、 $F_{a1}$  与  $F_{t2}$  是作用力与反作用力的关系,所以蜗轮上这三个分力的方向也可随之确定。蜗杆与蜗轮各分力的大小分别为:

$$F_{t1} = F_{a2} = \frac{2T_1}{d_1}, F_{r1} = F_{r2} = F_{a1} \tan \alpha, F_{a1} = F_{t2} = \frac{2T_2}{d_2}, T_1 = T_2 i \eta \quad (4-34)$$

式(4-34)中,  $T_1$  和  $T_2$  分别为作用在蜗杆和蜗轮上的转矩,  $\alpha = 20^\circ$ ,  $\eta$  为蜗杆传动的效率。

#### 4.7.4 齿轮传动的强度计算

根据上述内容,在失效分析的基础上,依据相应的设计准则,对不同类型的齿轮机构进行受力分析,即可设计出齿轮传动的参数和尺寸,并对其强度进行验算,以保证轮齿在正常传动和预期的使用寿命期间,具有足够的强度和承载能力,避免失效。本书主要以渐开线直齿圆柱齿轮为例,分析说明齿轮传动的强度计算过程。

##### 1. 齿面接触疲劳强度计算

齿面疲劳点蚀是闭式、软齿面齿轮传动的主要失效形式,当一对渐开线直齿圆柱齿轮进行啮合传动时,其齿面的接触类似于一对圆柱体的接触传力,轮齿在节点接触时,往往是由一对齿进行传力,也是受力较大的状态,这样就很容易发生疲劳点蚀。所以设计时,应以节点处的接触应力作为计算依据,限制节点处接触应力  $\sigma_H$  不超过许用接触应力  $[\sigma_H]$ 。

(1) 齿面最大接触应力  $\sigma_H$  为:  $\sigma_H = 335 \sqrt{\frac{KT_1(i \pm 1)^3}{a^2 bi}}$  MPa

其中,  $\sigma_H$  为齿面最大接触应力, 单位为 MPa;  $a$  是齿轮的中心距, 单位为 mm;  $K$  为载荷因数, 见表 4-8 所示;  $T_1$  为小齿轮传递的转矩, 单位为  $N \cdot mm$ ;  $b$  是小齿轮的齿宽, 单位为 mm;  $i$  是从动齿轮与主动齿轮的齿数比; “±” 分别代表外啮合和内啮合。

(2) 接触疲劳许用应力  $[\sigma_H]$  为:  $[\sigma_H] = \frac{\sigma_{Hlim}}{S_H} \text{MPa}$

其中,  $\sigma_{Hlim}$  为试验齿轮的接触疲劳极限, 单位为 MPa, 与材料及硬度有关, 常见材料的硬度与接触疲劳极限的对应关系如图 4-40 所示;  $S_H$  为齿面接触疲劳强度的安全系数, 其数值见表 4-9 所示。

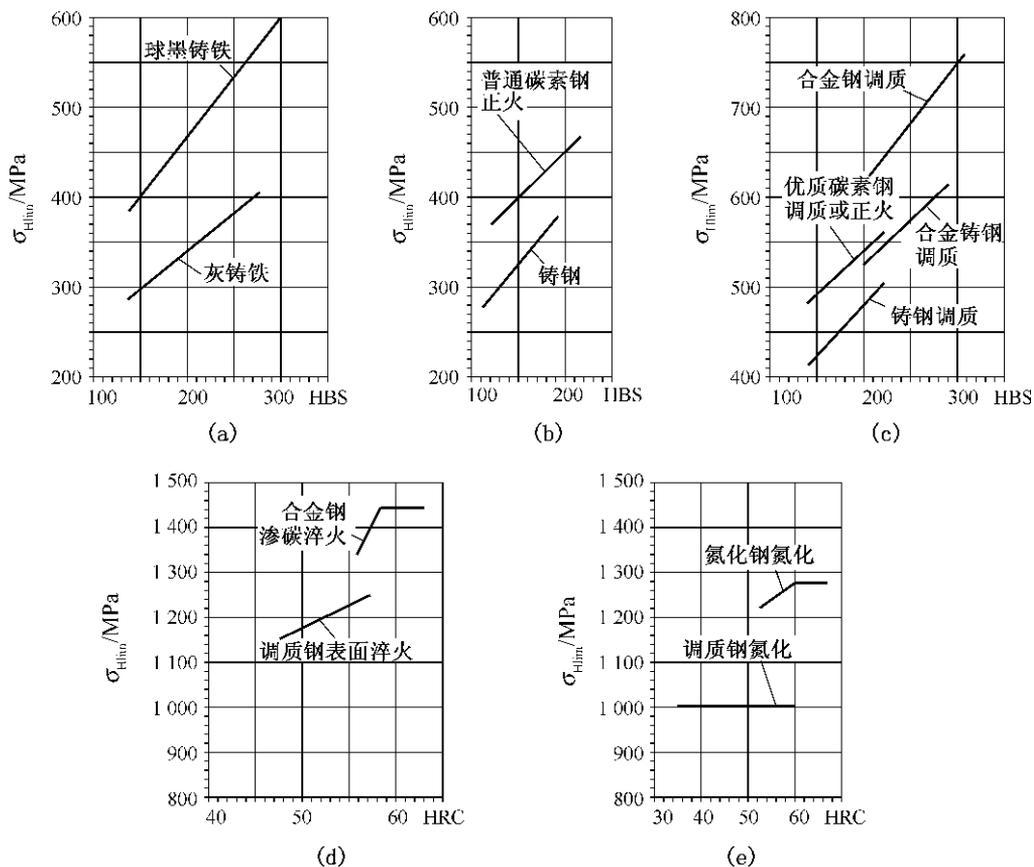


图 4-40 常见材料的硬度与接触疲劳极限  $\sigma_{Hlim}$  的对应关系

表 4-9 齿轮强度的安全系数  $S_H$  和  $S_F$

安全系数	软齿面	硬齿面	重要的传动、渗碳淬火齿轮或铸造齿轮
$S_H$	1.0~1.1	1.1~1.2	1.3
$S_F$	1.3~1.4	1.4~1.6	1.6~2.2

(3) 接触疲劳强度计算公式:

校核公式:

$$\sigma_H = 335 \sqrt{\frac{KT_1(i \pm 1)^3}{a^2 b i}} \leq [\sigma_H] \quad (4-35)$$

引入齿宽系数  $\varphi_a = b/a$  代入上式消去  $b$  可得

$$a \geq (i+1) \sqrt[3]{\left(\frac{335}{[\sigma_H]}\right)^2 \frac{KT_1}{\varphi_a i}} \text{ mm} \quad (4-36)$$

式(4-35)和式(4-36)只适用于一对钢制齿轮,若为“钢—铸铁”或“铸铁—铸铁”齿轮,则将系数 335 分别改成 285 或 250。

应用校核公式和设计公式时,应注意这样两点:相对啮合的两齿轮,其接触应力  $\sigma_{H1} = \sigma_{H2}$ ;若选用不同的材料,或材料相同但热处理不同时,两齿轮的许用应力  $[\sigma_H]$  一般是不同的,计算时应代入其中较小值。

由接触疲劳强度校核公式可知:影响齿面接触疲劳的主要参数是中心距  $a$  和齿宽  $b$  (其中,中心距  $a$  的效果更明显些),二者均是反映齿轮大小的参数,因此,齿面接触强度取决于齿轮的大小,与齿轮模数无关。

此外,决定  $[\sigma_H]$  的主要因素是材料及齿面硬度,所以提高齿轮齿面接触疲劳强度的途径是加大中心距、增大齿宽或选强度较高的材料,提高轮齿表面硬度。

## 2. 齿根弯曲疲劳强度计算

无论是开式齿轮传动,还是闭式齿轮传动,轮齿都是在反复受到弯曲应力的作用,致使在弯曲强度较弱的齿根处发生疲劳折断。计算齿根弯曲应力时,假设全部载荷仅由一对轮齿承担,当载荷作用于齿顶时,其力学模型类似于悬臂梁,齿根所受到的弯曲力矩最大,且圆角处又有应力集中,齿根受到拉应力边的裂纹极易扩展,是弯曲疲劳的危险区,故应限制齿根危险截面拉应力边的弯曲应力,满足强度条件  $\sigma_F \leq [\sigma_F]$ 。

$$(1) \text{ 齿根最大弯曲应力 } \sigma_F \text{ 为: } \sigma_F = \frac{2KT_1 Y_{FS}}{bm^2 z_1}$$

其中,  $\sigma_F$  为齿根最大弯曲应力,单位为 MPa;  $K$  为载荷因数,见表 4-8 所示;  $T_1$  为小齿轮传递的转矩,单位为  $N \cdot mm$ ;  $Y_{FS}$  是复合齿形因数,反映轮齿的形状对抗弯能力的影响,同时还考虑齿根部分应用集中的影响,其数值见表 4-10 所示;  $b$  是小齿轮的齿宽,单位为 mm;  $m$  是齿轮模数,单位是 mm;  $z_1$  是小齿轮的齿数。

表 4-10 标准渐开线直齿圆柱齿轮的复合齿形因数  $Y_{FS}$

$z(z_V)$	12	13	14	15	16	17	18	19	20
$Y_{FS}$	5.05	4.91	4.79	4.70	4.61	4.55	4.48	4.43	4.38
$z(z_V)$	25	30	35	40	45	50	60	70	80
$Y_{FS}$	4.22	4.13	4.08	4.05	4.02	4.01	3.88	3.88	3.88

(2) 弯曲疲劳许用应力 $[\sigma_F]$ 为: $[\sigma_F] = \frac{\sigma_{F\lim}}{S_F} \text{MPa}$

其中, $\sigma_{F\lim}$ 为试验齿轮的弯曲疲劳极限,单位为MPa,与材料及硬度有关,常见材料的硬度与弯曲疲劳极限的对应关系如图4-41所示(对于双侧工作的齿轮传动,齿根承受对称循环弯曲应力,应将图4-41中的数据乘以0.7); $S_F$ 为齿面接触疲劳强度的安全系数,其数值见表4-9所示。

(3) 弯曲疲劳强度计算公式:

校核公式:

$$\sigma_F = \frac{2KT_1 Y_{FS}}{bm^2 z_1} \leq [\sigma_F] \quad (4-37)$$

引入齿宽系数 $\varphi_a = b/a$ 代入上式消去 $b$ 可得设计公式:

$$m \geq \sqrt[3]{\frac{4KT_1 Y_{FS}}{\varphi_a (i \pm 1) z_1^2 [\sigma_F]}} \text{mm} \quad (4-38)$$

式(4-38)中, $m$ 在计算后应取标准值。

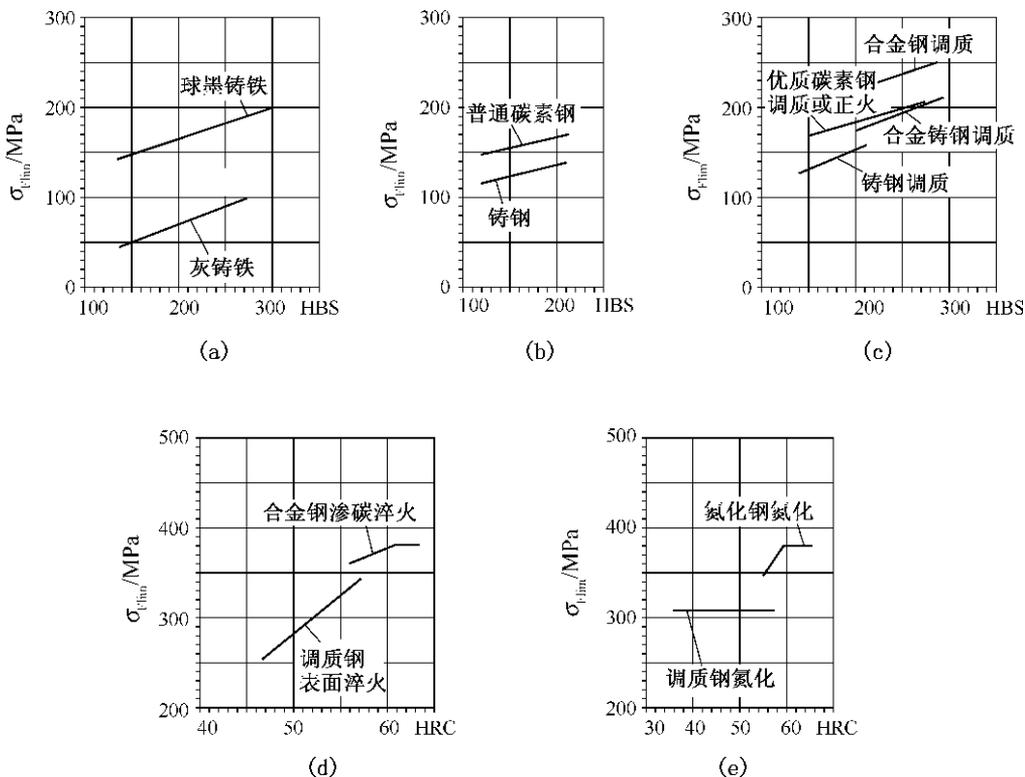


图4-41 常见材料的硬度与接触疲劳极限 $\sigma_{F\lim}$ 的对应关系

通常情况下,相对啮合的两齿轮,其 $Y_{FS1} \neq Y_{FS2}$ ,许用弯曲应力 $[\sigma_{H1}] \neq [\sigma_{H2}]$ ,计算时应取 $\frac{Y_{FS1}}{[\sigma_{H1}]}$ 和 $\frac{Y_{FS2}}{[\sigma_{H2}]}$ 其中较小值代入。

由弯曲疲劳强度校核公式可知:影响齿根弯曲强度的主要参数有模数  $m$ 、齿宽  $b$ 、小齿轮的齿数  $z_1$ 、复合齿形因数  $Y_{FS}$  等,其中,  $m$ 、 $z_1$  与  $Y_{FS}$  均是反映轮齿形状大小的参数,因此,轮齿的弯曲强度取决于轮齿的形状大小,与齿轮的直径大小无关。影响最大的参数是模数  $m$ ,加大模数对降低齿根弯曲应力效果最为显著。

传递动力的齿轮,其模数一般不宜小于 1.5 mm;普通减速器、机床及汽车变速箱中的齿轮模数一般为 2~8 mm。

以上分析了渐开线直齿圆柱齿轮传动的强度计算,对于渐开线斜齿圆柱齿轮和锥齿轮传动(两轴交错角为  $90^\circ$ ),其齿面接触疲劳强度和齿根弯曲疲劳强度的计算公式见表 4-11 所示:

表 4-11 渐开线斜齿圆柱齿轮和锥齿轮传动的强度计算公式

传动类型	齿轮接触疲劳强度公式	齿根弯曲疲劳强度公式
渐开线斜齿圆柱齿轮	校核公式: $\sigma_H = 305 \sqrt{\frac{KT_1(i \pm 1)^3}{a^2 bi}} \leq [\sigma_H]$ 设计公式: $a \geq (i+1) \sqrt[3]{\left(\frac{305}{[\sigma_H]}\right)^2 \frac{KT_1}{\varphi_a i}}$	校核公式: $\sigma_F = \frac{1.6KT_1 Y_{FS} \cos \beta}{bm_n^2 z_1} \leq [\sigma_F]$ 设计公式: $m_n \geq \sqrt[3]{\frac{3.2KT_1 Y_{FS} \cos \beta}{\varphi_a (i \pm 1) z_1^2 [\sigma_F]}}$
锥齿轮	校核公式: $\sigma_H = \frac{334}{R-0.5b} \sqrt{\frac{(i^2+1)^3 KT_1}{ib}} \leq [\sigma_H]$ 设计公式: $R \geq \sqrt{i^2+1} \sqrt[3]{\left[\frac{334}{(1-0.5\vartheta_R)[\sigma_H]}\right]^2 \frac{KT_1}{\vartheta_R i}}$	校核公式: $\sigma_F = \frac{2KT_1 Y_{FS}}{bm^2 z_1 (1-0.5\vartheta_R)^2} \leq [\sigma_F]$ 设计公式: $m \geq \sqrt[3]{\frac{4KT_1 Y_{FS}}{\vartheta_R (1-0.5\vartheta_R)^2 z_1^2 [\sigma_F] \sqrt{i^2+1}}}$
$\vartheta_R$ 为齿宽系数( $\vartheta_R = b/R$ ),一般 $\vartheta_R = 0.25 \sim 0.3$ 锥距 $R$ 需满足表 4-5 的几何关系,即: $R = \frac{mz}{2 \sin \delta} = \frac{m}{2} \sqrt{z_1^2 + z_2^2}$		

### 4.7.5 齿轮传动的参数及精度的选择

#### 1. 齿轮传动的参数及其选择

在进行齿轮传动设计时,并非所有的参数都需要进行选择,如压力角  $\alpha$ (包括斜齿轮  $\alpha_n$ )、齿顶高系数  $h_a$  和顶隙系数  $c^*$ (包括斜齿轮的  $h_{an}^*$  和  $c_n^*$ )等,都是由国家标准决定的;而模数  $m$ 、分度圆直径  $d$  或中心距  $a$  等,则是由强度计算决定的;只有齿数  $z$ 、齿宽系数  $\varphi_a$  和螺旋角  $\beta$  才是设计中的自选参数,在自选参数的选取上,应从承载能力、传动的平稳性和结构尺寸的要求等方面来综合考虑。

(1) 齿数。相互啮合的一对齿轮的齿数选择应符合传动比  $i$  的要求,在齿数取整时,可能会影响传动比  $i$  的数值,误差一般应控制在 5% 以内。此外,为了避免根切,渐开线标准直齿圆柱齿轮的最小齿数  $z_{\min} = 17$ ,而斜齿圆柱齿轮的最小齿数  $z_{\min} = 17 \cos \beta$ 。

当大齿轮的齿数为小齿轮的整数倍时,跑合性能良好。但对于重要的传动或重载高速传动机构,大小齿轮的齿数应互为质数,这样轮齿的磨损更加均匀,有利于提高齿

轮传动的寿命。

当中心距一定时,增加齿数能使重合度 $\epsilon$ 增大,以提高传动的平稳性。同时,若齿数增多,相应模数就可以减小,对于相同分度圆的齿轮来说,齿顶圆直径小,可节约材料、减轻重量,并能节省轮齿加工的切削量,所以在满足弯曲疲劳强度的前提下,应适当减小模数,增大齿数。

对于闭式软齿面传动,通常 $z_1=20\sim 40$ ;对闭式硬齿面传动,因是按弯曲强度进行设计,当模数一定时,齿数少,分度圆直径小,为使结构紧凑,可选取较小的齿数,通常 $z_1=18\sim 20$ 。此外,对于高速齿轮或对噪音有严格要求的齿轮传动,建议取 $z_1\geq 25$ 。

(2) 齿宽系数 $\varphi_a$ 。从齿面接触疲劳强度来看,增大 $\varphi_a$ ,可提高齿轮的承载能力,并相应减小径向尺寸,使结构紧凑;从弯曲疲劳强度来看,增大 $\varphi_a$ ,可减小模数 $m$ ,但 $\varphi_a$ 越大,齿宽越大,沿齿宽方向载荷分布的不均匀度就越大,致使轮齿接触不良。

在设计过程中,常根据齿宽系数 $\varphi_a=b/a$ 这一关系对齿宽做出必要的限制,一般减速器斜齿轮常取 $\varphi_a=0.4$ ;机床或汽车变速器齿轮通常为硬齿面,不利于跑合,由于一根轴上有多个滑动齿轮,为减小轴承跨距,齿宽可以小一些,常取 $\varphi_a=0.1\sim 0.2$ (滑动齿轮取小值)。对于开式齿轮传动,径向尺寸一般不受限制,且安装精度差,所以可取较小的齿宽系数 $\varphi_a=0.1\sim 0.3$ 。

设计时,为了保证接触齿宽,圆柱齿轮的小齿轮的齿宽 $b_1$ 比大齿轮的齿宽 $b_2$ 略大,常取: $b_1=b_2+(3\sim 5)\text{mm}$ 。

(3) 螺旋角 $\beta$ 。一般斜齿圆柱齿轮的螺旋角为 $8^\circ\sim 25^\circ$ , $\beta$ 过小,就无法体现斜齿轮传动平稳、重合度大等优势。但 $\beta$ 过大时,又会使轴向力增大,影响轴承的寿命。对于人字齿轮或两对左右对称配置的斜齿轮,由于轴向力可以相互抵消,故取 $\beta=25^\circ\sim 40^\circ$ 。

在设计过程中,通常在模数 $m_n$ 和齿数 $z_1$ 、 $z_2$ 确定后,为圆整中心距或配凑标准中心距,可根据几何关系来计算螺旋角 $\beta$ :

$$\beta = \arccos \frac{m_n(z_1 + z_2)}{2a} \quad (4-39)$$

## 2. 齿轮传动的精度及其选择

由于存在刀具与机床本身的尺寸和形位误差,以及齿轮毛坯与刀具在机床上的安装误差等原因,使得齿轮在加工过程中不可避免地产生一定的误差,若误差过大则会降低精度,使齿轮在工作中的准确性和平稳性降低,承载能力下降。但对于精度要求过高,也会增加制造的难度和成本。

齿轮传动的精度指标由三组公差等级和齿厚公差,共四部分组成。

① 第Ⅰ公差组(代表传动的准确性)。这一公差组要求齿轮在传动过程中,从动齿轮在旋转一周的范围内,其转角误差的最大值不超过许用值。第Ⅰ公差组精度指标主要影响齿轮传递的速度和分度的准确性,对于精密仪表和机床分度机构,齿轮对这组精度要求较高。

② 第Ⅱ公差组(代表传动的平稳性)。这一公差组要求瞬时传动比的变化不超过允许的限度,当齿形或齿距存在制造误差时,瞬时传动比无法保证恒定,使转速发生波动,从而引起振动、冲击和噪音,通常高速传动的齿轮对这组精度要求较高。

③ 第Ⅲ公差组(代表载荷分布的均匀性)。这一公差组要求工作齿面接触良好,载

荷分布均匀。当载荷分布不均匀,或需传递较大扭矩时,易引起早期损坏,通常低速重载齿轮这组精度要求较高。

根据 GB/T 10095—2008《圆柱齿轮精度制》的规定,上述三个公差组的精度均分成 13 个等级,按精度由高到低依次为 0~12 级,一般齿轮传动常选择 6~9 级。

④ 齿厚公差。考虑到齿轮的制造和安装误差,工作时轮齿的受载变形,以及热胀冷缩等因素的影响,为了在齿廓间存储润滑油,在一对相互啮合的轮齿的齿槽和齿厚间,应留有适当的齿侧间隙。齿侧间隙的大小通常用齿厚公差(包括上、下极限偏差)来保证。GB/T 10095—2008《圆柱齿轮精度制》规定了 14 种齿厚极限偏差,按其数值大小为序,依次用字母 C~S 表示。其中,D 为基准(偏差为零),C 为正偏差,E~S 为负偏差。对于高速、高温和重载条件下工作的齿轮,应有较大的齿厚公差;对于一般齿轮传动,应有中等大小的齿厚公差;对于经常需正反转、转速不高的齿轮传动,应有较小的齿厚公差。

在选择齿轮精度时,应根据齿轮传动的用途、使用条件、功率大小、圆周速度等技术要求,再结合经济性因素,对其精度进行相应的选择。对于一般的齿轮传动,首先应根据齿轮的圆周速度选择第 II 公差组精度等级,第 I 公差组的精度等级应在高于第 II 公差组一个等级至低于第 II 公差组两个等级范围内选取,第 III 公差组应不大于第 II 公差组精度等级。

为了便于齿轮的加工和测量,在齿轮工程图的参数表中,必须明确标明齿轮的精度等级和齿厚公差(包括上、下极限偏差),其标注方法如下:

标注示例:8-7-7GM GB/T 10095—2008

其中“8”、“7”、“7”依次代表第 I、II、III 公差组的精度等级,“G”、“M”分别代表齿厚公差的上、下极限偏差代号。

若第 I、II、III 公差组的精度等级均为 8 级,则可表示为:8-GM GB/T10095—2008。

**【例 4-5】** 试进行二级减速器中低速级的渐开线直齿圆柱轮齿的传动设计,并对其强度进行校核。已知:电动机驱动,载荷有中等冲击,齿轮相对于支承位置不对称,单向运转,传递功率  $P=12\text{ kW}$ ,低速级主动轮转速  $n_1=500\text{ r/min}$ ,传动比  $i=3.5$ 。

**解** 由于传递的功率不大,转速也不高,出于结构紧凑的考虑,拟采用硬齿面齿轮传动,所以可先按齿根疲劳弯曲强度设计,再按齿面接触疲劳强度进行校核。

第一步 选择材料,确定许用应力。

由表 4-7,小齿轮选用 45 钢,调质热处理后,硬度为 240 HBS;大齿轮选用 45 钢,正火热处理,硬度为 200 HBS。

由图 4-40(c)和图 4-41(c)分别查得:

$$\sigma_{Hlim1}=580\text{ MPa} \quad \sigma_{Hlim2}=540\text{ MPa}$$

$$\sigma_{Flim1}=195\text{ MPa} \quad \sigma_{Flim2}=180\text{ MPa}$$

由表 4-9 查得  $S_H=1.05$ ,  $S_F=1.35$ ,故:

$$[\sigma_{H1}]=\frac{\sigma_{Hlim1}}{S_H}=\frac{580}{1.05}=552.4\text{ MPa}, [\sigma_{H2}]=\frac{\sigma_{Hlim2}}{S_H}=\frac{540}{1.05}=514.3\text{ MPa}$$

$$[\sigma_{F1}] = \frac{\sigma_{Flim1}}{S_F} = \frac{195}{1.35} = 144.4 \text{ MPa}, [\sigma_{F2}] = \frac{\sigma_{Flim2}}{S_F} = \frac{180}{1.35} = 133.3 \text{ MPa}$$

第二步 按齿面接触疲劳强度设计

$$\text{由式(4-36)计算中心距: } a \geq (i+1) \sqrt[3]{\left(\frac{335}{[\sigma_H]}\right)^2 \frac{KT_1}{\varphi_a i}}$$

$$\text{取: } [\sigma_{H1}] = [\sigma_{H2}] = 514.3 \text{ MPa}$$

$$\text{计算小齿轮的转矩: } T_1 = \frac{9549P_1}{n_1} = \frac{9549 \times 12}{500} = 229 \text{ N} \cdot \text{m} = 2.29 \times 10^5 \text{ N} \cdot \text{mm}$$

取齿宽系数  $\varphi_a = 0.4$ , 传动比  $i = 3.5$ 。

由于原动机为电动机, 载荷有中等冲击, 齿轮相对于支承位置不对称, 故选8级精度。由表4-8选  $K = 1.4$ 。将以上数据代入, 得:

$$a \geq (i+1) \sqrt[3]{\left(\frac{335}{[\sigma_H]}\right)^2 \frac{KT_1}{\varphi_a i}} = (3.5+1) \sqrt[3]{\left(\frac{335}{514.3}\right)^2 \frac{1.4 \times 2.292 \times 10^5}{0.4 \times 3.5}} = 206.9 \text{ mm}$$

第三步 确定基本参数, 计算主要尺寸。

① 选择齿数。取  $z_1 = 20$ , 则  $z_2 = iz_1 = 3.5 \times 20 = 70$

② 确定模数。由公式  $a = m(z_1 + z_2)/2$  可得:  $m = 4.60$

由表4-1查得标准模数, 取  $m = 5$

③ 确定实际中心距。  $a = m(z_1 + z_2)/2 = 5 \times (20 + 70)/2 = 225 \text{ mm}$

④ 计算齿宽。  $b = \varphi_a a = 0.4 \times 225 = 90 \text{ mm}$

为补偿两轮轴向尺寸误差, 取  $b_1 = 95 \text{ mm}, b_2 = 90 \text{ mm}$

⑤ 计算齿轮的几何尺寸

分度圆直径:  $d_1 = mz_1 = 5 \times 20 = 100 \text{ mm}, d_2 = mz_2 = 5 \times 70 = 350 \text{ mm}$

齿顶圆直径:  $d_{a1} = (z_1 + 2h_a^*)m = (20 + 2) \times 5 = 110 \text{ mm}, d_{a2} = (z_2 + 2h_a^*)m = (70 + 2) \times 5 = 360 \text{ mm}$

齿根圆直径:  $d_{f1} = (z_1 - 2h_a^* - 2c^*)m = (20 - 2 - 0.5) \times 5 = 87.5 \text{ mm},$

$d_{f2} = (z_2 - 2h_a^* - 2c^*)m = (70 - 2 - 0.5) \times 5 = 337.5 \text{ mm}$

(4) 按齿根弯曲疲劳强度进行校核。

$$\sigma_{F1} = \frac{2KT_1Y_{FS1}}{b_1m^2z_1}, \sigma_{F2} = \frac{2KT_1Y_{FS2}}{b_1m^2z_1}$$

按  $z_1 = 20, z_2 = 70$  由表4-10查得  $Y_{FS1} = 4.38, Y_{FS2} = 3.88$ , 代入上式得:

$\sigma_{F1} = 62.4 \text{ MPa} < [\sigma_{F1}]$ , 安全!  $\sigma_{F2} = 55.3 \text{ MPa} < [\sigma_{F1}]$ , 安全!

## 4.8 齿轮传动的结构设计

通过齿轮的强度计算, 只能确定齿轮的基本参数和主要尺寸, 如齿数、模数、齿宽、螺旋角, 以及分度圆直径等, 而齿圈、轮辐和轮毂等结构形式及其尺寸大小, 通常都由结构设计而定。

齿轮的结构设计与齿轮的直径大小、毛坯型式、加工方法、生产批量、使用要求及经济性等因素有关, 通常是先按齿轮直径大小, 选定合适的结构形式, 再依据机械设计手

册推荐的经验数据,进行相应的结构设计。

### 4.8.1 齿轮的结构设计

中小尺寸的齿轮结构主要有以下三种形式:

#### 1. 齿轮轴

对于直径较小的钢制齿轮,若圆柱齿轮的齿根圆到键槽底部的距离  $e$  小于 2 倍的模数(或法向模数)、圆锥齿轮小端的齿根圆至键槽底部的距离  $e$  小于 1.6 倍的模数时,可将齿轮与轴做成一体,此结构称为齿轮轴,如图 4-42 所示。

齿轮轴易于装配,可提高轴系的刚度,但加工时不太方便,且齿轮失效时,轴也同时报废,故使用成本较高。这种齿轮大多采用锻造毛坯制造,若  $e$  值超过上述范围,则应将齿轮与轴分开制造。

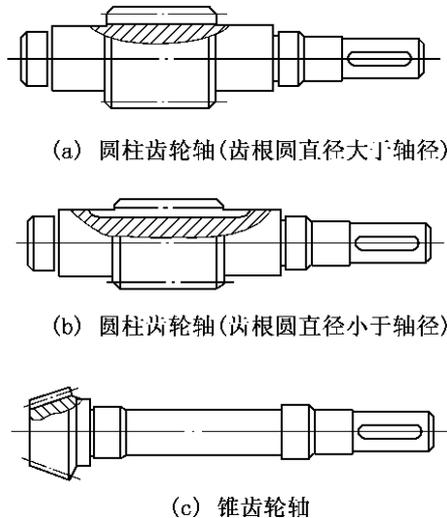


图 4-42 齿轮轴

#### 2. 实体式齿轮

对于齿顶圆直径  $d_a \leq 200$  mm 的齿轮,可以将齿轮制成实心式结构,如图 4-43 所示。这种齿轮结构简单,大多也采用锻造毛坯制造。

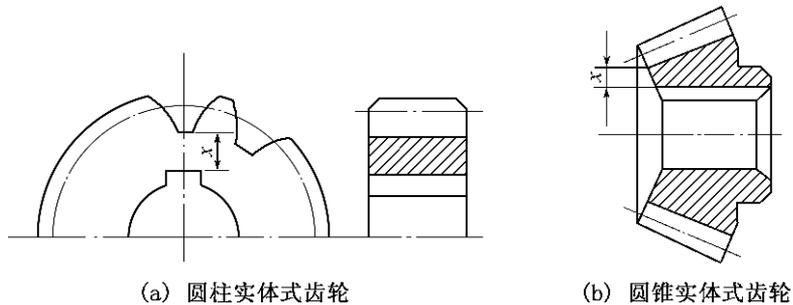
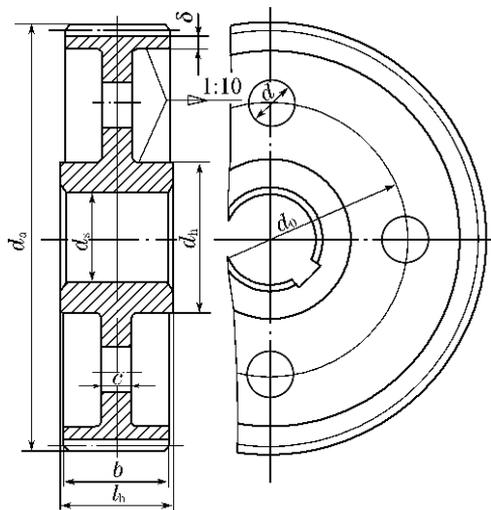


图 4-43 实体式齿轮

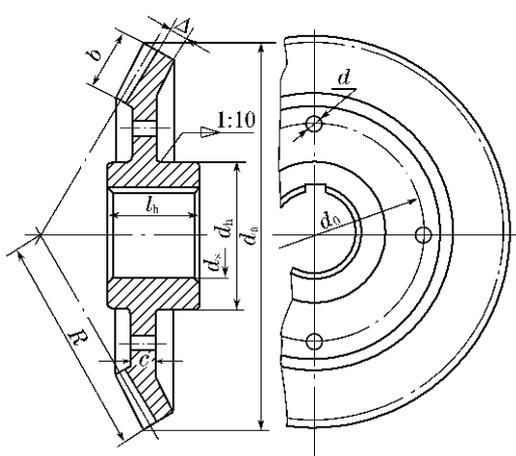
## 3. 腹板式齿轮

对于齿顶圆直径  $d_a = 200 \sim 500$  mm 的齿轮, 可将齿轮制成腹板式结构(如图 4-44), 腹板式齿轮中各部分的尺寸由经验公式确定, 腹板上开孔的目的, 是为了减轻重量或满足加工及搬运的需要。这种齿轮常用自由锻毛坯(小批量时)或模锻毛坯(大批量时)制造。



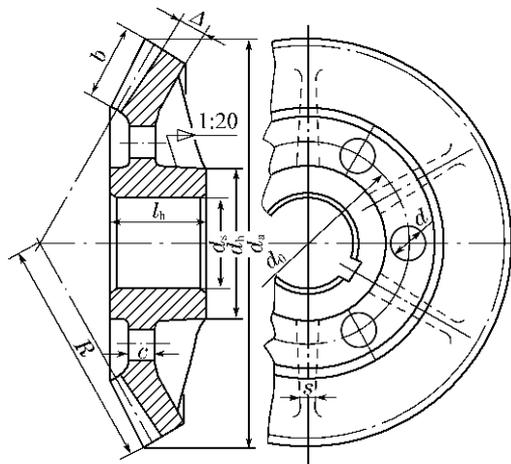
(a)

$d_h = 1.6d_s$ ;  $l_h = (1.2 \sim 1.5)d_s$ , 并使  $l_h \geq b$ ;  
 $c = 0.3b$ ;  $\delta = (2.5 \sim 4)m_a$ , 但不小于 8 mm;  
 $d_0$  和  $d$  按结构取定, 当  $d$  较小时可不开孔。



(b)

$d_h = 1.6d_s$ ;  $l_h = (1.2 \sim 1.5)d_s$ ;  
 $c = (0.2 \sim 0.3)b$ ;  
 $\Delta = (2.5 \sim 4)m_e$ , 但不小于 10 mm;  
 $d_0$  和  $d$  按结构取定。



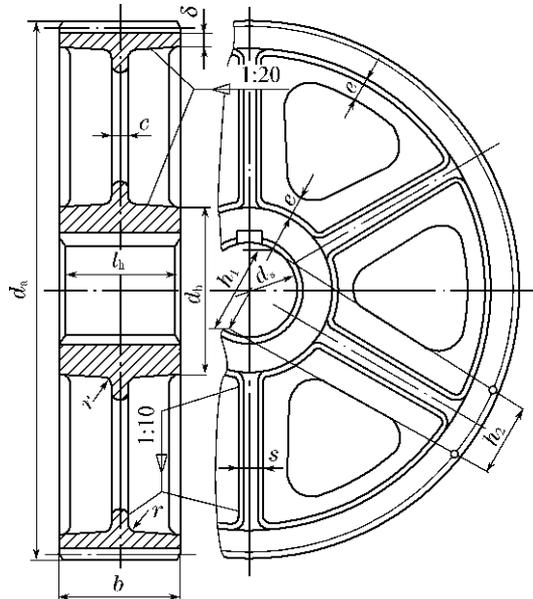
(c)

$d_h = (1.6 \sim 1.8)d_s$ ;  
 $l_h = (1.2 \sim 1.5)d_s$ ;  
 $c = (0.2 \sim 0.3)b$ ;  $s = 0.8c$ ;  
 $\Delta = (2.5 \sim 4)m_e$ , 但不小于 10 mm;  
 $d_0$  和  $d$  按结构取定。

图 4-44 腹板式齿轮

#### 4. 轮辐式齿轮

对于齿顶圆直径  $d_a \geq 400$  mm 的齿轮, 可以将齿轮制成轮辐式结构, 如图 4-45 所示。这种齿轮各分部的尺寸由经验公式确定, 大多采用铸造毛坯制造。



$d_h = 1.6d_s$ (铸钢), $d_h = 1.8d_s$ (铸铁);	$l_h = (1.2 \sim 1.5)d_s$ , 并使 $l_h \geq b$ ;
$c = 0.2b$ , 但不小于 10 mm;	$\delta = (2.5 \sim 4)m_n$ , 但不小于 8 mm;
$h_1 = 0.8d_s$ ;	$h_2 = 0.8h_1$ ;
$s = 0.15h_1$ , 但不小于 10 mm;	$e = 0.8\delta$ .

图 4-45 轮辐式齿轮

#### 4.8.2 齿轮传动的润滑

由齿轮的失效分析可知: 齿轮在传动过程中, 如果润滑不良, 常会导致齿面间的过度摩擦和磨损, 增加动力消耗、降低传动效率。在轮齿啮合处加注润滑剂, 不仅可以减轻齿面间的摩擦和磨损, 还能避免金属的直接接触, 降低传动噪声, 此外, 还能起到散热、防锈的效果, 齿轮传动的润滑对改善其工作状况起着十分重要的作用。齿轮传动的润滑方式主要根据齿轮传动的类型及其圆周速度的大小来选择。

##### 1. 闭式传动的润滑方式

① 浸油润滑。也称油浴润滑, 是将齿轮副中的大齿轮浸入油中, 并达一定的深度, 齿轮传动时, 润滑油被带入啮合区, 同时也能甩到箱壁上, 进行散热和润滑。

润滑油的浸入深度取决于齿轮的圆周速度, 当圆周速度  $v \leq 12$  m/s 时, 对一级齿轮传动, 大齿轮浸入油中约一个齿高左右(如图 4-46(a)所示)。过深会增大运转阻力, 降低工作效率; 过浅则不利于润滑。对多级齿轮传动, 因高速级大齿轮无法达到要求的浸油深度, 一般采用带惰轮辅助润滑, 将油带入高速级大齿轮表面(如图 4-46(b))。

② 喷油润滑。是用液压泵将有一定压力的润滑油直接喷至齿轮的啮合处进行润

滑的方法,如图4-46(c)所示。用于圆周速度  $v > 12 \text{ m/s}$  的齿轮传动,因圆周速度过高,搅油损耗较大,不宜采用浸油润滑。

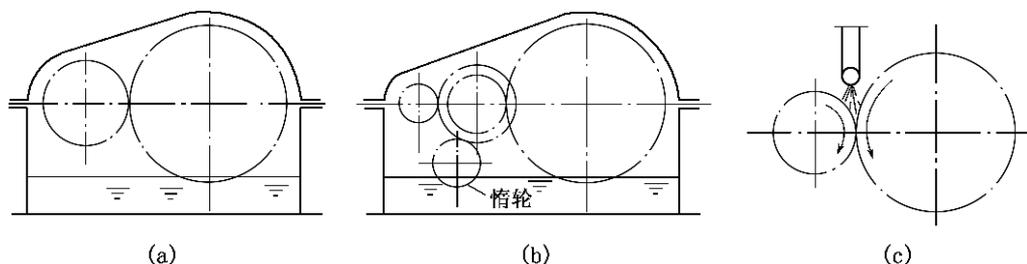


图 4-46 闭式传动的润滑方式

## 2. 开式传动的润滑方式

对于开式或半开式的齿轮传动,一般转速较低,通常采用人工定期润滑的方式,即定期将润滑脂或润滑油加注到齿面啮合处。

润滑油的种类可根据齿面接触应力的大小,按表4-12选取。

表 4-12 用于齿轮传动的润滑油的种类

齿面接触应力/MPa	润滑油种类	
	闭式传动	开式传动
<500(轻负荷)	L-CKB(抗氧防锈工业齿轮油)	L-CKH
500~1 100(中负荷)	L-CKC(中负荷工业齿轮油)	L-CKJ
>1 100(重负荷)	L-CKD(重负荷工业齿轮油)	L-CKM

## 拓展知识

### 蜗杆传动的热平衡计算

由于蜗杆传动的效率低,工作时发热量大,因此,在闭式传动中,若不及时散热,就会使润滑油温度升高、黏度降低,致使齿面磨损加剧,甚至引起胶合失效。因此,对于闭式蜗杆传动,需进行热平衡计算,以便在油温超过许可值时,采取有效的散热方法。

#### 1. 蜗杆传动的热平衡方程

由摩擦损耗的功率变为热能,借助箱体外壁散热,当发热速度与散热速度相等时,就达到了热平衡。通过热平衡方程,可求出达到热平衡时,润滑油的温度。

蜗杆传动的热平衡方程为:

$$1\ 000(1-\eta)P_1 = \alpha_t S(t_1 - t_0) \quad (4-40)$$

式(4-40)中, $\eta$ 为蜗杆传动的总效率; $P_1$ 为蜗杆传动的功率,单位是kW; $\alpha_t$ 为箱体表面传热系数,根据箱体周围的通风条件,一般取 $\alpha_t = 10 \sim 17 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot ^\circ\text{C})$ ;S为散

热面积,单位是  $\text{m}^2$ ,可按箱体的表面积进行估算,但需除去不与空气接触的面积,凸缘和散热片的面积按 50%计算; $t_1$  是润滑油的工作温度,一般限制在  $60\text{ }^\circ\text{C}\sim 70\text{ }^\circ\text{C}$ ,最高不得超过  $80\text{ }^\circ\text{C}$ ; $t_0$  是周围的空气温度,常温下可取  $20\text{ }^\circ\text{C}$ 。

由式(4-40)可得出润滑油的工作温度为:

$$t_1 = \frac{1\,000P_1(1-\eta)}{\alpha_t S} \leq [t_1] \quad (4-41)$$

也可以得出该蜗杆传动装置所必需的最小散热面积:

$$S_{\min} = \frac{1\,000P_1(1-\eta)}{\alpha_t(t_1-t_0)} \quad (4-42)$$

如果蜗杆传动实际的散热面积小于最小散热面积  $S_{\min}$ ,或润滑油的工作温度超过  $80\text{ }^\circ\text{C}$ ,则必须采取强制散热措施。

## 2. 蜗杆传动机构的散热

蜗杆传动机构的散热目的是保证油温维持在安全范围内,以提高传动能力。常用的散热措施包括以下几种:

- (1) 在箱体外壁加散热片以增大散热面积。
- (2) 在蜗杆轴上装置风扇(如图 4-47(a))。

如果采用上述方法后,散热能力仍显不足,则可在箱体的油池内铺设冷却水管,用循环水进行冷却(如图 4-47(b))。

(3) 采用压力喷油循环润滑,用油泵将高温的润滑油抽到箱体外,经过滤器、冷却器冷却后,喷射到传动的啮合部位(如图 4-47(c))。

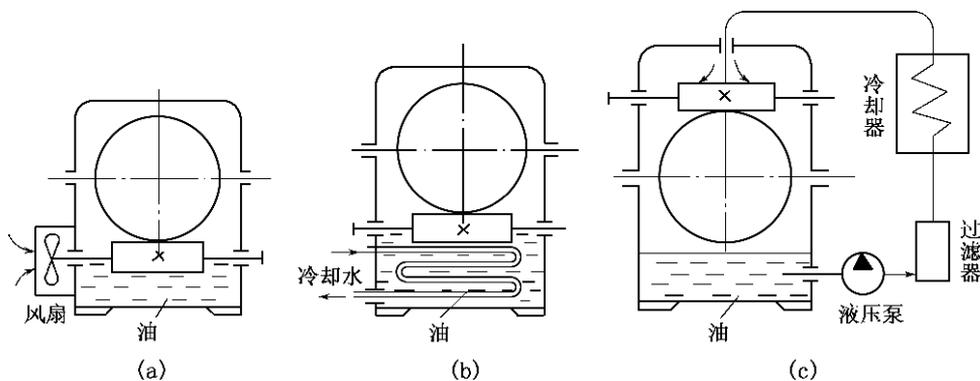


图 4-47 蜗杆传动机构的散热



## 思考题

- 4-1 渐开线具有哪些重要的性质?为什么渐开线齿轮能保证瞬时传动比不变?
- 4-2 齿轮的分度圆与节圆有什么区别?压力角与啮合角有什么区别?
- 4-3 标准齿条有何特点?齿轮齿条啮合传动有何特点?

- 4-4 请分析标准齿轮标准安装及非标准安装的特点。
- 4-5 渐开线齿轮的连续传动条件是什么？请分析影响重合度的因素及重合度的物理意义。
- 4-6 何谓根切？根切有哪些危害？切制标准齿轮及变位齿轮如何避免根切现象？
- 4-7 与标准齿轮相比，请说明直齿正变位齿轮的下列参数： $m$ 、 $\alpha$ 、 $\alpha'$ 、 $d$ 、 $d'$ 、 $s$ 、 $h_f$ 、 $d_f$ 、 $d_b$  哪些不变？哪些有变化？
- 4-8 平行轴斜齿轮机构的啮合特点是什么？其正确啮合条件及连续传动条件分别与直齿轮有何区别？
- 4-9 什么是斜齿轮的当量齿轮？为什么要用当量齿轮？
- 4-10 蜗杆的模数  $m$ 、头数  $z_1$ 、导程角  $\gamma$ 、轴向齿距  $P_x$ 、分度圆直径  $d_1$  以及直径系数  $q$  等参数之间有何关系？直径系数  $q$  为标准值有何意义？
- 4-11 为什么疲劳点蚀常发生在闭式齿轮传动中，而在开式齿轮传动中却很少出现？能否说开式齿轮传动的抗点蚀能力比闭式齿轮什么强？
- 4-12 蜗杆传动中，蜗杆所受的圆周力  $F_{t1}$  与蜗轮所受的圆周力  $F_{t2}$  是否相等？
- 4-13 判断题
- (1) 齿轮传动中心距稍有变化而不会影响其传动比的特性，称为中心距的可分离性。
  - (2) 外啮合斜齿圆柱齿轮传动的正确啮合条件之一是：两齿轮螺旋角大小相等，方向相反。
  - (3) 一对直齿锥齿轮传动中，两轮轴线夹角通常等于  $90^\circ$ 。
  - (4) 模数一定时， $q$  值增大，则蜗杆的直径  $d_1$  增大，蜗杆的刚度提高。
  - (5) 仿形法加工齿轮方法简单，不需要专用机床，适合于单件生产。
  - (6) 在大批生产中，齿轮通常采用范成法进行加工，其加工精度和生产效率较高。
  - (7) 标准齿轮避免根切的措施之一是：使齿轮的齿数不少于国家标准规定的“最少齿数”。
  - (8) 齿轮齿面的疲劳点蚀首先发生在节点附近的齿顶表面。
  - (9) 设计硬齿面齿轮时应按接触强度进行设计，因为其主要失效形式是胶合。
  - (10) 开式齿轮传动的主要失效形式是胶合和点蚀。
  - (11) 软齿面齿轮设计时，为使配对齿轮的寿命相当，通常使小齿轮齿面硬度比大齿轮高  $30\sim 50$  HBS。
  - (12) 设计硬齿面齿轮时，若选用  $20\text{CrMnTi}$ ，应进行渗碳淬火处理，以满足齿面的硬度要求。
  - (13) 大小齿轮选择不同的材料和硬度有利于提高齿面抗胶合的能力。
  - (14) 齿轮传动主要从传动的准确性和平稳性以及载荷的均布性考虑，选择精度的主要依据是速度。
  - (15) 计算齿轮的接触强度时，许用应力应用两齿轮中较小的许用接触应力。
  - (16) 齿轮的弯曲强度主要取决于齿轮的模数的大小。
  - (17) 齿轮传动的润滑方式一般根据齿轮的圆周速度来确定。

(18) 当齿轮的圆周速度较低( $v < 12 \text{ m/s}$ )时,常将大齿轮的轮齿浸入油池进行浸油润滑。

(19) 齿轮传动一般都需要考虑润滑,以减少摩擦损失、散热及防锈蚀。

(20) 采用浸油润滑时,浸油深度视其圆周速度而定,对圆柱齿轮通常不宜超过一个齿高。

4-14 选择题

(1) 若测得齿轮的齿距  $p=4.71 \text{ mm}$ ,则齿轮的模数  $m$  为\_\_\_\_\_mm。

- A. 1                      B. 1.5                      C. 2                      D. 2.35

(2) 可将主动件的旋转运动转化为从动件的直线往复运动的是\_\_\_\_\_。

- A. 圆柱齿轮传动                      B. 圆锥齿轮传动  
C. 蜗杆传动                      D. 齿轮齿条传动

(3) 为了保证齿轮的接触宽度,在相互啮合的一对圆柱齿轮中,小齿轮的齿宽  $b_1$  与大齿轮的齿宽  $b_2$  相比,应满足\_\_\_\_\_。

- A.  $b_1 = b_2$                       B.  $b_1 = b_2 + (3 \sim 5) \text{ mm}$   
C.  $b_2 = b_1 + (3 \sim 5) \text{ mm}$                       D. 无法确定

(4) 端面模数和法向压力角相等、螺旋角大小相等且旋向相反是\_\_\_\_\_传动正确啮合的条件。

- A. 直齿圆柱齿轮                      B. 斜齿圆柱齿轮  
C. 圆锥齿轮                      D. 蜗杆传动

(5) 外啮合传动的一对斜齿圆柱齿轮,其螺旋角应大小相等、方向\_\_\_\_\_。

- A. 相反                      B. 相同                      C. 满足右手定则                      D. 无法确定

(6) 圆锥齿轮传动应用于两轴相交的场合,通常两轴交角\_\_\_\_\_。

- A.  $\sum = 30^\circ$                       B.  $\sum = 45^\circ$                       C.  $\sum = 60^\circ$                       D.  $\sum = 90^\circ$

(7) 直齿圆锥齿轮的齿形一端大,一端小,为了测量和计算方便,其参数和尺寸均以\_\_\_\_\_为标准。

- A. 法面                      B. 小端                      C. 大端                      D. 主平面

(8) 在垂直交错的蜗杆传动中,蜗杆中圆柱的螺旋升角与蜗轮的螺旋角的关系是\_\_\_\_\_。

- A. 互余                      B. 互补                      C. 相等

(9) 模数一定时, $q$  值增大则\_\_\_\_\_增大,蜗杆的刚度提高。

- A. 蜗轮齿数                      B. 蜗轮分度圆直径  
C. 蜗杆分度圆直径  $d_1$                       D. 蜗杆头数

(10) 蜗杆传动中,蜗杆的\_\_\_\_\_越大,传动效率高。

- A. 升角                      B. 蜗轮分度圆直径  
C. 蜗轮头数                      D. 蜗杆分度圆直径

(11) 开式齿轮传动,其主要失效形式是\_\_\_\_\_。

- A. 齿面胶合                      B. 齿面疲劳点蚀  
C. 齿面磨损或轮齿疲劳折断                      D. 轮齿塑性变形

(12) 对于齿面硬度  $\leq 350 \text{ HBS}$  的闭式钢制齿轮传动,其主要失效形式为

- \_\_\_\_\_。
- A. 轮齿疲劳折断    B. 齿面磨损    C. 齿面疲劳点蚀    D. 齿面胶合
- (13) 斜齿圆柱齿轮的齿数  $z$  与模数  $m$  不变,若增大螺旋角  $\beta$ ,则分度圆直径  $d_1$  \_\_\_\_\_。
- A. 增大    B. 减小  
C. 不变    D. 不一定增大或减小
- (14) 有一直齿圆柱齿轮传动原设计传递功率  $P$ ,主动轴转速为  $n$ ,若其他条件不变,轮齿的工作应力也不变,当主动轴的转速提高一倍,则齿轮能传递的功率\_\_\_\_\_。
- A. 不变    B.  $2P$     C.  $0.5P$     D.  $3P$
- (15) 当一对渐开线标准齿轮的材料及热处理、传动比、齿宽系数一定时,齿面的接触疲劳强度与\_\_\_\_\_有关。
- A. 模数    B. 齿数    C. 节圆直径或中心距
- (16) 当一对渐开线标准齿轮的材料及热处理、传动比、齿宽系数一定时,齿根的弯曲疲劳强度与\_\_\_\_\_有关。
- A. 模数    B. 齿数    C. 节圆直径
- (17) 已知第一对齿轮传动的  $m=10\text{ mm}$ ,  $z_1=20$ ,  $z_2=40$ ;第二对齿轮传动的  $m=5\text{ mm}$ ,  $z_1=40$ ,  $z_2=80$ ,若其他条件全部相同,则这两对齿轮的接触强度\_\_\_\_\_。
- A. 相同    B. 第一对齿轮高    C. 第二对齿轮高
- (18) 一对圆柱齿轮传动,小齿轮分度圆直径  $d_1=50\text{ mm}$ ,齿宽  $b_1=55\text{ mm}$ ;大齿轮分度圆直径  $d_2=90\text{ mm}$ ,齿宽  $b_2=50\text{ mm}$ ,则齿宽系数  $\phi_d=$ \_\_\_\_\_。
- A. 1.1    B.  $5/7$     C. 1    D. 1.3
- (19) 齿轮应进行适当的润滑,常用的润滑方式有\_\_\_\_\_和喷油润滑。
- A. 飞溅润滑    B. 浸油润滑    C. 油环润滑    D. 间歇润滑
- (20) 当齿轮的圆周速度较低,  $v < 12\text{ m/s}$  时,应采用的润滑方式是\_\_\_\_\_。
- A. 喷油润滑    B. 飞溅润滑    C. 油环润滑    D. 浸油润滑



## 习 题

4-1 当压力角  $\alpha=20^\circ$  的渐开线标准齿轮的齿根圆与基圆相重合时,其齿数为多少? 又若齿数大于求出的数值,则基圆和齿根圆哪一个更大一些?

4-2 已知一对渐开线标准外啮合直齿圆柱齿轮传动的模数  $m=5\text{ mm}$ 、压力角  $\alpha=20^\circ$ 、中心距  $a=350\text{ mm}$ 、传动比  $i_{12}=5/9$ 。试计算这对齿轮的齿数、分度圆直径、齿顶圆直径、基圆直径以及分度圆上的齿厚和齿槽宽。

4-3 已知一对渐开线外啮合标准直齿圆柱齿轮,  $\alpha=20^\circ$ ,  $h_a^*=1$ ,  $c^*=0.25$ ,  $m=4\text{ mm}$ ,  $z_1=18$ ,  $z_2=54$ ,试求:

(1) 该对齿轮按  $145\text{ mm}$  中心距安装时两轮的节圆半径及啮合角  $\alpha'$ 。

(2) 按中心距  $145\text{ mm}$  安装时,请问这对齿轮能否实现无侧隙啮合传动? 请说明理由。

4-4 用齿条刀具加工一直齿圆柱齿轮。已知被加工齿轮毛坯的角速度

$\omega_1 = 5 \text{ rad/s}$ , 刀具移动速度为  $0.375 \text{ m/s}$ , 刀具的模数  $m = 10 \text{ mm}$ , 压力角  $\alpha = 20^\circ$ 。求:

(1) 被加工齿轮的齿数  $z_1$ 。

(2) 若齿条分度线与被加工齿轮中心的距离为  $77 \text{ mm}$ , 求被加工齿轮的分度圆齿厚。

4-5 请判断下列情况下, 外啮合直齿圆柱齿轮传动属于零传动、正传动和负传动中的哪一种:

(1)  $z_1 = 14, z_2 = 40, \alpha = 15^\circ, h_a^* = 1, c^* = 0.25$ 。

(2)  $z_1 = 33, z_2 = 47, m = 6 \text{ mm}, \alpha = 20^\circ, h_a^* = 1, a' = 235 \text{ mm}$ 。

4-6 一对渐开线标准平行轴外啮合斜齿圆柱齿轮机构, 其齿数  $z_1 = 23, z_2 = 53$ ,  $m_n = 6 \text{ mm}, \alpha_n = 20^\circ, h_{an}^* = 1, c_n^* = 0.25$ , 中心距  $a = 236 \text{ mm}$ , 试求:

(1) 分度圆螺旋角  $\beta$  和两轮分度圆直径  $d_1, d_2$ 。

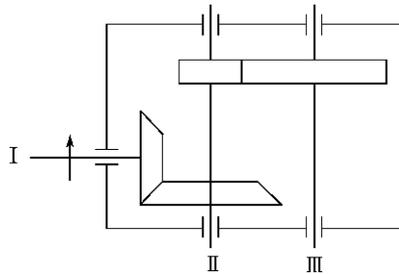
(2) 两轮齿顶圆直径  $d_{a1}, d_{a2}$ , 齿根圆直径  $d_{f1}, d_{f2}$  和基圆直径  $d_{b1}, d_{b2}$ 。

(3) 当量齿数  $z_{v1}, z_{v2}$ 。

4-7 已知单头蜗杆的轴向模数是  $5 \text{ mm}$ , 传动比  $i = 25$ ; 蜗杆的直径系数  $q = 10$ , 求蜗轮与蜗杆的分度圆直径、中心距。

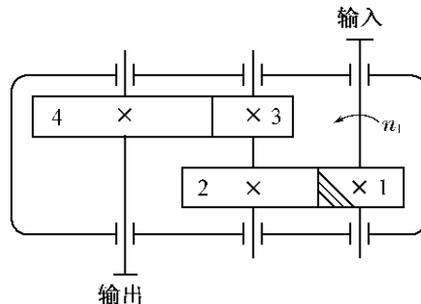
4-8 有一标准圆柱蜗杆传动, 已知模数  $m = 8 \text{ mm}$ , 传动比  $i = 20$ , 蜗杆分度圆直径  $d = 80 \text{ mm}$ , 蜗杆头数  $z = 2$ 。试计算该蜗杆传动的主要几何尺寸。

4-9 在图示减速器中, II轴上的斜齿轮为何种旋向时, II轴的受力状况较好, 并说明原因。在图中标出II轴、III轴的转动方向。



习题 4-9 附图

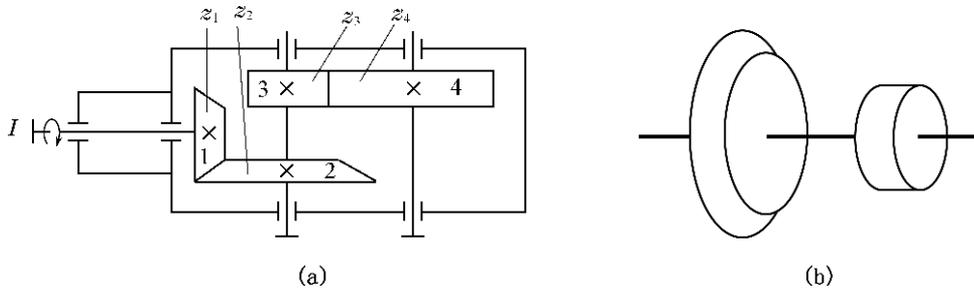
4-10 图示为斜齿圆柱齿轮减速器, 已知主动轮 1 的螺旋角旋向及转向, 为了使轮 2 和轮 3 的中间轴的轴向力最小, 试确定轮 2、3、4 的螺旋角旋向和各轮产生的轴向力方向。



习题 4-10 附图

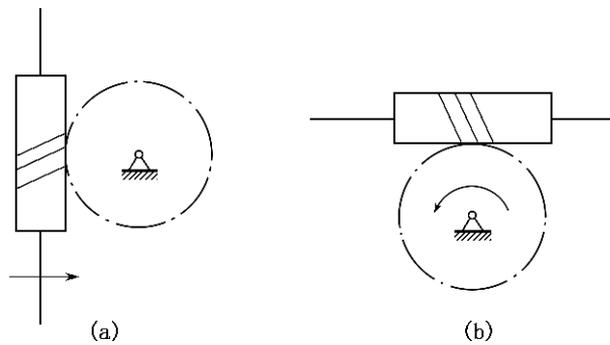
4-11 图示为直齿锥—斜齿圆柱齿轮减速器, 主动轴 1 的转向如图(a)所示, 已知锥齿轮  $m=5\text{ mm}$ ,  $z_1=20$ ,  $z_2=60$ ,  $b=50\text{ mm}$ ; 斜齿轮  $m_n=6\text{ mm}$ ,  $z_3=20$ ,  $z_4=80$  试问:

- (1) 当斜齿轮的螺旋角为何旋向及多少度时才能使中间轴上的轴向力为零?
- (2) 图(b)表示中间轴, 试在两个齿轮的力作用点上分别画出三个分力。



习题 4-11 附图

4-12 试分析图示蜗杆传动中的蜗轮的转动方向及蜗杆、蜗轮所受各分力的方向。



习题 4-12 附图

## 第 5 章

# 轮系的分析与应用



### 学习目标

了解轮系的分类,掌握定轴轮系、周转轮系和复合轮系的传动比计算及其转向的判断方法,理解各种轮系的特点及其应用。



### 单元概述

#### 动画5-01



平行轴  
定轴轮系

工程实践中,为了获得较大的传动比,可采用一系列相互啮合的齿轮来传递运动和动力,将输入轴的一种转速变换为输出轴的多种转速,这种传动系统称为轮系。本章的重点是定轴轮系和周转轮系的传动比计算及其转向的判断;难点是复合轮系的传动比计算。

## 5.1 轮系及其分类

#### 动画5-02



非平行轴  
定轴轮系

在机械中,利用轮系可以使一个主动轴带动几个从动轴的转动,进行分路传动或获得多种转速,也可以实现较远轴之间的运动传递。根据轮系运转时,各齿轮几何轴线相对于机架是否都是固定的特点,将轮系分为定轴轮系、周转轮系和复合轮系。

### 5.1.1 定轴轮系

当轮系运转时,每个齿轮的几何轴线相对机架都是固定的,这种轮系称为定轴轮系。由轴线相互平行的圆柱齿轮组成的定轴轮系,称为平行轴的定轴轮系,如图 5-1 所示;包含有锥齿轮和蜗杆传动等在内的定轴轮系,称为非平行轴的定轴轮系,如图 5-2 所示。

#### 微课5-1



轮系的类型  
与功用

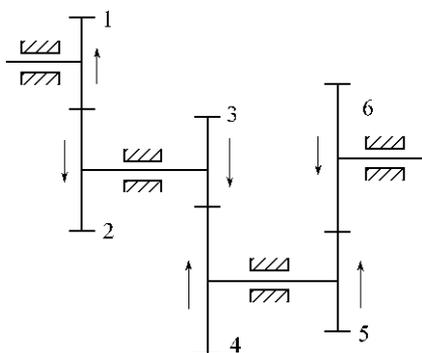


图 5-1 平行轴的定轴轮系

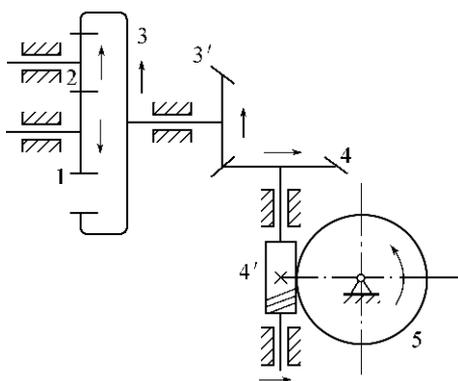


图 5-2 非平行轴的定轴轮系

### 5.1.2 周转轮系

当轮系运转时,如果至少有一个齿轮的几何轴线相对于机架的位置是变化的,则这种轮系称为**周转轮系**。如图 5-3 所示,齿轮 2 一方面绕自身轴线  $O_2$  自转,另一方面又随  $H$  绕轴线  $O_1$  做公转,这种既有自转又有公转的齿轮称为**行星轮**。 $H$  是支承行星轮的构件,称为**行星架**;齿轮 1、3 的轴线与行星架  $H$  的轴线相互重合且固定,并且它们都与行星轮啮合,称为**中心轮或太阳轮**。

图 5-3(a)所示的周转轮系具有 2 个自由度,这种具有 2 个自由度的周转轮系称为**差动轮系**;如果将差动轮系中的一个中心轮固定,则整个轮系的自由度为 1,这种自由度为 1 的周转轮系称为**行星轮系**,如图 5-3(b)和图 5-3(c)所示。

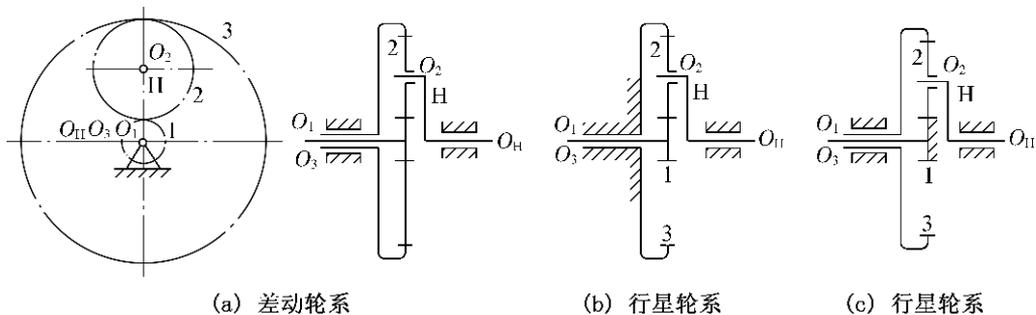


图 5-3 周转轮系

### 5.1.3 复合轮系

在工程实践中,不但会遇到单一的定轴轮系或单一的周转轮系,还常常会遇到定轴轮系和周转轮系或几个周转轮系的组合,这种轮系称为**复合轮系**,如图 5-4 所示。

动画5-03



差动轮系

动画5-04



行星轮系

动画5-05



复合轮系

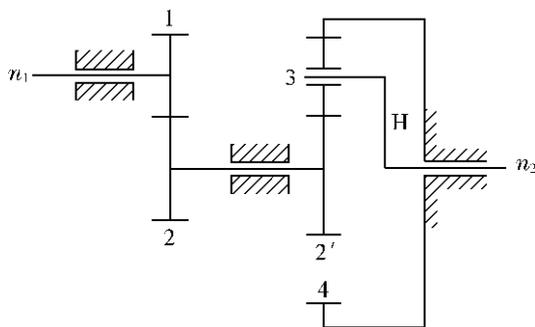


图 5-4 复合轮系

## 5.2 定轴轮系的传动比计算

所谓轮系的传动比是指该轮系中首末两齿轮的角速度(或转速)之比,分析与计算时,不仅要计算其数值的大小,还要确定输入轴与输出轴的转向关系。

### 5.2.1 平行轴定轴轮系的传动比计算

微课5-2



轮系传动比的计算

由本书第 4 章内容可知:一对相互啮合的定轴齿轮的角速度(或转速)之比等于其齿数的反比,即圆柱齿轮、锥齿轮和蜗杆蜗轮传动的传动比,均可这样表示: $i_{12} = \frac{\omega_1}{\omega_2} =$

$$\frac{n_1}{n_2} = \frac{z_2}{z_1}。$$

在图 5-1 所示的平行轴定轴轮系的机构运动简图中,可知齿轮动力的传递路线为:1→2=3→4=5→6。其中,“→”所联两齿轮表示啮合关系,1、3、5 为主动齿轮,2、4、6 为从动齿轮;“=”代表所联两齿轮为同轴运转,其转速相等。

若各齿轮的齿数分别为  $z_1$ 、 $z_2$ 、 $z_3$ 、 $z_4$ 、 $z_5$  和  $z_6$ ,则轮系中各对啮合齿轮的传动比大小分别为: $i_{12} = \frac{n_1}{n_2} = \frac{z_2}{z_1}$ 、 $i_{34} = \frac{n_3}{n_4} = \frac{z_4}{z_3}$ 、 $i_{56} = \frac{n_5}{n_6} = \frac{z_6}{z_5}$ ,且  $n_2 = n_3$ 、 $n_4 = n_5$ 。假设与齿轮 1 固边的轴为轮系的输入轴,与齿轮 6 固边的轴为轮系的输出轴,则该轮系的传动比为:

$$i_{16} = \frac{n_1}{n_6} = \frac{n_1}{n_2} \times \frac{n_3}{n_4} \times \frac{n_5}{n_6} = \frac{z_2}{z_1} \times \frac{z_4}{z_3} \times \frac{z_6}{z_5}。$$

由此可以表明:定轴轮系的传动比的数值等于各对啮合齿轮传动比的连乘积,也等于各对啮合齿轮中各从动轮齿数的连乘积与各主动轮齿数的连乘积之比。此结论可推广至一般情况,若齿轮 1 的轴为轮系的输入轴,齿轮 K 的轴为轮系的输出轴,则该平行轴定轴轮系的传动比数值可表示为:

$$i_{1K} = \frac{n_1}{n_K} = \frac{\text{齿轮 1 至齿轮 K 间所有的从动齿轮齿数的连乘积}}{\text{齿轮 1 至齿轮 K 间所有的主动齿轮齿数的连乘积}} \quad (5-1)$$

### 5.2.2 定轴轮系输入与输出轴转动方向的确定

定轴轮系中各齿轮的相对转向可以通过逐一对齿轮标注箭头的办法来确定,即从已知齿轮的转向开始,沿着传动的路线,对各对啮合齿轮进行转向的判定,并用箭头标注出各齿轮的转动方向。

对于平行轴圆柱齿轮传动,外啮合时,两齿轮的转向相反,即标注箭头的方向相反(如图5-5(a));内啮合时,两齿轮的转向相同,即标注的箭头方向相同(如图5-5(b))。

对于锥齿轮传动,由于啮合点的速度相同,所以表示方向的箭头应该同时指向啮合点或同时背离啮合点(如图5-5(c))。

对于蜗杆蜗轮传动,其转向关系可按“左、右手螺旋法则”来判定,当蜗杆旋向为右旋时,用右手按转动方向握住轴线,以四指方向弯曲表示蜗杆的转向,大拇指所指的相反方向即为蜗轮上啮合点的线速度方向;当蜗杆旋向为左旋时,则用左手按上述方法来判定蜗轮的转向(如图5-5(d))。

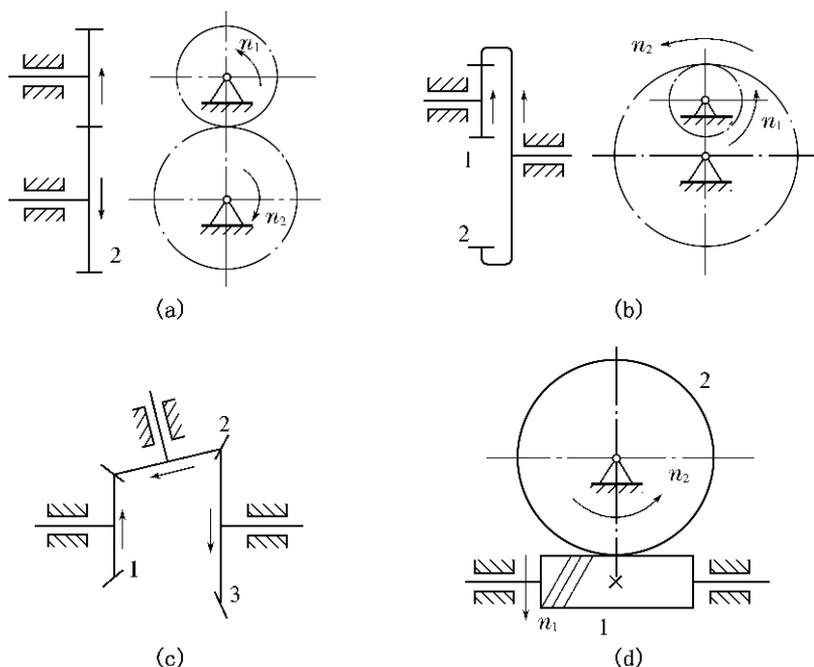


图 5-5 定轴轮系转向的判定

在平行轴定轴轮系中,各齿轮的几何轴线都是相互平行的,任意两齿轮的转向不是相同,就是相反。因此,其转向关系可用“+”、“-”来表示,即在传动比数值前加上“+”或“-”,所以式(5-1)也可以表示为:

$$i_{1K} = \frac{n_1}{n_K} = (-1)^m \frac{\text{齿轮 1 至齿轮 K 间所有的从动齿轮齿数的连乘积}}{\text{齿轮 1 至齿轮 K 间所有的主动齿轮齿数的连乘积}} \quad (5-2)$$

式(5-2)中, $m$ 表示平行轴定轴轮系中外啮合的齿轮对数。

### 5.2.3 非平行轴定轴轮系的传动比计算

#### 1. 输入轴与输出轴相互平行

当非平行轴定轴轮系的输入轴与输出轴相互平行时,传动比数值前,应加上“+”、“-”来表示输入轴与输出轴的相对转动关系,但其符号只能用标注箭头的方法来判断。如图 5-6 所示的轮系,由图中标注的箭头可知:输入轴与输出轴的转向相反,所以该轮系的传动比为:

$$i_{14} = \frac{n_1}{n_4} = -\frac{z_2 z_3 z_4}{z_1 z_2' z_3}$$

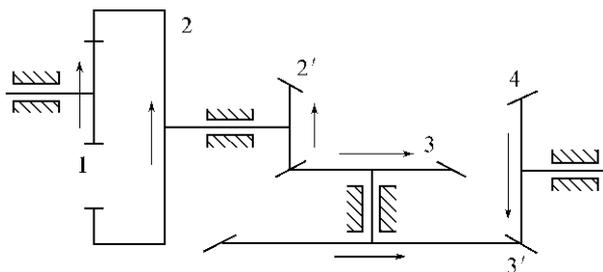


图 5-6 非平行轴定轴轮系

#### 2. 输入轴与输出轴不平行

当非平行轴定轴轮系的输入轴与输出轴不平行时,其转向只能用标注箭头的方法来判断。在图 5-2 所示的轮系中,齿轮 2 分别与齿轮 1 和齿轮 3 相啮合,它既是前一级的从动齿轮,又是后一级的主动齿轮,传动比  $i_{15} = \frac{n_1}{n_5} = \frac{z_2 z_3 z_4 z_5}{z_1 z_2 z_3 z_4}$ 。显然,齿数  $z_2$  在分子和分母中各出现一次,可以约去,故齿轮 2 不影响轮系传动比的大小。这种不影响传动比数值大小,只起到改变转向作用的齿轮称为惰轮或过桥齿轮。

**【例 5-1】** 在图 5-7(a)所示的轮系中,已知  $z_1=20, z_2=30, z_2'=20, z_3=40, z_3'=20, z_4=40, z_4'=2$ (右旋),  $z_5=80, z_5'=30$ , 齿轮 5' 的模数  $m=2\text{ mm}$ , 若  $n_1=600\text{ r/min}$ , 求齿条 6 的线速度的大小及方向。

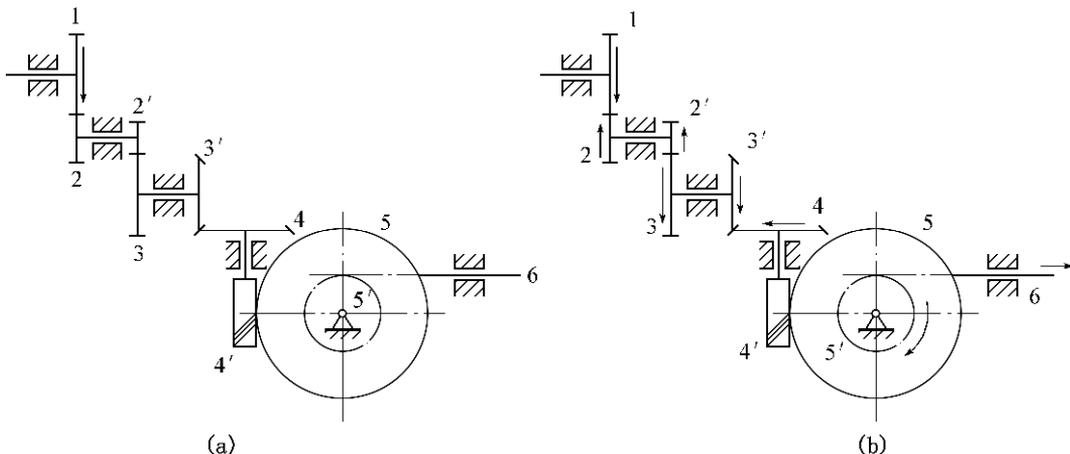


图 5-7 【例 5-1】附图

**解** 第一步 分析各齿轮的转向。

对于非平行轴定轴轮系,可从齿轮1开始,顺次标出各对啮合齿轮的转动方向,齿轮5'的转向为顺时针,所以齿条的运动方向向右,如图5-7所示。

第二步 计算轮系的传动比。

$$\text{由式(5-1)可得: } i_{15} = \frac{n_1}{n_5} = \frac{z_2 z_3 z_4 z_5}{z_1 z_2' z_3 z_4} = \frac{30 \times 40 \times 40 \times 80}{20 \times 20 \times 20 \times 2} = 240$$

第三步 计算齿轮5的转速、角速度和分度圆上的线速度。

$$n_5 = \frac{n_1}{i_{15}} = \frac{600}{240} = 2.5 \text{ r/min}, n_5' = n_5 = 2.5 \text{ r/min}$$

$$\omega_5 = 2\pi \times 2.5/60 = 0.262 \text{ rad/s}$$

第四步 计算齿轮5'的分度圆半径及其上的线速度。

$$r_5' = m \times z_5' / 2 = 2 \times 30 / 2 = 30 \text{ mm}, v_5' = r_5' \times \omega_5 = 30 \times 0.262 = 7.86 \text{ mm/s}$$

所以齿轮6的线速度为:  $v_6 = v_5' = 7.86 \text{ mm/s}$  (向右)

### 5.3 周转轮系的传动比计算

在图5-8(a)所示的行星轮系中,行星轮 $z_2$ 既绕本身的轴线自转,又绕 $O_1$ 或 $O_H$ 公转,因此,无法直接采用式(5-1)进行求解,而通常采用“反转法”来间接地求解其传动比。

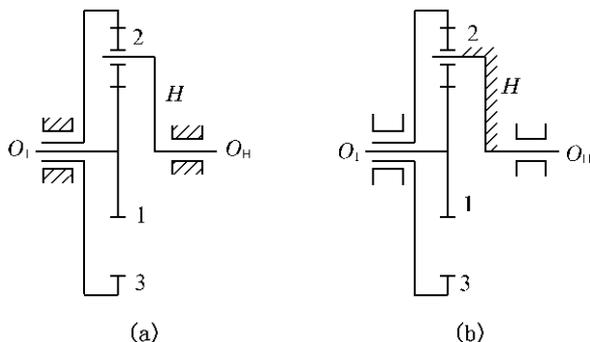


图5-8 行星轮系及其转化轮系

假定行星轮系各齿轮和行星架 $H$ 的转速分别为: $n_1$ 、 $n_2$ 、 $n_3$ 和 $n_H$ ,采用“反转法”时,就在整个行星轮系上施加一个与行星架转速 $n_H$ 大小相等、方向相反的公共转速“ $-n_H$ ”,将行星轮系转化成一假想的定轴齿轮系(称为转化轮系,如图5-8(b)所示)。这样,就可以使用定轴齿轮系的传动比计算公式来求解行星齿轮系传动比。

由相对运动原理可知:当在整个行星轮系上施加一个公共转速“ $-n_H$ ”后,该齿轮系中各构件之间的相对运动规律并未改变,但转速发生了变化,其变化结果见表5-1所示:

动画5-06



周转轮系的转化

表 5-1 行星轮系采用“反转法”转化前后的转速对比

构件	转化前的绝对转速	转化后的相对转速
齿轮 1	$n_1$	$n_1^H = n_1 - n_H$
齿轮 2	$n_2$	$n_2^H = n_2 - n_H$
齿轮 3	$n_3$	$n_3^H = n_3 - n_H$
行星架 $H$	$n_H$	$n_H^H = n_H - n_H = 0$

表 5-1 中,转化轮系中各构件的相对转速  $n_1^H$ 、 $n_2^H$ 、 $n_3^H$ 、 $n_H^H$  都带有上标“H”,表示这些转速是各构件相对于行星架  $H$  的转速。

周转轮系采用“反转法”转化以后,行星架的相对转速  $n_H^H = n_H - n_H = 0$ ,由此转化轮系就变成了一个假想的定轴轮系,那么就可以应用定轴轮系的计算公式,求出其中任意两个齿轮的传动比。根据传动比的定义,图 5-8(b)转化轮系中齿轮 1 与齿轮 3 的传动比为:

$i_{13}^H = \frac{n_1^H}{n_3^H} = \frac{n_1 - n_H}{n_3 - n_H} = -\frac{z_2 z_3}{z_1 z_2} = -\frac{z_3}{z_1}$ 。此时,等式右边的“-”仅表示在转化机构中齿轮 1 与 3 相对转速  $n_1^H$  与  $n_3^H$  的方向相反,并不能说明它们在周转轮系中的绝对转速  $n_1$  与  $n_3$  的方向就一定相反,它还取决于周转轮系中  $z_1$ 、 $z_3$  以及  $n_1$ 、 $n_3$  和  $n_H$  的数值。

此结论可推广至一般情况,若周转轮系首轮  $J$ 、末轮  $K$  和行星架  $H$  的绝对转速分别为  $n_J$ 、 $n_K$  和  $n_H$ ,其转化机构传动比的一般表达式是:

$$i_{JK}^H = \frac{n_J^H}{n_K^H} = \frac{n_J - n_H}{n_K - n_H} = \pm \frac{\text{转化轮系中齿轮 } J \text{ 至齿轮 } K \text{ 间所有的从动齿轮齿数的连乘积}}{\text{转化轮系中齿轮 } J \text{ 至齿轮 } K \text{ 间所有的主动齿轮齿数的连乘积}} \quad (5-3)$$

应用式(5-3)时,应注意以下几点:

(1)  $i_{JK}$  与  $i_{JK}^H$  具有完全不同的含义,前者是两齿轮真实的传动比,后者是转化轮系中两齿轮的传动比。

(2) 构件  $J$ 、 $K$  和  $H$  的绝对转速  $n_J$ 、 $n_K$  和  $n_H$  都是代数量(既有大小,又有方向),仅在各构件的轴线互相平行的条件下,其绝对转速才能具有代数关系。所以在应用式(5-3)时, $n_J$ 、 $n_K$  和  $n_H$  都必须带有表示本身转速方向的正号或负号。一般可假定某绝对转速的方向为正,与之相反的则为负。

(3) 应用式(5-3)时,把  $J$  看成转化轮系中的起始主动齿轮, $K$  为最末的从动齿轮,中间各齿轮的主从地位也应按这一假设去判别。

(4) 式(5-3)右边的“±”表示转化轮系中齿轮  $J$  和齿轮  $K$  的转向关系,用定轴轮系传动比的转向判断方法来确定。

**【例 5-2】** 在图示的周转轮系中,已知各齿轮的齿数: $z_1 = z_2' = 100$ ,  $z_2 = 99$ ,  $z_3 = 101$ ,行星架  $H$  为原动件,试求传动比  $i_{H1}$ 。

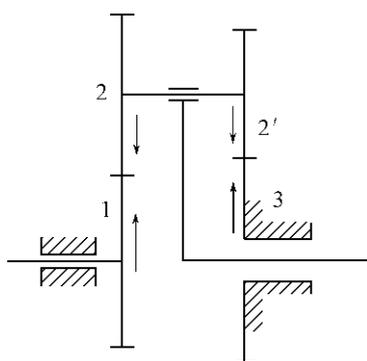


图 5-9 【例 5-2】附图

解 根据式(5-3),有:

$$i_{13}^H = \frac{n_1 - n_H}{n_3 - n_H} = \frac{n_1 - n_H}{0 - n_H} = 1 - \frac{n_1}{n_H} = 1 - i_{1H} = \frac{z_2 z_3}{z_1 z_2'}$$

$$i_{1H} = 1 - i_{13}^H = 1 - \frac{99 \times 101}{100 \times 100} = \frac{1}{10\,000}$$

$$i_{H1} = 10\,000$$

$i_{H1}$  数值为正,表示齿轮 1 与行星架 H 的转向相同。

## 5.4 复合轮系的传动比计算

如果轮系中既包含定轴轮系,又包含周转轮系,或者包含几个基本的周转轮系,则该轮系称为**复合轮系**。复合轮系通常有两种方式构成:①由几个基本的周转轮系经串联或并联而成,如图 5-10(a)所示;②将定轴轮系与基本周转轮系进行组合而成,如图 5-10(b)所示。

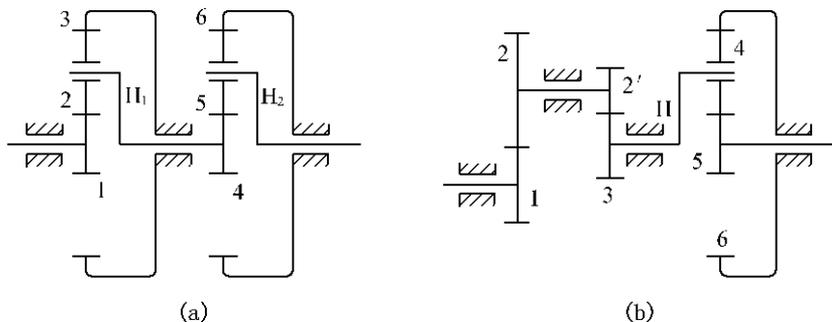


图 5-10 复合轮系的构成

由于复合轮系不可能转化成单一的定轴轮系,所以不能只用一个公式来求解,正确的方法是将复合轮系中的定轴轮系与周转轮系部分区分开来,分别进行计算,因此,复合轮系传动比的计算方法和步骤为:

第一步 拆分轮系。

拆分轮系就是要判断并拆分出复合轮系各定轴轮系和周转轮系。正确拆分各个轮系的关键,在于找出各个基本周转轮系,其方法是:

- ① 找出行星齿轮,即找出那些几何轴线绕另一齿轮的几何轴线转动的齿轮;
- ② 支持行星齿轮的那个构件,就是行星架;
- ③ 几何轴线与行星架的回转轴相重合,且直接与行星轮相结合的定轴齿轮就是太阳轮。

这些行星齿轮、行星架和太阳轮就构成了一个基本的周转轮系,区分出各个基本的周转轮系以后,剩下的就是定轴轮系。

第二步 分别列式。

拆分轮系后,定轴轮系就按定轴轮系的传动比计算方法进行列式,周转轮系就按周转轮系的传动比计算方法进行列式。

第三步 联立求解。

各轮系所列的计算式,进行联立求解。

**【例 5-3】** 在图示的轮系中,已知各齿轮的齿数为: $z_1=20, z_2=40, z_2'=20, z_3=30, z_4=80$ 。试计算传动比  $i_{1H}$ 。

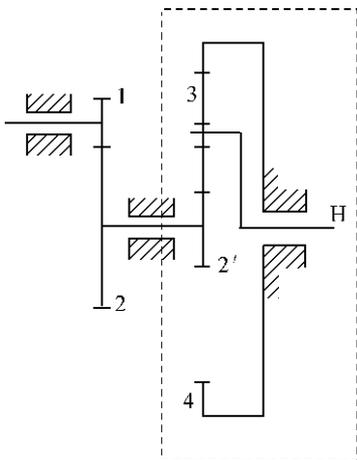


图 5-11 【例 5-3】附图

**解** 第一步 拆分轮系。

齿轮 3 的几何轴线是绕齿轮 2' 和齿轮 4 的轴线转动的,是行星齿轮;行星架为 H;与行星齿轮相啮合的齿轮 2' 和齿轮 4 为太阳轮,故齿轮 3、2'、4 及 H 组成一个基本周转轮系。剩下的齿轮 1 的齿轮 2 为定轴轮系。因此,该轮系为一混合轮系。

第二步 分别列式。

$$\textcircled{1} \text{ 周转轮系的传动比为: } i_{2'4}^{H} = \frac{n_2^{H'}}{n_4^{H'}} = \frac{n_2' - n_H}{n_4 - n_H} = -\frac{z_3 z_4}{z_2 z_3} = -\frac{z_4}{z_2} = -4$$

$$\text{代入给定数据得: } \frac{n_2' - n_H}{0 - n_H} = -\frac{80}{20} = -4$$

$$\text{即: } -\frac{n_2'}{n_H} + 1 = -4, n_2' = 5n_H$$

$$\textcircled{2} \text{ 定轴轮系的传动比为: } i_{12} = \frac{n_1}{n_2} = -\frac{z_1}{z_2} = -\frac{40}{20} = -2$$

$$\text{第三步 联立求解, 得: } i_{1H} = \frac{n_1}{n_H} = \frac{-2n_2}{\frac{1}{5}n_2} = -10$$

## 5.5 轮系的应用及其特点

轮系在实际机械中应用十分广泛,其应用及特点主要包括以下几个方面:

### 1. 两轴间较远距离的传动

当输入与输出轴间距离较远时,若仅采用一对齿轮传动(如图 5-12 中虚线所示),则因两齿轮直径相差明显,致使整个机构的轮廓尺寸过大。为节约空间和材料,方便制造和安装,可采用轮系来传动,如图 5-12 中实线所示。

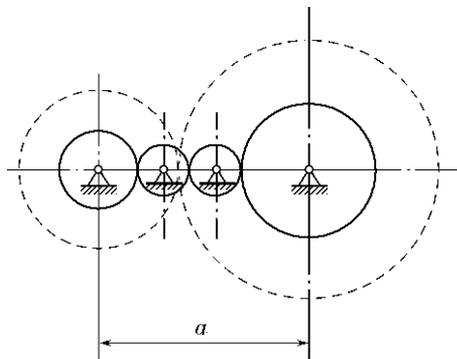


图 5-12 两轴间较远距离的传动

### 2. 大传动比的传动

在齿轮传动中,一对定轴齿轮的传动比一般在 5~7 之间,当两轴间需要传递较大的传动比时,若采用多级齿轮组成的定轴轮系,则会因轮系中包含较多的轴和齿轮,导致结构复杂。此时可采用周转轮系,如【例 5-2】中的行星轮系,仅由两对齿轮组成,不仅机构外廓尺寸小,且小齿轮不易损坏,传动比可大至 10 000。

当然,这种类型的轮系,传动比越大,机械效率就越低,所以无法传递较大的功率,只适用于作辅助的减速机构。如将其作为增速传动,则会导致自锁现象。

### 3. 变速及换向传动

在图 5-13 所示的汽车变速箱中,Ⅰ是动力输入轴,Ⅱ是输出轴,齿轮 1 与 2 始终保持啮合。此时,一方面可操纵滑移齿轮 8 实现与齿轮 3 的分离或啮合,另一方面可操纵双联滑移齿轮 6 和 7,分别实现与齿轮 5 或 4 的分离或啮合。因此,在输入轴Ⅰ的转速和转向不变的情况下,利用轮系可以使输出轴Ⅱ获得多种转速或转向的变换。

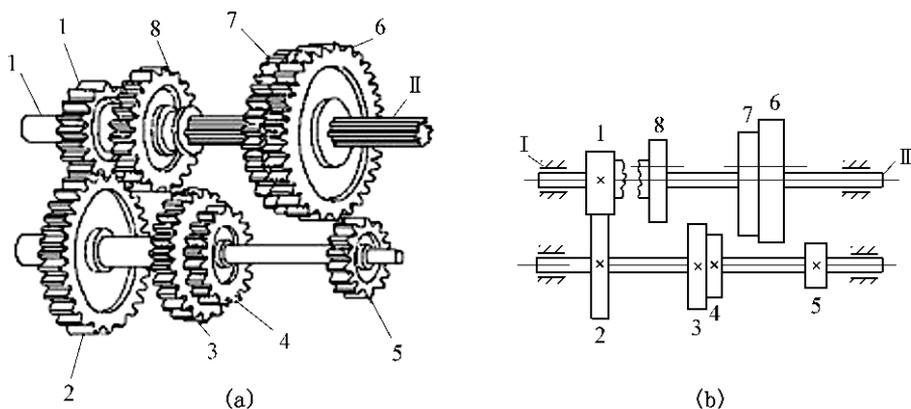


图 5-13 汽车变速器的传动轮系

#### 4. 运动的合成与分解

运动的合成是指将两个输入运动合成为一个输出的运动,运动的分解是将一个输入运动分解为两个输出的运动,运动的合成与分解均可采用差动轮系来实现。

最简单的、用于运动合成的轮系如图 5-14 所示,其中  $z_1 = z_3$ , 由式(5-3)可得:

$$i_{13}^H = \frac{n_1^H}{n_3^H} = \frac{n_1 - n_H}{n_3 - n_H} = -\frac{z_3}{z_1} = -1$$

解得:  $2n_H = n_1 + n_3$

这种轮系可用于加法机构,当齿轮 1 和齿轮 3 的轴分别表示输入的两种转速时,行星架转速的 2 倍就是它们的和,这种运动的合成在机床、计算机机构和补偿装置中得到广泛的应用。

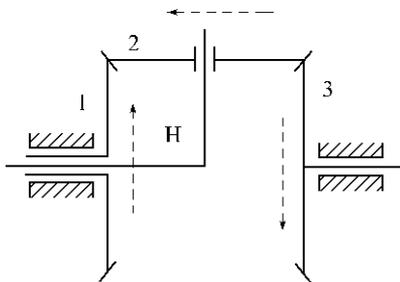


图 5-14 加法机构

如果以行星架  $H$  和太阳轮 1(或太阳轮 3)作为主动齿轮,则上式可写成:  $n_3 = 2n_H - n_1$ 。此式说明:太阳轮 3 的转速是行星架  $H$  转速的 2 倍与太阳轮 1 的转速之差,所以这种轮系可用于减法机构。

如图 5-15 所示,当汽车直线行驶时,左、右两车轮转速相等,行星轮不发生自转,齿轮 1、2、3 可作为一个整体,随齿轮 4 一起转动,此时  $n_1 = n_3 = n_4$ 。

动画5-07



汽车后桥差速器

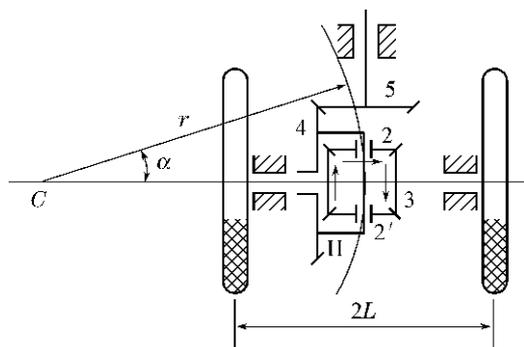


图 5-15 汽车后桥差速器

当汽车拐弯时(假设左转弯),为保证两车轮与地面做纯滚动(不产生滑动,以减少轮胎的磨损),就要求右车轮比左车轮转动得快一些,此时齿轮 1 和齿轮 3 之间便发生相对的转动,齿轮 2 不仅随齿轮 4 绕后车轮轴线公转,还得绕自己的轴线自转。显然左、右两车轮行走的距离应不相同,即要求左、右轮的转速也不相同。此时,可通过齿轮 1、2、3 和齿轮 4 组成差动轮系,其结构与图 5-14 完全相同,故有: $2n_4 = n_1 + n_3$ 。

再根据图 5-15 可见:当汽车的车身绕其瞬时回转中心  $C$  转动时,左、右两车轮超过的弧长与其至  $C$  点的距离成正比,即: $\frac{n_1}{n_3} = \frac{r-L}{r+L}$ 。当发动机经传动轴和齿轮 5 传递给齿轮 4 的转速  $n_4$ 、轮距  $2L$  和转弯半径  $r$  为已知时,即联立求解出左右两车轮的转速  $n_1$  和  $n_3$ 。

由此可见,汽车后桥差速器可将齿轮 4 的一个输入转速  $n_4$ ,根据转弯半径  $r$  的变化,自动分解为左、右两后车轮的转速  $n_1$  和  $n_3$ 。

## 拓展知识

### 几种特殊的轮系传动

#### 1. 渐开线少齿差行星轮系传动

如图 5-16 所示,渐开线少齿差行星轮系由固定不动的太阳轮 1、行星齿轮 2、行星架  $H$ (作为输入轴)、输出轴  $X$ 、机架以及等速比机构  $M$  组成。其中等速比机构的功能,是将轴线可动的行星齿轮 2 的运动同步地传递给轴线固定的  $X$  轴,以便将运动和动力输出。

与前述的几种行星轮系不同的是:它输出的是行星齿轮的绝对转速,而不是太阳轮或行星架的绝对转速。由于太阳轮和行星齿轮的齿廓均为渐开线,且齿数差很少(一般为 1~4),故称为渐开线少齿差行星轮系传动。因其中只有一个太阳轮、一个

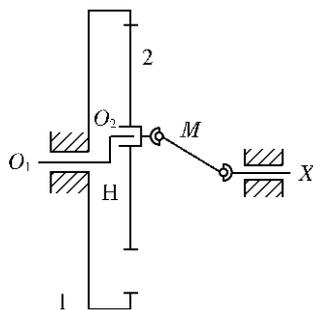


图 5-16 渐开线少齿差行星轮系

行星架和一个带输出机构的输出轴 V,故又称为K-H-V行星轮系。

$$\text{由图 5-14 分析可知,其传动比: } i_{12}^H = \frac{n_1^H}{n_2^H} = \frac{n_1 - n_H}{n_2 - n_H} = \frac{z_2}{z_1}$$

$$\text{由于 } n_1 = 0, \text{ 所以 } \frac{0 - n_H}{n_2 - n_H} = \frac{z_2}{z_1}$$

因此,当行星架作为主动构件,行星齿轮作为从动构件时,传动比  $i_{H2} = -\frac{z_2}{z_1 - z_2}$

该式表明:当齿数差  $(z_1 - z_2)$  很小时,传动比  $i_{H2}$  可以很大;当  $z_1 - z_2 = 1$  时,其传动比  $i_{H2} = -z_2$ ,“-”号表示输出与输入转向相反。

由于行星齿轮 2 除了自转外还随行星架 H 公转,故其轴线  $O_2$  不固定。为了将行星齿轮的运动不变地传递给具有固定轴线的输出轴 X,可采用传递两平轴间运动的联轴器,如双万向联轴器、十字滑块联轴器或孔销式输出机构。

渐开线少齿差行星轮系传动的主要优点是:传动比大,结构简单紧凑,体积小,重量轻,加工维修容易,效率高(单级为 0.80~0.94);其缺点是:转臂轴承受力大,为了使内齿轮副能正确啮合,必须采用短齿的变位齿轮,且计算较复杂。它适用于中小型动力传动,在轻工机械、化工机械、仪表、机床及起重运输机械中获得广泛应用。

## 2. 摆线针轮行星轮系传动

如图 5-17 所示,摆线针轮行星轮系的行星齿轮 2 采用摆线作齿廓,与渐开线少齿差行星轮系相比,制造和装配难度更大,固定不动的太阳轮 1 的齿形,在理论上呈针状(实际上制成滚子)固定在壳体上,称为针轮。

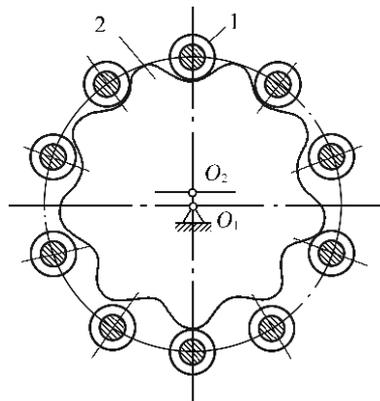


图 5-17 摆线针轮行星轮系

摆线少齿差行星齿轮传动的齿数差  $z_1 - z_2 = 1$ ,单级传动比可达 9~87,啮合齿数多,摩擦、磨损小,承载能力强,在军工、冶金和造船工业机械中获得广泛应用。



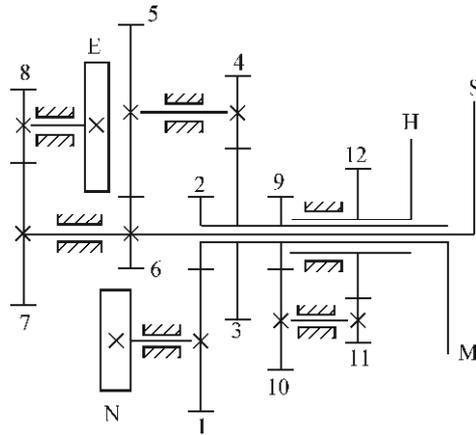
## 思考题

- 5-1 当定轴轮系中输入和输出轴平行时,如何确定传动比前的正、负号?
- 5-2 什么是惰轮? 惰轮在轮系中起什么作用?
- 5-3 什么是周转轮系的转化机构?  $i_{12}^H$  是不是周转轮系中 A、B 两齿轮的传动比? 如何确定周转轮系输出轴的回转方向?
- 5-4 怎样从一个复合轮系中区分哪些构件组成一个周转轮系? 哪些构件组成一个定轴轮系?
- 5-5 判断题
- (1) 惰轮不但能改变轮系齿轮传动方向,而且能改变传动比。
  - (2) 行星轮系中必须有一个太阳轮是固定不动的。
  - (3) 周转轮系的传动比计算是通过给行星架一个负角速度,将其转化为定轴轮系,再利用定轴轮系传动比计算公式来进行计算,这种方法称为“反转法”。
  - (4) 逐对标箭头的方法适用于任意周转轮系中的任意齿轮间齿轮转向的判断。
  - (5) 计算复合轮系传动比的关键是区分轮系,一定要分别计算各轮系的传动比,再合并计算得到总的传动比。
  - (6) 差动轮系的自由度为 2,所以只有用差动轮系才能实现运动的合成或分解。
- 5-6 选择题
- (1) 轮系中的两个中心轮都运动的是\_\_\_\_\_轮系。  
A. 行星                      B. 周转                      C. 差动
  - (2) 下列轮系的自由度为 1 的是\_\_\_\_\_轮系。  
A. 行星                      B. 周转                      C. 差动
  - (3) 汽车后桥差速器应用了齿轮系的\_\_\_\_\_功能。  
A. 实现较远距离传动                      B. 实现大的传动比  
C. 实现运动的合成                      D. 实现运动的分解
  - (4) 惰轮在轮系中的作用如下:① 改变从动轮转向;② 改变从动轮转速;③ 调节齿轮轴间距离;④ 提高齿轮强度。其中有\_\_\_\_\_作用是正确的。  
A. 1 个                      B. 2 个                      C. 3 个                      D. 4 个
  - (5) 在两轴之间多级变速传动,选用\_\_\_\_\_轮系较合适。  
A. 定轴                      B. 行星                      C. 差动
  - (6) 若要在三轴之间实现运动的合成或分解,应选用\_\_\_\_\_轮系。  
A. 定轴                      B. 行星                      C. 差动



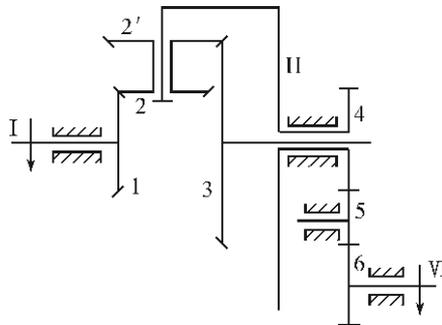
## 习题

- 5-1 在图示钟表传动示意图中, E 为擒纵轮, N 为发条盘, S、M、H 分别为秒针、分针、时针。设  $z_1 = 72$ ,  $z_2 = 12$ ,  $z_3 = 64$ ,  $z_4 = 8$ ,  $z_5 = 60$ ,  $z_6 = 8$ ,  $z_7 = 60$ ,  $z_8 = 6$ ,  $z_9 = 8$ ,  $z_{10} = 24$ ,  $z_{11} = 6$ ,  $z_{12} = 24$ , 求秒针与分针的传动比  $i_{SM}$  和分针与时针的传动比  $i_{MH}$ 。



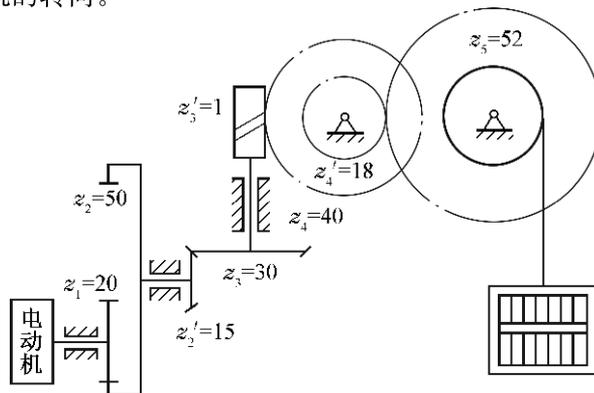
习题 5-1 附图

5-2 如图 5-9 所示的轮系中,各轮的齿数为  $z_1 = 32, z_2 = 34, z_2' = 36, z_3 = 64, z_4 = 64, z_5 = 17, z_6 = 24$ ,均为标准齿轮传动。若轴 I 按图示方向以  $1\ 250\ \text{r/min}$  的转速回转,则轴 VI 按图示方向以  $600\ \text{r/min}$  的转速回转。求轮 3 的转速  $n_3$ 。



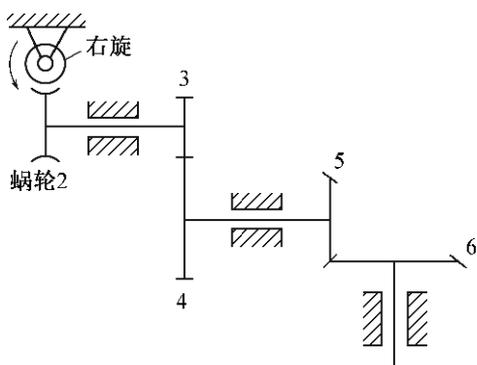
习题 5-2 附图

5-3 图示为一电动提升装置,其中各轮齿数均为已知,试求传动比  $i_{15}$ ,并画出当提升重物时电动机的转向。



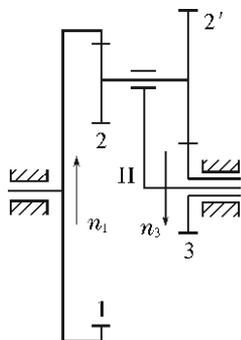
习题 5-3 附图

5-4 在如图所示的轮系中,已知  $z_1 = 2$  (右旋),  $z_2 = 60, z_3 = 15, z_4 = 30, z_5 = 15, z_6 = 30$ ,求:(1) 该轮系的传动比  $i_{16}$ ; (2) 若  $n_1 = 1\ 200\ \text{r/min}$ ,求齿轮 6 的转速大小和方向?



习题 5-4 附图

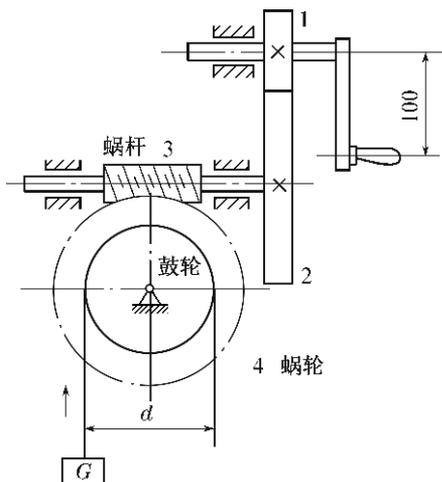
5-5 在如图所示的行星轮系中,已知各齿轮的齿数为:  $z_1 = 60, z_2 = 20, z_2' = 25, z_3 = 15$ 。  $n_1 = 50 \text{ r/min}, n_3 = 300 \text{ r/min}$ ,  $n_1$  与  $n_3$  的转向相反,试计算  $n_H$  的大小并判断其转向?



习题 5-5 附图

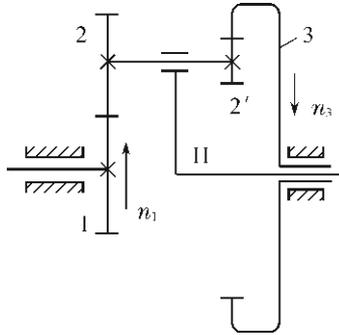
5-6 图示为卷扬机传动示意图,悬挂重物  $G$  的钢丝绳绕在鼓轮 5 上,鼓轮 5 与蜗轮 4 联接在一起。已知各齿轮的齿数,  $z_1 = 20, z_2 = 60, z_3 = 2$  (右旋),  $z_4 = 120$ 。试求:

(1) 轮系的传动比  $i_{14}$ ; (2) 若重物上升,加在手把上的力应使轮 1 如何转动?



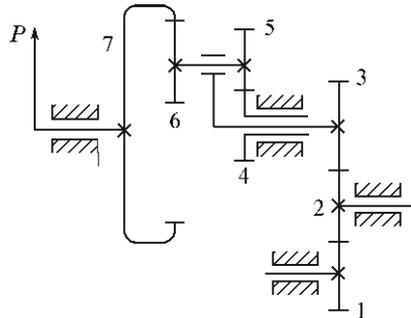
习题 5-6 附图

5-7 如图所示差动轮系中,已知各轮的齿数  $z_1=30, z_2=25, z_2'=20, z_3=75$ , 齿轮 1 的转速为 200 r/min(箭头朝上), 齿轮 3 的转速为 50 r/min, 求行星架转速  $n_H$  的大小和方向。



习题 5-7 附图

5-8 如图所示机构中,已知  $z_1=17, z_2=20, z_3=85, z_4=18, z_5=24, z_6=21, z_7=63$ , 求:(1) 当  $n_1=10\ 001$  r/min,  $n_4=10\ 000$  r/min 时,  $n_P=?$  (2) 当  $n_1=n_4$  时,  $n_P=?$  (3) 当  $n_1=10\ 000$  r/min,  $n_4=10\ 001$  r/min 时,  $n_P=?$



习题 5-8 附图