



应用型本科计算机类专业系列教材
应用型高校计算机学科建设专家委员会组织编写

电子技术基础 简明教程

郭立强 主编

(第2版)



南京大学出版社

内容简介

电子技术基础作为工科专业的专业基础必修课,在整个本科人才培养体系中起到关键作用。由于受各高校培养目标改革等诸多因素的影响,导致课程的学时数偏少,现有相关教材的篇幅就显得过于庞大。本书是由传统的电路分析、模拟电子技术和数字电子技术三门课程整合而成,定位为简明教程,“简”是内容精练,同时保证前后内容的衔接性;“明”是讲究教材内容的浅显易懂,充分考虑基础课教学的特点,在保证理论系统完整和基本概念清晰的前提下,突出电子技术的基础知识和基本理论,以培养学生的基本电路分析与设计能力为主要目标,面向应用型教学需求。全书共 18 章,每章均配套适量习题和在线练习,学生可以通过扫码在线答题,相关题目都有提示及解答,便于自学。此外,本书配套的实验教程,具有大量的实验内容,学生可通过实验巩固所学知识。

图书在版编目(CIP)数据

电子技术基础简明教程 / 郭立强主编. -- 2 版.
南京:南京大学出版社,2025. 11. -- (应用型本科计算机类专业系列教材). -- ISBN 978-7-305-29737-3

I. TN

中国国家版本馆 CIP 数据核字第 2025ND7361 号

出版发行 南京大学出版社

社 址 南京市汉口路 22 号 邮 编 210093

书 名 电子技术基础简明教程

DIANZI JISHU JICHU JIANMING JIAOCHENG

主 编 郭立强

责任编辑 苗庆松 编辑热线 025-83592655

照 排 南京开卷文化传媒有限公司

印 刷 南京百花彩色印刷广告制作有限责任公司

开 本 787 mm×1092 mm 1/16 印张 21 字数 520 千

版 次 2025 年 11 月第 2 版 2025 年 11 月第 1 次印刷

ISBN 978-7-305-29737-3

定 价 59.80 元

网 址:<http://www.njupco.com>

官方微博:<http://weibo.com/njupco>

官方微信号:njupress

销售咨询热线:(025)83594756

* 版权所有,侵权必究

* 凡购买南大版图书,如有印装质量问题,请与所购
图书销售部门联系调换

第二版序

《电子技术基础简明教程》自 2020 年 8 月首版发行以来,作为江苏省首批一流线下本科课程“电子技术基础(2)”的权威配套教材,已经过五年的教学实践检验。本次修订根据首版使用反馈与应用型本科院校教学需求,重点对电路分析模块和模拟电路模块进行体系化重构。通过 200 幅插图的更新与文本表述的精细化处理,强化知识体系的整体逻辑性,使学生系统掌握电子技术基础理论、分析方法和设计技能,培养解决实际工程问题的能力,为后续硬件课程学习奠定坚实的基础。

本教材采用精编形式,将传统电路分析、模拟电子技术和数字电子技术三门课程的核心知识有机整合,其“简明”特色体现在:内容取舍上注重知识链的衔接性与完整性;表述方式上强调符合基础教学规律,在确保理论体系严谨的前提下突出基础知识脉络。配套开发的数字化系统支持扫码在线答题,所有习题均配备分步提示与详解,有效构建“学—练—测”一体化的自主学习体系。此外,本书配套的实验教程有丰富的实验案例,读者可通过实验巩固所学的知识。

教材采用模块化架构,包含电路分析(4 章)、模拟电路(7 章)和数字电路(7 章)三大知识模块,重点突出模拟电路和数字电路内容的讲解。电路分析模块仅介绍电子电路的基础知识,内容主要包括电路分析基础、线性电阻电路分析、电路分析基本定理和正弦交流电路。模拟电路模块主要介绍半导体器件的基本原理、三极管基本放大电路、多级放大电路、负反馈放大电路、功率放大电路、集成运算放大器基础、直流稳压电源。数字电路模块主要介绍数字逻辑基础、集成逻辑门电路、组合逻辑电路、触发器、时序逻辑电路、矩形脉冲电路和 A/D 及 D/A 转换等内容。

本教材由淮阴师范学院物联网工程系的郭立强教授担任主编,主持全书知识体系构建与统稿工作。淮阴师范学院的苏丽娜和刘恋、宿迁学院的朱慧博三位老师为副主编。其中,苏丽娜负责编写第1~4章;刘恋负责编写第5~9章;朱慧博负责编写第10~13章;郭立强负责编写第14~18章。由于编者水平有限,在教材的编写过程中难免有疏漏之处,我们诚挚欢迎使用本教材的师生提出宝贵建议,以便及时修订。

编 者

2025年8月

目 录

第 1 章 电路分析基本概念及定律	001	4.2 正弦量的向量表示	059
1.1 电路与电路模型	001	4.3 基本元件的向量形式	061
1.2 电路分析的基本变量	003	4.4 向量模型	064
1.3 电路元件	006	4.5 正弦交流电路的功率	067
1.4 基尔霍夫定律	014	4.6 正弦交流电路的谐振	070
习 题	017	4.7 三相电路	071
第 2 章 电阻电路的等效变换和分析 方法	021	习 题	073
2.1 电路的等效变换	021	第 5 章 半导体器件基础	076
2.2 电阻电路的分析方法	031	5.1 半导体	076
习 题	040	5.2 PN 结	079
第 3 章 电路分析定理	044	5.3 半导体二极管	082
3.1 叠加定理	044	5.4 三极管	089
3.2 替代定理	047	习 题	095
3.3 戴维南定理	049	第 6 章 三极管基本放大电路	098
3.4 诺顿定理	051	6.1 放大电路基础知识	098
习 题	053	6.2 共射极放大电路	102
第 4 章 正弦交流电路分析基础	056	6.3 放大电路的直流通路与交流通路	103
4.1 正弦交流电的基本概念	056	6.4 放大电路的静态分析	104
		6.5 放大电路的动态分析	105
		6.6 非线性失真	107

6.7 放大电路静态工作点的稳定	107	第 10 章 集成运算放大器	152
6.8 共集电极和共基极放大电路	109	10.1 集成运放的结构及特点	152
习 题	112	10.2 零点漂移	153
第 7 章 多级放大电路	116	10.3 差分放大电路	153
7.1 多级放大电路的耦合方式	116	10.4 集成运放及其分析方法	159
7.2 直接耦合放大电路	117	10.5 集成运放构成的信号运算电路	161
7.3 阻容耦合放大电路	120	10.6 集成运放构成的信号处理电路	165
7.4 变压器耦合放大电路	121	习 题	168
习 题	122	第 11 章 直流稳压电源	170
第 8 章 负反馈放大电路	125	11.1 直流稳压电源的组成	170
8.1 反馈的基本概念	125	11.2 整流电路	171
8.2 负反馈放大电路的四种基本 组态	129	11.3 滤波电路	174
8.3 负反馈对放大电路性能的影响	134	11.4 稳压电路	177
习 题	136	习 题	180
第 9 章 功率放大电路	138	第 12 章 数字逻辑基础	182
9.1 功率放大电路概述	138	12.1 数字信号与数字电路	182
9.2 乙类互补对称推挽功率放大 电路	141	12.2 数制与码制	183
9.3 甲乙类互补推挽功率放大电路	144	12.3 逻辑代数基础	190
9.4 集成音频功率放大电路	147	12.4 逻辑函数的化简	196
习 题	151	习 题	203
		第 13 章 逻辑门电路	204
		13.1 分立元件逻辑门电路	204
		13.2 TTL 集成逻辑门电路	207
		习 题	212

第 14 章 组合逻辑电路	213	16.2 时序逻辑电路的分析	265
14.1 组合逻辑电路的分析	213	16.3 时序逻辑电路的设计	274
14.2 组合逻辑电路的设计	215	16.4 计数器	283
14.3 加法器	218	16.5 移位寄存器	296
14.4 编码器	222	习 题	304
14.5 译码器	227	第 17 章 矩形脉冲电路	307
14.6 数值比较器	239	17.1 概述	307
14.7 组合逻辑电路的竞争冒险现象	241	17.2 555 定时器	308
习 题	243	17.3 施密特触发器	310
第 15 章 触发器	244	17.4 单稳态触发器	311
15.1 基本触发器	245	17.5 多谐振荡器	313
15.2 同步触发器	249	习 题	315
15.3 主从触发器	254	第 18 章 模数与数模转换	316
15.4 边沿类型触发器	258	18.1 概述	316
15.5 触发器类型转换	260	18.2 模数转换器	317
习 题	261	18.3 数模转换器	323
第 16 章 时序逻辑电路	263	习 题	327
16.1 时序逻辑电路概述	263	参考文献	328

第 1 章

电路分析基本概念及定律

本章作为电路分析的基石,将构建贯穿电路部分的核心框架。本章介绍电路分析的基础知识,涵盖电路模型、电路变量、理想电路元件。重点阐述集总参数电路的基本定律——基尔霍夫定律,包括基尔霍夫电流定律和基尔霍夫电压定律,它们决定了电路中所有支路电压和电流必须遵循的约束关系。图 1.1 是本章知识结构的思维导图。

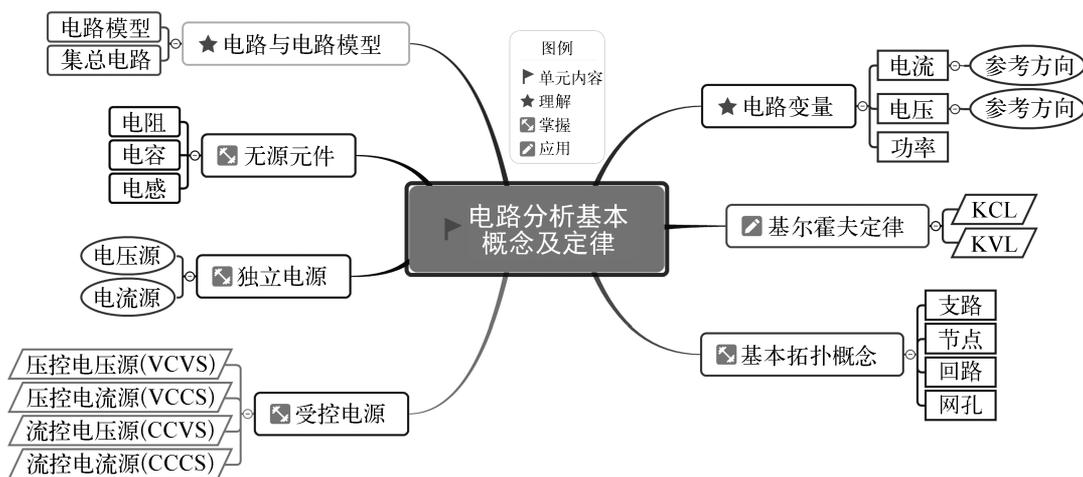


图 1.1 电路分析基础知识点思维导图

1.1 电路与电路模型

1.1.1 电路模型

电路是指由电气设备或电子元器件通过导线或导体相互连接构成的闭合路径。电路存在的目的是使电流能够流通,从而完成特定的功能,例如:能量转换与传输,即将电能从电源传输到负载,并将其转换为其他形式的能量;信号处理,即对电信号进行放大、滤波、运算、传输等;信息存储与处理,即存储数据、执行逻辑运算。

电路的核心要素包括:电源、负载、中间环节和闭合回路。电源是提供电能或电信号的

设备。负载指消耗电能或接收处理信号的设备。中间环节指连接电源和负载的导线、开关、控制器件以及进行信号处理的元器件。电流必须能够从电源出发,经过负载和中间环节,最终回到电源的另一端,形成一个完整的通路,即闭合回路。

实际电路元器件的行为往往非常复杂,受到多种物理效应(如内阻、电阻的微小电感、电容的等效串联电阻)的影响,给电路分析带来困难。而电路模型是对实际电路进行科学抽象与理想化处理所建立的理论表示。它使用理想化的电路元件及其组合来近似模拟实际电路中发生的物理现象。通过忽略次要因素、突出核心电磁特性,将复杂的物理问题转化为更易处理的数学问题。通过对电路模型的分析,可预测实际电路在特定工作条件下的关键电气参数,如电压、电流及功率。

电路模型由相互连接的理想电路元件构成。理想元件是模型的基本单元,仅代表某种单一、且理想化的电磁特性。根据其外部端口数量,理想电路元件可分为二端、三端及四端元件。常见的二端元件包括电阻、电容、电感、电压源和电流源;三端元件如三极管;四端元件则包括受控源和变压器等。常见的理想元件的核心特性如下。

(1) 理想电阻元件:表征电能向热能的不可逆耗散,体现为对电流的阻碍作用,其伏安特性遵循欧姆定律。

(2) 理想电容元件:表征电场能量的存储与释放特性,具有隔断直流、导通交流的性质。

(3) 理想电感元件:表征磁场能量的存储与释放特性,表现为阻碍电流变化的特性。

(4) 理想电源:提供恒定端电压或恒定输出电流。

(5) 理想导线:电阻值为零,其两端任意点间不存在电位差。

(6) 理想开关:闭合状态下呈现零电阻,断开状态下呈现无穷大电阻。

利用理想电路元件或其组合来模拟实际器件的过程,称为建立器件模型,简称建模。建模须依据实际电路的具体工作条件,如工作频率、精度要求等,通过组合理想元件来近似等效实际元器件,从而构建相应的电路模型。在建模过程中,需要注意以下两点。

(1) 模型的可通用性:不同器件在特定条件下可能具备相同的模型。例如,电阻器和白炽灯在工作点设置、信号采样或电能消耗等场景下,均可采用理想电阻元件作为其模型。

(2) 模型的适用条件性:同一器件在不同应用条件下往往需要采用不同形式的模型。如,实际绕线电阻器在低频工作时,其特性可简化为一个理想电阻;而在高频条件下,其微小的寄生电感和寄生电容效应变得显著,此时须采用电阻、电感、电容组合的模型才能更精确地描述其行为。

实际电路经模型化处理,即可绘制为由理想元件构成的电路图,其中各理想元件均以标准化符号表示。图 1.2(a)所示为由干电池、灯泡、开关及导线连接构成的实际电路,其对应的电路模型如图 1.2(b)所示。该模型中,干电池被建模为一个理想电压源 U_s 和电阻 R_s 的串联组合;小灯泡等效为一个二端电阻元件 R_L ;开关和连接导线则分别由理想开关、理想导线表示。

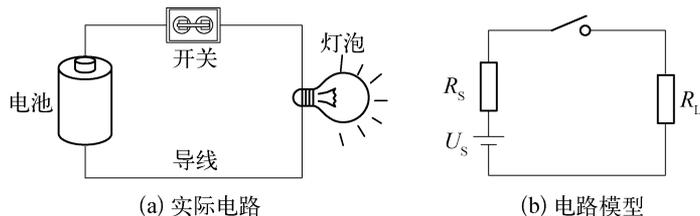


图 1.2 实际电路的电路模型

本书中所述电路均指由理想电路元件构成的电路模型。同时,为表述简洁,将理想电路元件简称为电路元件。

1.1.2 集总电路

在对实际电路进行模型化处理时,若电路的物理尺寸远小于其工作信号的波长,则可近似认为电磁扰动在电路中是瞬时传播的。电路中的电磁现象可被分别研究,且相关的电磁过程被限定在各理想元件内部完成。该基本假设称为集中化假设。此时,电阻、电感、电容等元件的电磁效应被“集总”体现于离散的元件上;元件之间的连接导线被视为理想导线。

在任何时刻,流入二端元件的其中一端子的电流恒等于从另一端流出的电流,且两端子间的电压为单量值,则该类元件称为集总(参数)元件。由集总参数元件构成的电路称为集总(参数)电路,其对应的模型即为集总参数模型。

集总参数模型是最常见和基础的电路模型类型,适用于大多数电子电路分析。集总参数思想是电路理论的核心思想,本书只研究集总电路,后续所述的所有电路基本定律、定理及分析方法,均以集总化假设为成立前提。

1.2 电路分析的基本变量

电路变量是用于描述电路特性的物理量。在电路理论中,核心变量主要包括电流、电压和功率等,通常用符号 I 、 U 和 P 表示。

1.2.1 电流

电流是指导体中自由电荷在电场力驱动下发生有规则的定向迁移的物理现象。计量电流大小的物理量称为电流强度,简称电流,即在单位时间内通过导体横截面的电荷量,记作

$$i(t) \stackrel{\text{def}}{=} \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta q}{\Delta t} = \frac{dq(t)}{dt} \quad (1.1)$$

其中: i 表示电流, q 表示电荷量, t 表示时间。在国际单位制(SI)中,电流的基本单位是安培(A),常用单位还包括千安(kA)、毫安(mA)和微安(μA)。

当电流的大小和方向随时间变化时,称为时变电流。若时变电流的大小和方向呈周期性变化,且其在一个周期内的平均值为零,则称为交流电流,通常用小写字母 i 表示。当电流的大小和方向均保持恒定不变时,称为直流电流,通常用大写字母 I 表示。

物理学规定,正电荷移动的方向为电流的实际方向。但在电路分析中,电流的实际方向常难以预先确定或可能随时间变化。因此,引入参考方向的概念:在分析电路前,任意指定一个电流的正方向,即假定的正电荷流动方向。图 1.3 表示电路的一部分,矩形框代表一个二端元件,流过其电流为 i ,其实际方向未知。图中实线箭头标示了假定的电流参考方向,虚线箭头则标示了电流的实际方向,两者可能相同或相反。

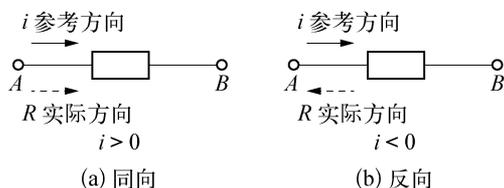


图 1.3 电流的参考方向

若电流实际方向与参考方向一致,则电流值 $i > 0$,如图 1.3(a)所示。若电流实际方向与参考方向相反,则电流值 $i < 0$,如图 1.3(b)所示。因此,结合设定的参考方向,电流值 i 的正负即可唯一确定其实际方向。

如图 1.3 所示,电流的参考方向主要有两种表示方法。

(1) 箭头表示法:用箭头指向表示假定的电流参考方向,见图 1.3 中实线箭头。

(2) 双下标法:如 i_{AB} ,表示参考方向由 A 指向 B。

参考方向是人为设定的分析工具,并非实际的物理方向,具有任意性。本书所有电路图中标出的电流方向均为参考方向。未预先设定参考方向时,计算所得电流值的正负无意义。一旦设定参考方向,在后续分析中不得更改。

1.2.2 电压

电路中某点的电位定义为,将单位正电荷 q 从该点移到参考点(即人为选定的零电位点)时,电场力所做的功。两点间的电位差定义为,将单位正电荷 q 从一点移动到另一点时,电场力所做的功 w 。电位差也称为电压,用符号 u 表示,即

$$u(t) = \frac{dw(t)}{dq(t)} \quad (1.2)$$

在国际单位制中,电压的单位是伏特(V),常用单位还包括千伏(kV)和毫伏(mV)。

根据时变特性,电压可分为交变电压与恒定电压。若电压的大小和方向随时间做周期性变化,则称为交变电压,通常用小写 u 表示。若电压的幅值与极性均不随时间变化,则称为恒定电压或直流电压,通常用大写 U 表示。

当正电荷从高电位点移动到低电位点时,电场力做正功,其电势能降低;反之,当正电荷从低电位点移动到高电位点时,需要外力克服电场力做功,其电势能升高。因此,电压的实际方向是电位降低的方向,即从高电位指向低电位。

在复杂电路分析中,电压的实际方向常难以直接判断。因此,需为两点间的电压预先设定参考方向。若计算所得电压值 $u > 0$,表示参考方向与实际方向一致。若计算所得电压值 $u < 0$,则表示参考方向与实际方向相反。

如图 1.4 所示,电压参考方向主要有三种表示方法。

(1) 极性符号法:在元件或导线两端标注正(+)、负(-)符号,参考方向规定从正(+)端指向负(-)端,见图 1.4(a)。

(2) 箭头表示法:用箭头指向表示假定的电位降低方向,见图 1.4(b)。

(3) 双下标法:如 U_{AB} ,表示参考方向由 A 指向 B,见图 1.4(c)。

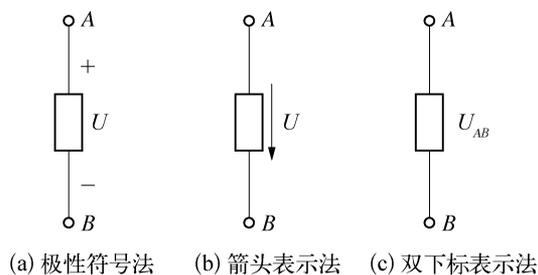


图 1.4 电压参考方向表示方式

在分析电路前,必须为电压和电流预先设定参考方向,并明确标注于电路图中。电压和电流的参考方向可独立地任意指定,两者之间无必然关联。参考方向一经选定,在整个分析过程中必须保持不变。若选定的参考方向不同,相关表达式会相差一个负号,但实际物理方向保持不变。

对于一个元件,若设定的电流参考方向与电压参考方向一致,即电流从假定的电压正极性端(+)流向负极性端(-),则称为关联参考方向,见图 1.5(a)。否则,称为非关联参考方向,见图 1.5(b)。

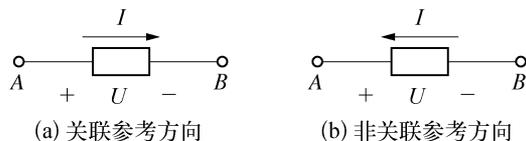


图 1.5 关联与非关联参考方向

为简化分析,若无特别说明,本书及常规电路分析均默认采用关联参考方向。此时,电路图上仅需明确标注电压参考方向或电流参考方向其中之一,另一变量的参考方向可依据关联性规则唯一确定。

1.2.3 功率

在电路分析中,除电流与电压外,功率和能量也是核心参数。功率是描述电路中电能转换或传递的瞬时速率,其定义为电场力在单位时间内所做的功,用符号 p 表示,即

$$p(t) = \frac{d\omega(t)}{dt} \quad (1.3)$$

其单位为瓦特(W),简称瓦。

由式(1.2)可得 $d\omega(t) = u(t)dq(t)$,代入式(1.3),可得功率表达式为

$$p(t) = u(t) \frac{dq}{dt} \quad (1.4)$$

再根据式(1.1),功率可进一步表示为电压 u 与电流 i 的乘积

$$p(t) = u(t)i(t) \quad (1.5)$$

在直流情况下,式(1.5)简化为

$$P = UI \quad (1.6)$$

当元件两端的电压 u 与流经元件的电流 i 为关联参考方向时, $p > 0$ 表示元件吸收功率, 即能量被元件吸收; $p < 0$ 表示元件实际发出功率, 即吸收负功率、元件向外部电路提供能量。若电压与电流为非关联参考方向, 则上述功率吸收与发出的判据相反。

1.3 电路元件

电路元件是构成电路模型的基本单元, 其特性通过与其端子相关的电路物理量进行描述, 如电压、电流。在集总参数电路理论框架下, 每种元件均代表特定的电磁物理属性, 其端口电压与电流之间存在着确定的数学关系, 称为该元件的电压—电流关系 (Voltage-Current Relationship, VCR); 此关系因元件类型不同而各异。

典型的集总电路元件包括电阻、电容、电感和电源等。电路元件的分类可依据不同标准: (1) 线性特性, 即根据描述其端口特性的数学方程是否具有线性性质, 可分为线性元件与非线性元件; (2) 能量属性, 即根据其能否向外部电路提供能量, 可分为有源元件与无源元件; (3) 端口结构, 即根据与外部电路连接的端子数量, 可分为二端元件与多端元件。

1.3.1 电阻元件

电阻元件是电路理论中对实际电阻器进行理想化抽象后得到的基本模型, 其核心功能在于阻碍导体中电流的流动, 并将电能不可逆地转化为热能 (主要形式)。常见的实际电阻器包括碳膜电阻器、金属膜电阻器、绕线电阻器、贴片电阻器以及可变电阻器等。

电阻元件的理想化模型核心是描述其对电流的阻碍特性。当元件端口电压 u 与电流 i 取关联参考方向时, 其伏安特性在 $u-i$ 平面上表现为一条过坐标原点的曲线, 如图 1.6 所示。

根据伏安特性的不同, 电阻元件可分为非线性电阻元件和线性电阻元件两大类。电阻值 R (单位: 欧姆, Ω) 用于定量描述电阻元件对电流的阻碍作用强弱, R 值越大, 阻碍作用越强。

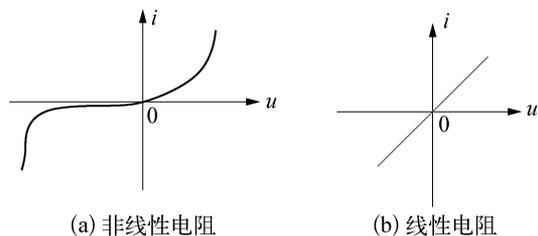


图 1.6 电阻元件的伏安特性

非线性电阻元件不遵循欧姆定律, 其电阻值 R 不是常量, 伏安特性曲线呈非线性, 见图 1.6(a), 其阻值显著依赖于电压、电流、温度或光照等外部条件。部分非线性电阻具有记忆性, 而部分非线性电阻则表现出显著的单向导通特性。因此, 非线性电阻的主要功能并非提供稳定阻值, 而是实现特殊应用, 例如传感、保护、调节、能量转换及开关控制等。代表性器件包括各类敏感电阻、二极管以及白炽灯。

线性电阻元件严格遵循欧姆定律,伏安特性为一条过坐标原点的直线,见图 1.6(b)。在正常工作条件下,其电阻值 R 保持恒定,无记忆性,且具有双向对称性。它的主要功能是为电路提供确定且稳定的电阻值,典型代表器件包括碳膜电阻、金属膜电阻、线绕电阻等固定电阻器。

线性电阻元件可进一步细分为线性时变电阻和线性定常电阻。线性时变电阻的阻值可通过手动或自动方式调节;在任一设定的阻值下,其伏安特性均遵循欧姆定律,表现为一条过原点的直线,并在整个调节范围内保持线性关系。而线性定常电阻在正常工作条件下,其阻值恒定不变,伏安特性表现为一条固定的过原点直线。

本书主要讨论线性定常电阻元件。如无特殊说明,后文中的“电阻元件”均指此类电阻,简称“电阻”,其电压 u 与电流 i 严格遵循欧姆定律。

当电阻元件的电流 i 与电压 u 取关联参考方向时

$$u = Ri \quad (1.7)$$

当电阻元件的电流 i 与电压 u 取非关联参考方向时

$$u = -Ri \quad (1.8)$$

式中: R 为常数。在规定的正常工作条件及温度范围内, R 不随电压 u 或电流 i 的变化而改变,其电路符号见图 1.7。由于电阻元件在任意时刻的电压仅由该时刻的电流决定,与其历史状态无关,故电阻元件属于无记忆元件。

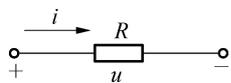


图 1.7 电阻元件的电路符号

电阻元件也可用电导 G (单位:西门子,S)表示,其定义为电阻 R 的倒数

$$G = \frac{1}{R} \quad (1.9)$$

此时,欧姆定律可表示为

$$i = Gu \quad \text{或} \quad u = i/G \quad (1.10)$$

线性电阻元件存在两种理想化的极限工作状态。

(1) 开路(或断路):无论端电压为何值,电流 $i=0$ 。此时电阻 $R \rightarrow \infty$ (电导 $G=0$),其伏安特性为与电压轴重合的直线,见图 1.8(a)。

(2) 短路:无论电流为何值,端电压 $u=0$ 。此时电阻 $R=0$ (电导 $G \rightarrow \infty$),伏安特性为与电流轴重合的直线,见图 1.8(b)。

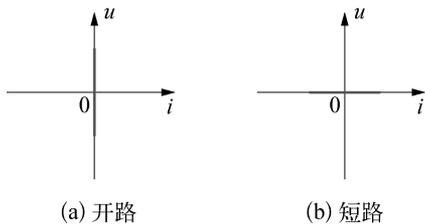


图 1.8 电阻元件的特殊工作状态

当电压 u 和电流 i 取关联参考方向时,电阻元件的吸收功率为

$$p = ui = i^2 R = \frac{u^2}{R} \quad (1.11)$$

当电压 u 和电流 i 取非关联参考方向时,电阻元件的吸收功率为

$$p = -ui = i^2 R = \frac{u^2}{R} \quad (1.12)$$

结合式(1.7)~(1.12)分析可知,无论参考方向如何选取,线性电阻元件实际吸收的功率恒为正值($p > 0$),且满足 $p = Ri^2 = Gu^2$ 。因此,线性定常电阻元件始终吸收并消耗电能,将其不可逆地转化为热能,故其本质为耗能元件与无源元件。

实际电阻器的阻值受其材料电阻率的温度依赖性影响。工作电流产生的焦耳热效应会导致器件温度升高,进而引起阻值漂移,使其伏安特性呈现出非线性。但在正常工作范围内,该特性可近似为线性。应用中需确保工作功率不超过额定值,以避免过热损坏。

1.3.2 电容元件

电容元件由两个平行导体极板以及夹在其间的绝缘介质共同构成,是一种二端储能元件。当外加电压施加在极板之间时,正极板积累正电荷 $+Q$,而负极板则积累等量的负电荷 $-Q$ 。绝缘介质在极板间起到阻碍电荷直接迁移的作用,从而使电能得以通过电场进行存储。

理想电容元件的电路符号如图 1.9 所示,其存储能力用电容量 C (单位:法拉,F)来表示。 C 可通过下式计算

$$C = \epsilon_r \epsilon_0 \frac{A}{d} \quad (1.13)$$

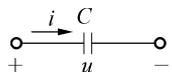


图 1.9 电容元件的电路符号

式中: ϵ_r 为相对介电常数, ϵ_0 为真空介电常数, A 为极板的有效面积, d 为极板间距。

当采用关联参考方向时,电压的极性与电荷极性一致。对于线性定常的电容元件,其特性方程为

$$q(t) = Cu(t) \quad (1.14)$$

本书默认分析的是线性定常电容元件,其两端电荷 q 与端电压 u 符合库仑定律,也称为库伏特关系,见图 1.10。

在关联参考方向下,电容的电流与电压关系为

$$i(t) = \frac{dq(t)}{dt} = C \frac{du(t)}{dt} \quad (1.15)$$

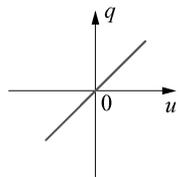


图 1.10 电容元件的库伏特性

式(1.15)表明,电流的瞬时值只与电压的变化率成正比,与电压的瞬时幅值无关。当 $du(t)/dt = 0$ 时,电流 $i(t) = 0$,此时电容表现出稳态特性,等效为开路状态。在动态或交流条件下,电容表现出导通特性,体现其交流动态响应。由于电流受限于有限值,导数 du/dt 也为有限值,从而保证电压的连续性,避免突变。

根据式(1.15), 电容元件的电压可表示为电流历史的函数

$$u(t) = \frac{1}{C} \int_{-\infty}^t i(\tau) d\tau = \frac{1}{C} \int_{-\infty}^{t_0} i(\tau) d\tau + \frac{1}{C} \int_{t_0}^t i(\tau) d\tau = u(t_0) + \frac{1}{C} \int_{t_0}^t i(\tau) d\tau \quad (1.16)$$

式(1.16)表明, 任一时刻的电容电压由初始电压 $u(t_0)$ 和在区间 $[t_0, t]$ 内的电流历史共同决定, 反映出电容器的“记忆”特性。(注: 在非关联参考方向下, 式(1.15)与(1.16)应带负号)

结合式(1.5)和(1.15), 电容元件的瞬时功率可表达为

$$p(t) = \frac{dW_c(t)}{dt} = u(t)i(t) = Cu(t) \frac{du(t)}{dt} \quad (1.17)$$

在关联参考方向下, 电容的功率特性表现出两种能量转换模式。

(1) 充电过程: 当 $u > 0$ 且 $du/dt > 0$, 电流 $i > 0$, 则瞬时功率 $p > 0$, 电容吸收电能并将其存储在电场中。

(2) 放电过程: 此时 $u > 0$ 且 $du/dt < 0$, 电流 $i < 0$, 则瞬时功率 $p < 0$, 电容释放所储存的电场能量。

若在初始时刻 $u(t_0) = 0$, 则电容所储存的电能可表示如下

$$W_c(t) = \frac{1}{2} Cu^2(t) \geq 0 \quad (1.18)$$

式(1.18)表明, 电容储存的能量完全由瞬时电压决定, 且能量值恒为非负。由于电压受连续性限制且电流有限, 储能过程中的变化是连续的。电容通过充放电循环实现电能与电场能的双向无损转换, 其本质为一个无源的储能元件。

作为电子系统中的核心基础元件, 电容在电路中承担滤波、耦合、能量缓冲等关键作用。在实际应用中, 必须明确电容的额定工作电压。超过此电压将引起介质击穿, 造成永久性损害。因此, 在使用过程中, 必须严格避免施加高于额定值的电压, 以确保电容的安全与可靠工作。

1.3.3 电感元件

电感元件是一种具有两端的电子元件, 最常见的类型由导线绕制而成的线圈组成。线圈可以绕在空气、磁性材料或非磁性材料上, 其主要特性是利用导线线圈的自感效应, 通过感应电动势来抵抗电流变化, 并以磁场的形式储存电能。

用以衡量电感元件阻碍电流变化能力的物理量称为电感量或自感系数, 用符号 L (单位: 亨利, H) 表示, 其电路符号如图 1.11 所示。

当电流 $i(t)$ 流经具有匝数 N 的线圈时, 会产生磁通量。所有线匝的总磁通 $\phi(t)$ 为

$$\phi(t) = N \cdot \Phi(t) \quad (1.19)$$

式中: $\Phi(t)$ 为单匝磁通量 (单位: 韦伯, Wb); $\phi(t)$ 称为磁链。

对于采用非铁磁性材料 (如空气) 的线性电感元件, 磁链 ϕ 与电流 i 成线性比例关系

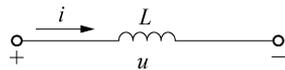


图 1.11 电感元件的电路符号

$$\psi(t) = L \cdot i(t) \quad (1.20)$$

本书默认讨论线性定常电感元件。磁链 ψ 与电流 i 间的代数关系称为韦安特性,如图 1.12 所示。

根据电磁感应定律,电感两端的感应电压 $u(t)$ 等于磁链 $\psi(t)$ 的变化率,即

$$u(t) = \frac{d\psi(t)}{dt} \quad (1.21)$$

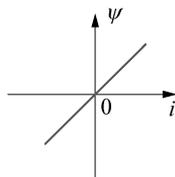


图 1.12 电感元件的韦安特性

结合式(1.20),在关联参考方向下,有

$$u(t) = L \frac{di(t)}{dt} \quad (1.22)$$

式(1.22)表明,电压的瞬时值仅与电流的变化率成正比,与电流的瞬时大小无关。对于恒定直流电流, $di/dt=0$,理想电感两端的电压 $u(t)=0$,相当于短路状态。此外,考虑到实际电路中电压有限,电感中的电流必须表现为连续且不可突变。

对式(1.20)积分,电感电流可表示为电压历史的函数

$$i(t) = \frac{1}{L} \int_{-\infty}^t u(\tau) d\tau = \frac{1}{L} \int_{-\infty}^{t_0} u(\tau) d\tau + \frac{1}{L} \int_{t_0}^t u(\tau) d\tau = i(t_0) + \frac{1}{L} \int_{t_0}^t u(\tau) d\tau \quad (1.23)$$

式(1.23)表明,电感电流值依赖于初始电流 $i(t_0)$ 及区间 $[t_0, t]$ 内的电压历史,具有明显的记忆属性。(注:在非关联参考方向下,式(1.22)和(1.23)应加负号)

在关联参考方向下,结合式(1.22),电感元件的瞬时功率为

$$p(t) = \frac{dW_L(t)}{dt} = u(t)i(t) = Li(t) \frac{di(t)}{dt} \quad (1.24)$$

当通过电感的电流增加时, $di/dt > 0$,则 $p > 0$,表示电感吸收电能并将其储存在磁场中;反之,当电流减小时, $di/dt < 0$,则 $p < 0$,电感释放存储的磁能。

若在初始条件下电流 $i(t_0)=0$,由式(1.24)可得其磁场能储存公式

$$W_L(t) = \int_0^t p(\tau) d\tau = \frac{1}{2L} \psi^2(t) = \frac{1}{2} Li^2(t) \geq 0 \quad (1.25)$$

式(1.25)表明,电感的储能仅与瞬时电流值相关,且始终为非负值。由于电流的连续性,储能状态不会发生突变。该能量可以在磁场与电路之间实现可逆、无能量损耗的转换,因此,电感本质上是一个无源的储能元件。

1.3.4 独立电源

在电路分析中,根据电源的输出特性与电路其他部分的关系,电源通常分为两类:独立电源和非独立电源。独立电源的电压或电流值是自洽存在的,独立于电路中其他元件的状态;其参数由内部特性或外部控制条件决定,且随时间变化。独立电源又细分为独立电压源和独立电流源。而非独立电源的电压或电流则是电路中其他元件状态的函数。

1.3.4.1 电压源

若某一二端元件接入任意电路时,其端电压 $u(t)$ 恒等于某一确定值,则该元件称为独立电压源,简称电压源,其数学表达式为

$$u(t) = \begin{cases} u_s(t) & \text{交流电压源} \\ U_s & \text{直流电压源} \end{cases} \quad (1.26)$$

式中: $u_s(t)$ 为已知的时间函数, U_s 为常量。电压源的端电压由其自身特性决定,与流经电源的电流大小、方向以及外电路的连接结构无关。电源输出的电流由其内部电压与外电路共同确定。

电压源的符号如图 1.13(a)所示,极性由“+”“-”符号标识,代表电压的参考极性。通常采用非关联的参考方向,即假定电流从正极流出,此时电源向电路输出功率;若实际电流方向与参考方向相反,则表现为电源吸收功率,起到负载的作用。

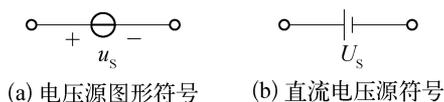


图 1.13 理想电压源模型

恒定电压源,即直流电源,用图 1.13(b)中的符号表示,其正极为长线端,负极为短线端,电压值记为 U_s ,其伏安特性在 $u-i$ 平面上为平行于电流轴的直线,见图 1.14,表明其端电压保持恒定。

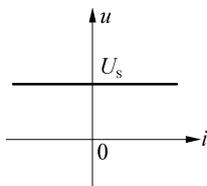


图 1.14 电压源的伏安特性

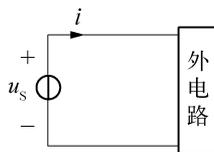


图 1.15 电压源的外接电路示意

当电压源 u_s 接入外电路时,如图 1.15 所示,若外电路为负载电阻 R ,则电流为 $i = u_s/R$ 。当外电路断开时, $R \rightarrow \infty$,此时电流 $i = 0$ 。当外电路短路时, $R = 0$,理想状态下电流 $i \rightarrow \infty$;此时会导致焦耳热剧增,可能引发设备损坏或火灾,因此在实际设计中,严禁电源短路。

实际电压源通常包含内阻 R_s ,其电路模型为理想电压源 u_s 与内阻 R_s 串联组合,如图 1.16(a)所示。此模型中,端电压为

$$u = u_s - R_s i \quad (1.27)$$

式(1.27)表明, R_s 越小,端口电压越接近理想电压源 u_s ,模型的实际表现也越接近理想状态。实际电压源的伏安特性如图 1.16(b)所示。

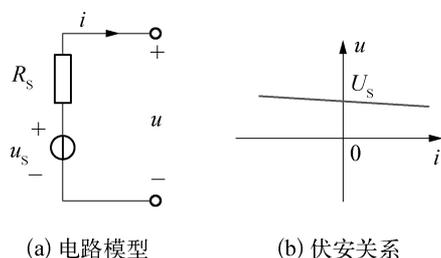


图 1.16 实际电压源模型

1.3.4.2 电流源

若某一二端元件接入任意电路时,其端口输出电流恒定为某一值 I_s 或为时间的确定性函数 $i_s(t)$,则该元件定义为独立电流源,简称电流源,其数学表达式为

$$i(t) = \begin{cases} i_s(t) & \text{交流电流源} \\ I_s & \text{直流电流源} \end{cases} \quad (1.28)$$

式中: $i_s(t)$ 为已知的时间函数, I_s 为常量。电流源的输出电流只由其自身特性决定,与外电路中的电压大小和方向无关,其端口电压由输出电流和外电路共同作用决定。

理想电流源的电路符号如图 1.17(a)所示,箭头方向表示电流的参考极性。通常采用非关联的参考方向,即假定电流由正极流出,此时电流源向电路输出功率;若实际电流方向与参考方向相反,则表现为电流源吸收功率,起到负载作用。

直流电流源的伏安曲线为平行于电压轴的直线,如图 1.17(b)所示,端电压与电流呈线性关系。当外电路断路时,即开路状态时,端口电压理论上趋向无穷大,可能造成设备故障,因此在实际应用中应避免电流源处于开路状态。

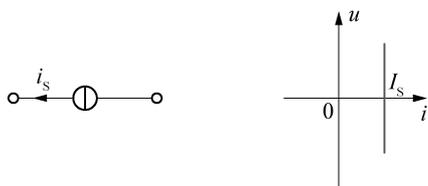


图 1.17 理想电流源模型

实际电流源往往具有非理想特性,其电路模型由理想电流源 I_s 与内阻 R_s 并联构成,见图 1.18(a),其输出电流为

$$i = i_s - \frac{u}{R_s} \quad (1.29)$$

式(1.29)表明,内阻 R_s 越大,分流效应越小,输出电流越接近理想值 i_s 。实际电压源的伏安特性曲线如图 1.18(b)所示,表现为斜率为 $-1/R_s$ 的直线,反映出随着端电压变化,输出电流的变化关系。

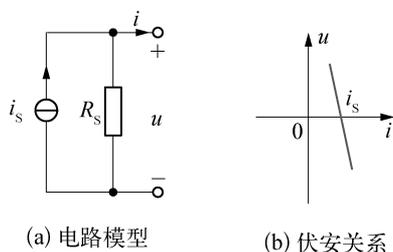


图 1.18 实际电流源模型

1.3.5 受控电源

非独立电源也称为受控源,是一类输出量(电压或电流)受电路中其他支路物理量(控制量)约束的电源元件。典型的受控源包括理想变压器、互感器以及理想晶体管等。

根据被控量是电压或电流,受控源分为受控电压源和受控电流源,其电路符号如图 1.19 所示。

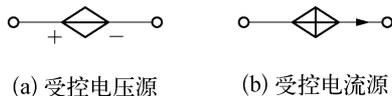


图 1.19 受控源的基本电路符号

受控源本质上是一个四端双端口网络。输入端口作为控制端,用于施加控制量(电压 u 或电流 i);输出端口则是受控端,用于输出由控制量决定的受控量(电压 u 或电流 i)。受控源的值由控制量和相关控制系数共同决定。

根据控制量与被控量的属性,受控源可分为以下四类,如图 1.20 所示。(1) 电压控制电压源 (Voltage-Controlled Voltage Source, VCVS); (2) 电压控制电流源 (Voltage-Controlled Current Source, VCCS); (3) 电流控制电压源 (Current-Controlled Voltage Source, CCVS); (4) 电流控制电流源 (Current-Controlled Current Source, CCCS)。

对于电压控制型,即 VCVS 和 VCCS,控制端口在理想状态下表现为开路;而对于电流控制型,即 CCVS 和 CCCS,控制端口则视为短路。

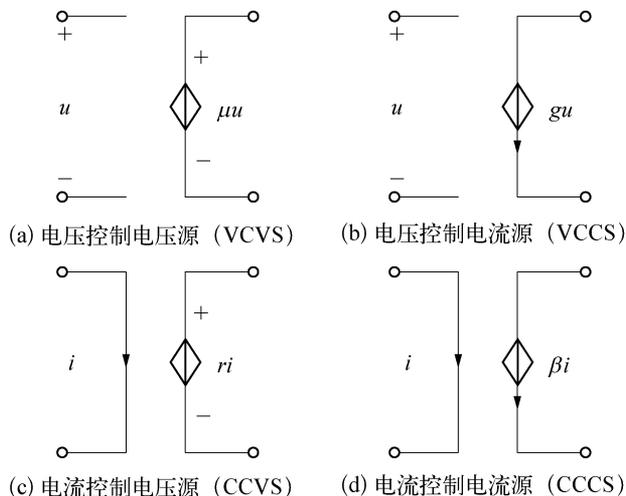


图 1.20 四种基本类型受控源模型

在图 1.20 中,定义了描述受控源特性的转移参数。这些参数包括:(1) 逆变电压比 μ , 用于 VCVS, 满足 $u_{\text{out}} = \mu \cdot u_{\text{in}}$; (2) 转移电导 g , 用于描述 VCCS, 满足 $i_{\text{out}} = g \cdot u_{\text{in}}$; (3) 转移电阻 r , 用于描述 CCCS, 满足 $u_{\text{out}} = r \cdot i_{\text{in}}$; (4) 转移电流比 β , 用于描述 CCCS, 满足 $i_{\text{out}} = \beta \cdot i_{\text{in}}$ 。其中, μ 和 β 为无量纲的量, 而 r 和 g 分别为具有电阻和电导的量纲。

当转移参数为常数时,受控源为线性受控源。本书主要讨论此类线性受控源。在电路图中,控制端口通常省略,仅在受控源符号旁标注其输出关系。

【例 1-1】 如图 1.21 所示电路,求电压 U 。

$$\text{解 } I_1 = \frac{6}{2} = 3(\text{A})$$

受控源的端电压为 $U_2 = 5I_1 = 5 \times 3 = 15(\text{V})$;

故 $U = U_1 - U_2 = 6 - 15 = -9(\text{V})$ 。

需要注意的是,独立电源提供原始激励,其输出量由自身特性决定;而受控源无独立激励能力,仅反映端口间的数学约束关系,表达元件或子网的功能特性。

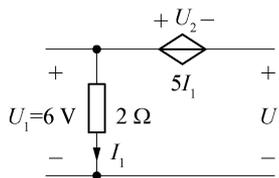


图 1.21 例 1-1 图

1.4 基尔霍夫定律

基尔霍夫定律是集总参数电路分析的基本定律,包括电流定律和电压定律,它们分别描述了电路中电流和电压必须遵守的守恒关系。这些定律揭示了电路拓扑结构对各支路电流和电压的普遍约束,结合元件的伏安特性,共同构成电路分析的理论基础。

1.4.1 基本拓扑概念

为准确表述基尔霍夫定律,需明确定义以下电路拓扑术语,以图 1.22 为例。

(1) 支路: 电路中,通过同一电流的路径称为一条支路。支路可以由单个二端元件或多个串联元件组成,支路总数记作 b 。在图示中,若依据串联电流路径计算,则 $b=3$; 若以单个元件计数,则 $b=5$ 。在电路分析中,通常采用前者。

(2) 节点: 两条或两条以上支路的连接点称为节点,节点总数记为 n 。图中,节点数 $n=2$ 。

(3) 回路: 由支路构成的任一闭合路径称为回路,回路总数记为 l 。图中, $abegfa$ 、 $bchgeb$ 和 $abchgfd a$ 均为回路,回路数 $l=3$ 。

(4) 网孔: 在平面电路中,内部不包含其他支路的最简回路称为网孔。网孔是回路的子集,其数量等于电路的独立回路个数。某些回路也是网孔,但并非所有回路都是网孔。图中,回路 $abegfa$ 和 $bchgeb$ 均为网孔。

在电路分析中,若以支路的电流和电压作为变量,这些变量必须满足两类基本约束: 元件约束与拓扑约束。

(1) 元件约束: 源于电路元件的物理特性,由元件的 VCR 定义。例如,线性电阻元件满足 $u = Ri$; 理想电流源则具有恒定电流 $i = i_s$, 其端电压由外电路决定。

(2) 拓扑约束: 源自电路中元件连接的拓扑结构,由基尔霍夫定律体现。基尔霍夫电流

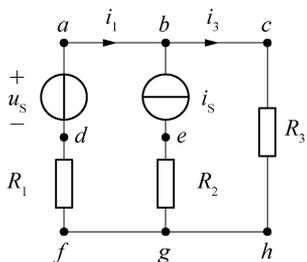


图 1.22 电路拓扑术语用图

定律规定了节点处支路电流的代数和约束。基尔霍夫电压定律规定了回路中支路电压的代数和约束。

1.4.2 基尔霍夫电流定律

基尔霍夫电流定律(KCL)是电路分析中的基本定律之一,体现了电荷守恒原理在电路节点处的数学表达。该定律指出:在集总参数电路中,任一节点在任意时刻,流入该节点的电流代数和恒等于零,即

$$\sum i = 0 \quad (1.30)$$

其中,支路电流的方向由参考方向决定,与实际方向无关。

KCL 是电荷守恒定律在电路中的直接体现。节点处不存在电荷的净累积或损失,即在单位时间内流入节点的电荷量等于流出电荷量,故支路电流满足代数和为零的约束。这一约束与支路元件的性质、电路线性或非线性无关,仅依赖于电流的参考方向。

以图 1.23 所示电路图为例,各支路电流的参考方向已示明。

假设流入节点的电流取正值(+),流出节点的电流取负值(-),对节点①、②、③应用 KCL 得

$$-i_1 - i_4 - i_6 = 0 \quad (1.31)$$

$$i_2 + i_4 - i_5 = 0 \quad (1.32)$$

$$-i_3 + i_5 + i_6 = 0 \quad (1.33)$$

KCL 也可以等价描述为流入节点的电流总和等于流出电流总和,即

$$\sum i_{\text{in}} = \sum i_{\text{out}} \quad (1.34)$$

因此,对节点①、②、③应用 KCL,也可表示为

$$0 = i_1 + i_4 + i_6 \quad (1.35)$$

$$i_2 + i_4 = i_5 \quad (1.36)$$

$$i_5 + i_6 = i_3 \quad (1.37)$$

此外,KCL 同样适用于包围多个节点的任意闭合区域,即广义节点,如图 1.23 中虚线框围成的闭合面,将各支路电流相加得

$$-i_1 + i_2 - i_3 = 0 \quad (1.38)$$

式(1.38)表明,在集总参数电路中,任一时刻流入或流出任意闭合面的电流代数和恒等于零。

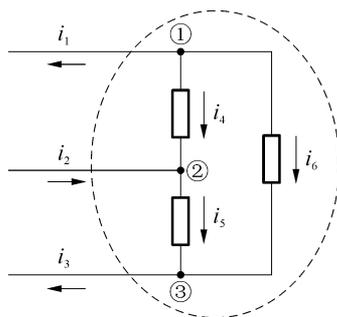


图 1.23 KCL 例图

【例 1-2】 如图 1.24 所示电路,已标明各支路参考方向。

已知 $I_S=15\text{ A}$, $I_1=6\text{ A}$, $I_2=4\text{ A}$, 求 I_3 、 I_4 和 I_5 。

解 假设流入节点的电流为+,流出节点的电流为一。

对于节点①,根据 KCL,有

$$I_S - I_1 - I_4 = 0 \quad \text{即} \quad 15 - 6 - I_4 = 0 \Rightarrow I_4 = 9\text{ A}$$

对于节点②,根据 KCL,有

$$I_4 - I_2 - I_5 = 0 \quad \text{即} \quad 9 - 4 - I_5 = 0 \Rightarrow I_5 = 5\text{ A}$$

对于节点④(节点③亦可),根据 KCL,有

$$I_1 + I_2 + I_3 = 0 \quad \text{即} \quad 6 + 4 + I_3 = 0 \Rightarrow I_3 = -10\text{ A}$$

因此,解得 $I_3 = -10\text{ A}$, $I_4 = 9\text{ A}$, $I_5 = 5\text{ A}$ 。

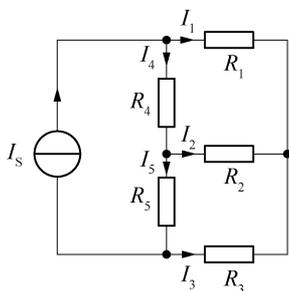


图 1.24 例 1-2 图

1.4.3 基尔霍夫电压定律

基尔霍夫电压定律(KVL)是集总参数电路分析中的基本定律之一。该定律指出:在任意时刻,沿电路中任一闭合回路,各支路电压降的代数和为零,即

$$\sum u = 0 \quad (1.39)$$

KVL 本质上是能量守恒定律在电路中的具体体现。该定律表明,单位正电荷沿一闭合回路移动一周时,电场力所做的总功为零,电势能保持不变。

在应用 KVL 列写回路电压方程时,通常遵循以下步骤。

- (1) 标定参考方向:为回路中各支路电压设定参考方向,即正负极性。
- (2) 选定绕行方向:为回路指定一个绕行方向,顺时针或逆时针。
- (3) 确定符号:当某支路电压的参考方向与绕行方向一致时,在方程中取正号;若相反,则取负号。

以图 1.25 所示回路为例,若选定顺时针绕行方向,且各支路电压的参考方向如图所示,则其 KVL 方程为

$$u_1 + u_2 - u_3 + u_4 = 0 \quad (1.40)$$

经过等价变形后,可得

$$u_1 + u_2 + u_4 = u_3 \quad (1.41)$$

KVL 建立的电压约束关系只依赖于电路的拓扑结构,与支路中元件的具体性质(如线性或非线性,有源或无源)无关。该定律是基于电压参考方向列写的,与实际电路中电压的实际方向无关。

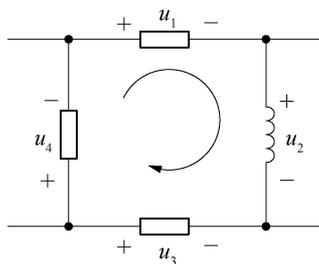


图 1.25 KVL

【例 1-3】 如图 1.26 所示电路,已知 $U_S=10\text{ V}$, $I_S=2\text{ A}$, $R_1=2\ \Omega$, $R_2=1\ \Omega$, $R_3=4\ \Omega$ 。求:(1) 电压源的输出电流 I ; (2) 电流源的端电压 U 。

解 根据图中已标示的支路电流参考方向及回路 l_1 、 l_2 的绕行方向。

对节点①,应用 KCL,得 $I = I_S + I_3$, 即

$$I = 2 + I_3$$

对回路 l_1 ,应用 KVL,得 $U + I_S R_2 + I R_1 - U_S = 0$, 即

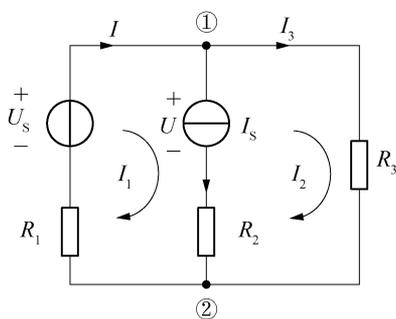


图 1.26 例题 1-3 图

$$U + 2 \times 1 + 2I - 10 = 0$$

对回路 l_2 , 应用 KVL, 得 $I_3 R_3 - I_s R_2 - U = 0$, 即

$$4I_3 - 2 \times 1 - U = 0$$

通过联立方程, 可解得 $U = 2 \text{ V}$, $I = 3 \text{ A}$, $I_3 = 1 \text{ A}$ 。



思考题

应用 KCL、KVL 时, 各支路电流、电压规定了参考方向。如果电流和电压方向采用实际方向, 是否满足 KCL、KVL?

习 题

一、选择题

- 电路模型是指()。
 - 实际电气器件的物理连接
 - 实际电路的抽象化理想模型
 - 电路设计图纸
 - 实验电路板
- 电流参考方向与实际方向的关系是()。
 - 参考方向必须与实际方向一致
 - 参考方向可任意设定, 由电流正负值判断实际方向
 - 实际方向由参考方向绝对值决定
 - 两者无关
- 某元件电压与电流为关联参考方向, 若功率 $p = -10 \text{ W}$, 说明该元件()。
 - 吸收 10 W 功率
 - 发出 10 W 功率
 - 处于开路状态
 - 功率无法计算
- KCL 定律适用于()。
 - 回路
 - 节点
 - 开路端口
 - 单一支路
- 理想电压源的特点是()。
 - 输出电流由外电路决定
 - 端电压由外电路决定
 - 内阻为零
 - 内阻无穷大

6. 电容元件的伏安关系是()。
- A. $i = C \frac{du}{dt}$ B. $u = l \frac{di}{dt}$ C. $u = iR$ D. $i = \frac{u}{R}$
7. 电感电流不能突变的原因是()。
- A. 能量守恒 B. 电压有限时电流变化率有限
C. 电感储存电场能 D. 欧姆定律限制
8. 下列属于受控源的是()。
- A. 干电池 B. 发电机
C. 晶体管电流放大模型 D. 太阳能电池
9. KVL的本质是()。
- A. 电荷守恒 B. 能量守恒 C. 电流连续性 D. 电磁感应
10. 某受控源标记为 $I = \beta I_b$, 该受控源类型是()。
- A. VCVS B. CCVS C. VCCS D. CCCS

二、填空题

1. 电流的定义式为 $i =$ _____。
2. 电压参考方向的三种表示方法: 箭头、正负极性、_____。
3. 若元件 u 与 i 为关联方向, 吸收功率 $p =$ _____。
4. KCL 的数学表达式为_____。
5. 理想电流源在开路时, 其端电压为_____。
6. 当电容两端电压恒定(直流)时, 其电流 $I_C =$ _____。
7. VCVS 的全称是_____。
8. 理想电压源的内阻为_____, 理想电流源的内阻为_____。
9. 实际电压源模型由_____和_____串联组成。
10. 在基尔霍夫电压定律(KVL)中, 若回路绕行方向与某电压参考方向相反, 则该电压在方程中取_____号。

三、判断题

1. 电路模型中的集总参数元件假设电磁过程集中在元件内部进行。 ()
2. 非关联参考方向下, $p = ui > 0$ 表示元件发出功率。 ()
3. KVL 只适用于线性电路。 ()
4. 实际电压源模型可用理想电压源串联电阻表示。 ()
5. 受控源的输出由独立源直接控制。 ()

四、分析计算题

1. 如图 1.27 所示, 参考方向已标示, 判断: (1) u 与 i 的参考方向是否为关联参考方向; (2) 各元件功率实际吸收还是发出。

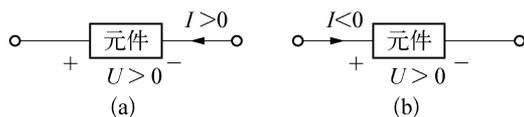


图 1.27 题 1 图

2. 如图 1.28 所示,参考方向已标示,写出各元件的 VCR 方程。

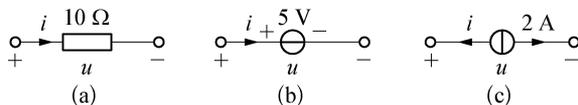


图 1.28 题 2 图

3. 如图 1.29 所示,求电路的等效电阻。

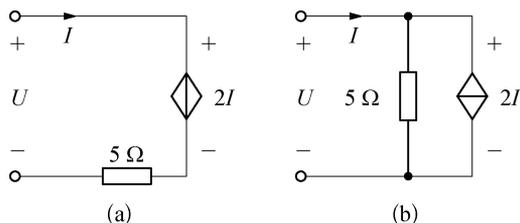


图 1.29 题 3 图

4. 如图 1.30 所示,求电压 U 。

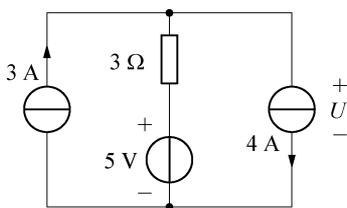


图 1.30 题 4 图

5. 如图 1.31 所示,求电压 U 。

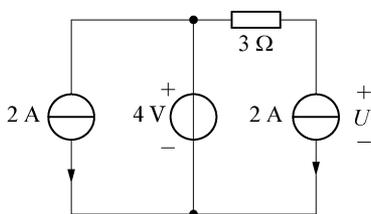


图 1.31 题 5 图

6. 如图 1.32 所示,求电阻、电流源及电压源的功率,并判断吸收还是发出。

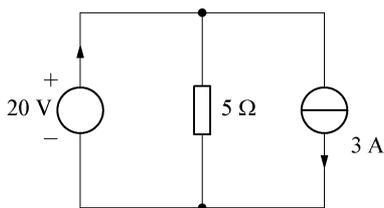


图 1.32 题 6 图

7. 如图 1.33 所示,利用基尔霍夫定律求电压 U 。

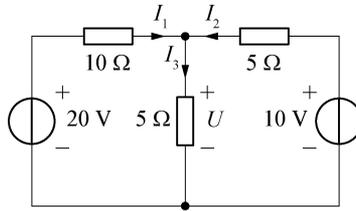


图 1.33 题 7 图

8. 如图 1.34 所示,利用基尔霍夫定律求控制量 I_1 和电压 U 。

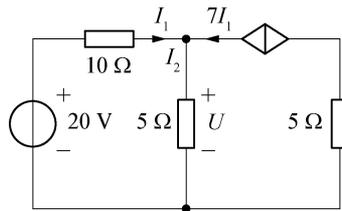


图 1.34 题 8 图



【微信扫码】

本章相关资源

第2章

电阻电路的等效变换和分析方法

电阻电路由电源和线性电阻组成,是电路分析的基础。为了高效计算其电气特性,等效变换是关键方法。等效变换旨在构建与原电路端口特性相同的简化模型,包括拓扑等效(如串并联、 Δ -Y变换)和含源支路的电源等效(如电压源与电流源互换)。

本章还系统介绍三种核心分析方法:支路电流法、网孔电流法和结点电压法。支路电流法直接利用 KCL 和 KVL 列方程;网孔电流法以网孔电流为变量,依据 KVL 建立线性方程组;结点电压法以节点电位为变量,依据 KCL 形成方程组。掌握这些原理和方法,是理解线性电阻电路及其拓展的基础。图 2.1 为思维导图。

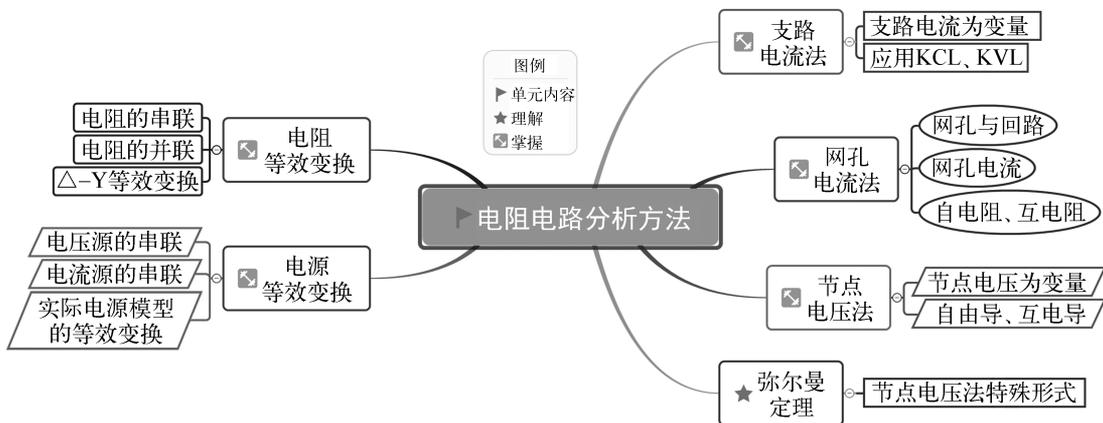


图 2.1 电路分析基础知识点思维导图

2.1 电路的等效变换

电路等效变换是一项重要的电路分析技术,利用在特定条件下对电路部分的结构或参数进行变化,将其替换为具有不同结构的等效电路,其目的是简化电路结构,降低分析难度。

两个电路无论内部结构或元件参数如何不同,只要满足以下两个条件,即可相互进行等效变换。

(1) 端口一致性:被替换部分的电路(原电路)与替换电路(等效电路)应具有相同数量的对外端口。

(2) 端口特性一致性:对应端口的电压与电流关系应完全相同。

如图 2.2 所示,网络 N_1 和 N_2 具有不同的内部结构,但均为二端口网络。若将 N_1 或 N_2 与相同的外电路相连时,其端口的电压与电流完全一致,则 N_1 与 N_2 互为等效网络,可以相互替代。此时,从外电路的角度来看,其端口上的电压、电流以及耗散的功率均保持不变。

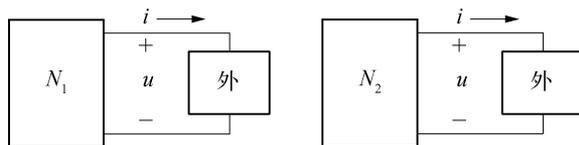


图 2.2 电路等效变换

等效变换仅保证被替换部分在端口上的电压与电流关系不变,从而不影响整个外电路的工作状态。虽然两个等效电路在端口特性上相同,但其内部结构、元件参数,以及内部电压、电流分布和功率消耗则可能并不相同。因此,等效变换强调“对外等效、对内不等效”,只要满足端口一致性和端口特性一致性,即可构造出内部结构不同、但对外等效的多种电路模型。

2.1.1 电阻的等效变换

电阻元件的基本连接方式主要包括串联和并联,这两种形式是电路分析中的基本构造。此外,电阻网络还可以形成更复杂的拓扑结构,如 Δ 形和Y形连接。

2.1.1.1 电阻的串联

当两个或多个电阻首尾相连且中间无分支时,这种连接方式被称为串联,其构成了一条单一的电流通路,如图 2.3(a)所示,其电压与电流参考方向见图 2.3。

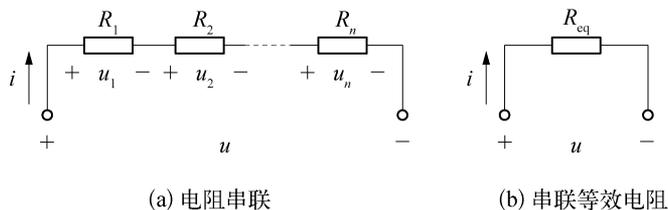


图 2.3 电阻串联及等效电路图

串联电路中,流经每个电阻的电流 i 处处相等,即

$$i = i_1 = i_2 = \cdots = i_n \quad (2.1)$$

根据 KVL,整个回路的总电压 u 等于各电阻上电压之和,即

$$u = u_1 + u_2 + \cdots + u_n \quad (2.2)$$

结合欧姆定律($u = iR$),代入式(2.2)可得

$$u = iR_1 + iR_2 + \cdots + iR_n = i \cdot \sum_{k=1}^n R_k \quad (2.3)$$

定义串联等效电阻 $R_{\text{eq}} = \sum_{k=1}^n R_k$, 则式(2.3)简化为

$$u = iR_{\text{eq}} \quad (2.4)$$

式(2.4)表明, 串联电阻的等效电阻值为各个电阻的代数和, 即

$$R_{\text{eq}} = R_1 + R_2 + \cdots + R_n \quad (2.5)$$

显然, 串联电阻的总值总大于其中任一单一电阻。因而, 串联电阻会延长电流路径, 增强阻碍作用。基于此等效关系, 图 2.3(a) 中串联的多个电阻可以用图 2.3(b) 所示的单一等效电阻代替。

串联电路中, 各电阻的分压 u_k 满足

$$u_k = iR_k = \frac{R_k}{R_{\text{eq}}} u \quad (2.6)$$

式(2.6)表明, 分压与电阻值成正比, 即电阻越大, 分压越高。这一特性使串联电阻广泛应用于分压电路中。

2.1.1.2 电阻的并联

当两个或多个电阻的首端和尾端都连接在一起, 形成多条独立的电流路径时, 这种连接方式称为并联, 如图 2.4(a) 所示。通常, 用“//”符号表示并联关系, 例如 $R_1 // R_2 // \cdots // R_n$ 。

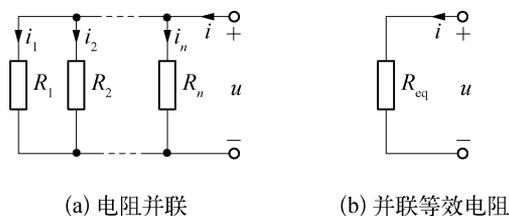


图 2.4 电阻并联及等效电路图

根据 KVL, 并联电阻两端的电压相等, 即

$$u = u_1 = u_2 = \cdots = u_n \quad (2.7)$$

根据 KCL, 所有支路电流之和等于总电流, 即

$$i = i_1 + i_2 + \cdots + i_n \quad (2.8)$$

结合欧姆定律, 代入式(2.8), 可得

$$\begin{aligned} i &= \frac{u}{R_1} + \frac{u}{R_2} + \cdots + \frac{u}{R_n} = u \cdot \sum_{k=1}^n \frac{1}{R_k} \\ &= uG_1 + uG_2 + \cdots + uG_n = u \cdot \sum_{k=1}^n G_k \end{aligned} \quad (2.9)$$

式(2.9)表明,该并联电阻组合可由一个等效电阻 R_{eq} 或等效电导 G_{eq} 来表示,其关系满足

$$i = \frac{u}{R_{\text{eq}}} \quad \text{或} \quad i = uG_{\text{eq}} \quad (2.10)$$

由式(2.10)可知,并联电路的等效电阻等于各电阻的倒数之和;或并联电路的等效电导等于各并联支路电导之和,即

$$\frac{1}{R_{\text{eq}}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \cdots + \frac{1}{R_n} \quad (2.11)$$

$$G_{\text{eq}} = G_1 + G_2 + \cdots + G_n \quad (2.12)$$

等效电导 G_{eq} 必然大于支路电导 G_k 。相应地,等效电阻 R_{eq} 则小于任何单支路电阻 R_k 。因此,图 2.4(a) 所示的原始并联电路可等效为图 2.4(b) 所示的单电阻电路。

并联电路中,任一电阻 R_k (或其电导 G_k) 上的电流 i_k 为

$$i_k = \frac{u}{R_k} = \frac{G_k}{G_{\text{eq}}} i \quad (2.13)$$

式(2.13)称为电流分配公式。在并联电阻电路中,各支路电流 i_k 与其自支路电导 G_k 成正比,而与总等效电导 G_{eq} 成反比。这种电流按电导比例分配的特性,使得并联电阻电路成为一种基本的电流分流结构。

【例 2-1】 如图 2.5 所示电路,已知 $U_S = 12 \text{ V}$, $R_1 = 4 \Omega$, $R_2 = 6 \Omega$, $R_3 = 3 \Omega$, $R_4 = 8 \Omega$ 。求:(1) 总等效电阻 R_{eq} ; (2) 总电流 I ; (3) 电压 U_1 、 U_4 ; (4) 电流 I_2 、 I_3 。

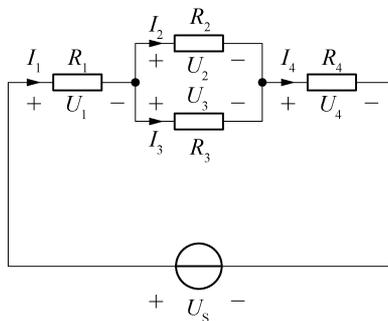


图 2.5 例 2-1

解 (1) 计算 R_2 与 R_3 的并联等效电阻

$$\frac{1}{R_{23}} = \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} = \frac{1}{6} + \frac{1}{3} = \frac{1}{2} \Rightarrow R_{23} = 2 \Omega$$

总电阻为 $R_{\text{eq}} = R_1 + R_{23} + R_4 = 4 + 2 + 8 = 14 (\Omega)$ 。

(2) 根据欧姆定律,电路的总电流为 $I = \frac{U_S}{R_{\text{eq}}} = \frac{12}{14} = \frac{6}{7} \approx 0.86 (\text{A})$ 。

(3) $U_1 = IR_1 = \frac{6}{7} \times 4 = \frac{24}{7} \approx 3.43 (\text{A})$

$$U_4 = IR_4 = \frac{6}{7} \times 8 = \frac{48}{7} \approx 6.86(\text{A})$$

$$(4) \text{ 根据分流公式可得 } I_2 = \frac{G_2}{G_{23}} I = \frac{\frac{1}{6}}{\frac{1}{6} + \frac{1}{3}} I = \frac{3}{3+6} \times \frac{6}{7} = \frac{2}{7} \approx 0.29(\text{A}),$$

$$\text{根据分流公式可得 } I_3 = \frac{G_3}{G_{23}} I = \frac{\frac{1}{3}}{\frac{1}{3} + \frac{1}{6}} I = \frac{6}{3+6} \times \frac{6}{7} = \frac{4}{7} \approx 0.57(\text{A}).$$

$$(\text{或利用 KCL 定律 } I_3 = I - I_2 = \frac{6}{7} - \frac{2}{7} = \frac{4}{7} \approx 0.57(\text{A}))$$

2.1.1.3 电阻的混联

在电路分析中,电阻网络的连接方式除了基本的串联与并联外,还存在复杂的拓扑结构。当电路中出现串联与并联的混合连接时,称为混联电路。对于无法通过简单串并联规则直接简化的复杂网络,需要采用特殊的网络变换方法。其中,三角形(Δ 形)连接和星形(Y形)连接是两种典型的非串并联拓扑结构。

如图 2.6(a)所示的桥式电路中,电阻 R_1 至 R_5 构成了典型的非串并网络。在该网络中,存在以下两种基本拓扑形式。

(1) Δ 形连接:由三个电阻首尾相连,形成闭合的三角形结构。结构示意图见图 2.6(b)。例如,图 2.6(a)中 $R_1-R_3-R_5$ 形成的回路以及 $R_2-R_4-R_5$ 回路。

(2) Y形连接:由三个电阻汇集于中心节点,呈辐射状延伸,结构示意图见图 2.6(c)。例如,图 2.6(a)中 $R_1-R_2-R_5$ 和 $R_3-R_4-R_5$ 的星形连接。

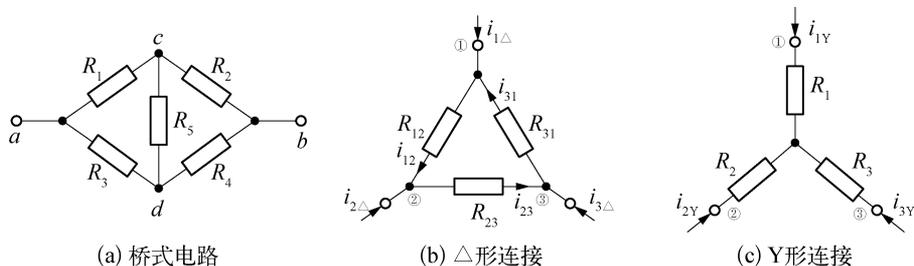


图 2.6 混联结构示意图

2.1.1.4 电阻网络的 Δ -Y等效变换

Δ 形网络的特征是由三个电阻 R_{12}, R_{23}, R_{31} 构成的闭合三角形,具有三个端子(1、2、3),形成三端口网络,见图 2.6(b)。Y形网络则由三个电阻 R_1, R_2, R_3 共接于中心节点,也具有三个端子(1、2、3),见图 2.6(c)。当两种网络的端点伏安特性完全相同时,它们之间可以相互转换,即满足以下条件。

$$(1) \text{ 端口电压一致: } u_{12\Delta} = u_{12Y}, u_{23\Delta} = u_{23Y}, u_{31\Delta} = u_{31Y};$$

$$(2) \text{ 电流一致: } i_{1\Delta} = i_{1Y}, i_{2\Delta} = i_{2Y}, i_{3\Delta} = i_{3Y}.$$

对于 Δ 形网络,根据 KVL,可以建立网络方程

$$u_{12\Delta} + u_{23\Delta} + u_{31\Delta} = 0 \quad (2.14)$$

利用 KCL 和欧姆定律,得到端口电流方程

$$\begin{cases} i_{1\Delta} = i_{12} - i_{31} = \frac{1}{R_{12}}u_{12\Delta} - \frac{1}{R_{31}}u_{31\Delta} \\ i_{2\Delta} = i_{23} - i_{12} = \frac{1}{R_{23}}u_{23\Delta} - \frac{1}{R_{12}}u_{12\Delta} \\ i_{3\Delta} = i_{31} - i_{23} = \frac{1}{R_{31}}u_{31\Delta} - \frac{1}{R_{23}}u_{23\Delta} \end{cases} \quad (2.15)$$

类似地,Y形网络通过 KCL 可得

$$i_{1Y} + i_{2Y} + i_{3Y} = 0 \quad (2.16)$$

结合 KVL 和欧姆定律,建立端口电压方程

$$\begin{cases} u_{12Y} = i_{1Y}R_1 - i_{2Y}R_2 \\ u_{23Y} = i_{2Y}R_2 - i_{3Y}R_3 \\ u_{31Y} = i_{3Y}R_3 - i_{1Y}R_1 \end{cases} \quad (2.17)$$

由式(2.16)、(2.17),可求得等效变换关系

$$\begin{cases} i_{1Y} = \frac{R_3}{R_1R_2 + R_2R_3 + R_3R_1}u_{12Y} - \frac{R_2}{R_1R_2 + R_2R_3 + R_3R_1}u_{31Y} \\ i_{2Y} = \frac{R_1}{R_1R_2 + R_2R_3 + R_3R_1}u_{23Y} - \frac{R_3}{R_1R_2 + R_2R_3 + R_3R_1}u_{12Y} \\ i_{3Y} = \frac{R_2}{R_1R_2 + R_2R_3 + R_3R_1}u_{31Y} - \frac{R_1}{R_1R_2 + R_2R_3 + R_3R_1}u_{23Y} \end{cases} \quad (2.18)$$

根据等效条件,令电压系数相等,得到 $\Delta \rightarrow Y$ 变换公式

$$\begin{cases} R_1 = \frac{R_{12}R_{31}}{R_{12} + R_{23} + R_{31}} \\ R_2 = \frac{R_{23}R_{12}}{R_{12} + R_{23} + R_{31}} \\ R_3 = \frac{R_{31}R_{23}}{R_{12} + R_{23} + R_{31}} \end{cases} \quad (2.19)$$

以及 $Y \rightarrow \Delta$ 变换公式

$$\begin{cases} R_{12} = \frac{R_1R_2 + R_2R_3 + R_3R_1}{R_3} \\ R_{23} = \frac{R_1R_2 + R_2R_3 + R_3R_1}{R_1} \\ R_{31} = \frac{R_1R_2 + R_2R_3 + R_3R_1}{R_2} \end{cases} \quad (2.20)$$

为了方便记忆和应用,式(2.19)和(2.20)可以整合为简洁的转换关系

$$\triangle \text{形电阻} = \frac{\text{Y形电阻两两乘积之和}}{\text{对面的Y形电阻}}$$

$$\text{Y形电阻} = \frac{\triangle \text{形相邻电阻乘积}}{\triangle \text{形电阻之和}}$$

【例2-2】如图2.7(a)所示电路,求:(1)等效电阻 R_{eq} ; (2) 电流 I 。

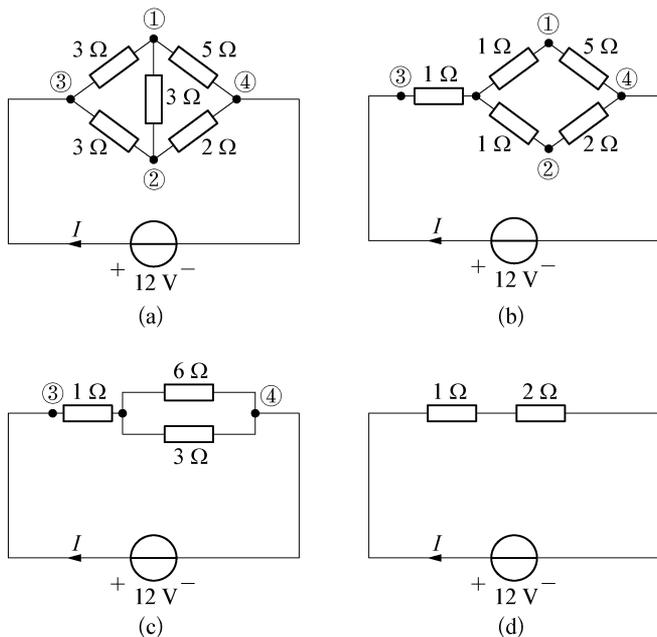


图 2.7 例 2-2

解 将节点①—②—③内的 \triangle 结构转换为Y结构,见图2.7(b),计算Y形电阻

$$R_Y = \frac{1}{3}R_{\triangle}, \text{则 } R_1 = R_2 = R_3 = 1\ \Omega$$

利用串并联规则简化电路,见图2.7(c)、(d),最终求得总等效电阻

$$R_{\text{eq}} = 1 + 2 = 3(\Omega)$$

根据欧姆定律计算总电流

$$I = \frac{U_s}{R_{\text{eq}}} = \frac{12}{3} = 4(\text{A})$$

2.1.2 电源的等效变换

2.1.2.1 电压源的串并联特性

1. 串联等效

如图2.8(a)所示,当 n 个电压源串联时,其总电压 u_s 为各电压源电压 u_{sk} 的代数和,即

$$u_S = \sum_{k=1}^n u_{S_k} \quad (2.21)$$

该串联组合可等效为单一电压源,其电压值等于 u_S ,等效电路如图 2.8(b)所示。式中, u_{S_k} 的参考方向与 u_S 一致时取正值,反之取负值。

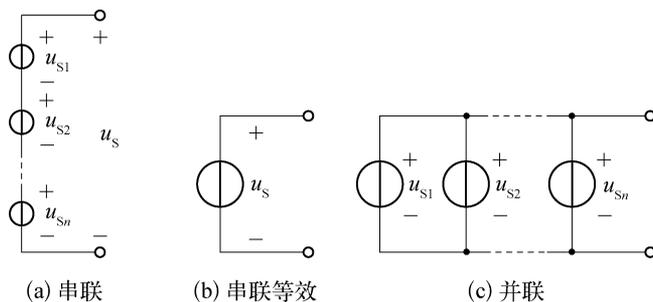


图 2.8 电压源的串并联

2. 并联约束

如图 2.8(c)所示,仅当电压源极性相同且电压值相等 ($u_{S1} = u_{S2} = \dots = u_{Sn}$) 时,方可并联。否则,违反 KVL。满足条件并联时,各电压源的电流分布由外部电路决定,因此其电流分配关系不确定。

2.1.2.2 电流源的串并联特性

1. 并联等效

如图 2.9(a)所示,当 n 个电流源并联时,其总电流 i_S 为各电流源电流 i_{S_k} 的代数和,即

$$i = \sum_{k=1}^n i_{S_k} \quad (2.22)$$

该并联组合可等效为单一电流源,其电流值等于 i_S ,等效电路如图 2.9(b)所示。式中, i_{S_k} 的参考方向与 i_S 的参考方向一致时取正值;反之取负值。

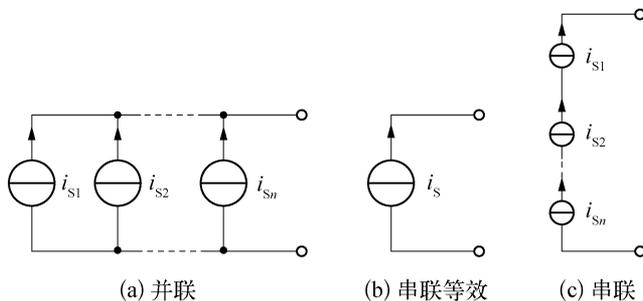


图 2.9 电流源的串并联

2. 串联约束

如图 2.9(c) 所示, 仅当电流源电流方向严格一致且电流值相等 ($i_{s1} = i_{s2} = \dots = i_{sn}$) 时, 方可串联。否则, 违反 KCL。满足条件串联时, 各电流源的端电压分布由外部电路决定, 因此其电压分配关系不确定。

2.1.2.3 混合电源的等效特性

当电压源与电流源并联时, 对外部电路而言, 其等效作用仅表现为电压源特性。然而, 电压源的输出电流受与其并联的电流源制约。

当电流源与电压源串联时, 对外部电路而言, 其等效作用仅表现为电流源特性。然而, 电流源的端电压受与其串联的电压源影响。

2.1.2.4 实际电源模型的等效变换

实际电源存在两种等效模型, 如图 2.10 所示。(1) 实际电压源模型: 由理想电压源 u_s 串联内阻 R_s 构成; (2) 实际电流源模型: 由理想电流源 i_s 并联内阻 R'_s 构成。当两种模型的端口伏安特性一致时, 可进行等效变换。

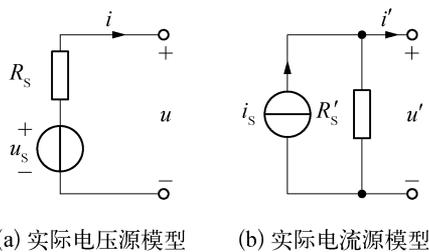


图 2.10 实际电源模型

实际电压源的端口特性方程为

$$u = u_s - iR_s \quad (2.23)$$

实际电流源的端口特性方程为

$$i' = i_s - \frac{u'}{R'_s} \quad (2.24)$$

令端口电压 $u = u'$ 且电流 $i = i'$, 联立方程(2.23)与(2.24)可得等效条件

$$R_s = R'_s \quad (2.25)$$

$$i_s = \frac{u_s}{R_s} \quad \text{或} \quad u_s = i_s R_s \quad (2.26)$$

式(2.25)与(2.26)表明, 变换前后电阻值保持不变; 电流源方向与电压源方向相反, 即电流方向为从电压源负极指向正极。基于此, 可实现双向等效变换, 如图 2.11 所示。

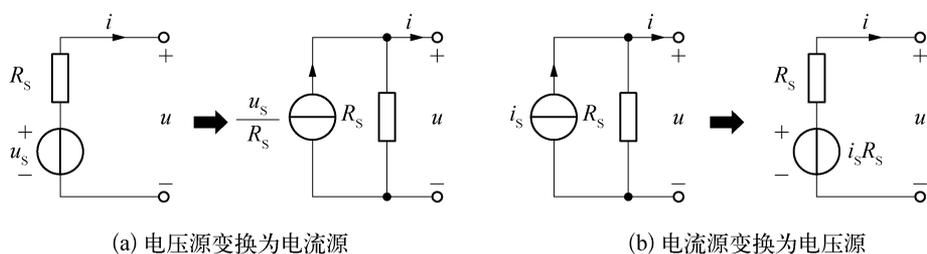


图 2.11 电源的等效变换

值得注意的是,理想电压源($R_s=0$)与理想电流源($R_s\rightarrow\infty$)因伏安特性无交点,故不可相互变换。

对于外电路分析,任一非理想电源均可等效表示为电压源模型或电流源模型。模型的选择取决于分析便利性,无须考虑其对电源内部物理过程的表征精度。

【例 2-3】 如图 2.12(a)所示电路,求电流 I 。

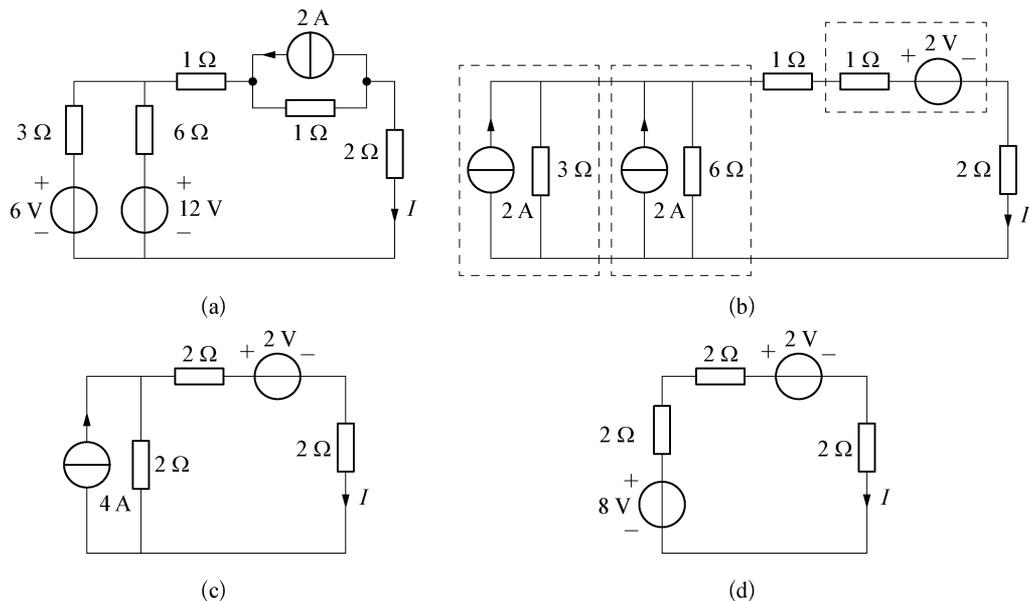


图 2.12 例 2-3

解 应用电源等效变换原理,将图 2.12(a)所示的原电路逐步简化为图 2.12(b)、(c)、(d)所示等效电路。

在图 2.12(d)的简化电路中,利用 KVL 列写回路方程,即可求解支路电流

$$I = \frac{8 - 2}{2 + 2 + 2} = 1(\text{A})$$

2.2 电阻电路的分析方法

2.2.1 支路电流法

支路电流法是电路分析的基础方法,其核心是以各支路电流作为直接求解变量。该方法是通过 KCL、KVL 以及元件的 VCR 建立线性方程组,求解电路的参数。

对于一个包含 n 个节点和 b 条支路的电路,须求解 b 个支路电流变量。根据电路拓扑结构,须建立 b 个独立方程,才能唯一确定所有电流值。待求解出电流后,即可通过元件 VCR 进一步求得支路电压。

以图 2.13 所示具有 4 个节点、6 条支路的电路为例,图中已标注各支路电流、电压参考方向及节点编号。

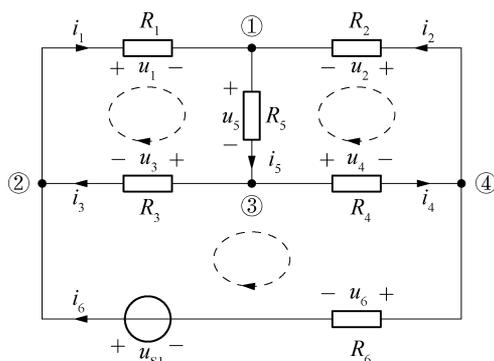


图 2.13 支路电流法示例

假设电流参考方向流入节点为+、流出节点为一,依据 KCL 可建立方程组

$$\begin{cases} \text{节点 ①: } i_1 + i_2 - i_5 = 0 \\ \text{节点 ②: } -i_1 + i_3 + i_6 = 0 \\ \text{节点 ③: } -i_3 - i_4 + i_5 = 0 \\ \text{节点 ④: } -i_2 + i_4 - i_6 = 0 \end{cases} \quad (2.27)$$

分析发现,方程组(2.27)中任意 3 个方程相加即可得到第 4 个方程(如①+②+③=④)。表明,对 n 个节点的电路,仅存在 $n-1$ 个独立 KCL 方程。该性质源节点方程的线性相关性;任意 $n-1$ 个节点的 KCL 方程可线性导出第 n 个节点的方程,满足该条件的节点称为独立节点。因此,方程组(2.27)中仅有 3 个独立方程。

该电路由 6 个电流变量,故需要补充 3 个独立方程。通常选取网孔或独立回路,并规定绕行方向,见图 2.13,依据 KVL 建立回路电压方程

$$\begin{cases} u_1 + u_5 + u_3 = 0 \\ -u_2 - u_4 - u_5 = 0 \\ -u_3 + u_4 + u_6 - u_{S1} = 0 \end{cases} \quad (2.28)$$

式中: u 为支路电压。利用欧姆定律,将方程(2.28)中的电压 u 转换为支路电流 i ,使 KVL

方程仅含电流变量

$$\begin{cases} i_1 R_1 + i_5 R_5 + i_3 R_3 = 0 \\ -i_2 R_2 - i_4 R_4 - i_5 R_5 = 0 \\ -i_3 R_3 + i_4 R_4 + i_6 R_6 - u_{S1} = 0 \end{cases} \quad (2.29)$$

选取方程组(2.27)中任意3个独立的KCL方程,与KVL方程组(2.29)联立,构成六阶线性方程组(2.30),求解即可得到所有支路电流值

$$\begin{cases} i_1 + i_2 - i_5 = 0 \\ -i_1 + i_3 + i_6 = 0 \\ -i_3 - i_4 + i_5 = 0 \\ i_1 R_1 + i_5 R_5 + i_3 R_3 = 0 \\ -i_2 R_2 - i_4 R_4 - i_5 R_5 = 0 \\ -i_3 R_3 + i_4 R_4 + i_6 R_6 - u_{S1} = 0 \end{cases} \quad (2.30)$$

应用支路电流法进行电路分析的标准步骤如下。

- (1) 设定参考方向:为每条支路定义电流参考方向;
- (2) 列写独立KCL方程:选取 $n-1$ 个独立节点,建立KCL方程;
- (3) 列写独立KVL方程:选取 $b-(n-1)$ 个独立回路(通常为网孔),规定绕行方向后,建立KVL方程;
- (4) 代入元件VCR:将各支路电压 u 通过元件特性(如电阻 $u=iR$)转换为支路电流 i ,使方程组仅含电流变量;
- (5) 求解支路电流:联立求解由步骤(2)~(4)构成的 b 阶线性方程组,得到所有支路电流值;
- (6) 求解其他变量:根据求得的电流,结合元件VCR,计算支路电压、功率等参数。

【例2-4】如图2.14所示电路,已知 $U_1=10\text{V}$, $U_2=15\text{V}$, $R_1=5\Omega$, $R_2=10\Omega$, $R_3=10\Omega$ 。求各支路电流 I_1 、 I_2 、 I_3 ,并判断电压源 U_1 、 U_2 是发出还是吸收功率。

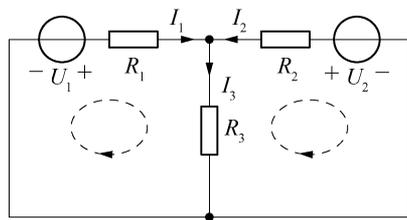


图 2.14 例 2-4

解 该电路有3个支路,2个节点。

根据基尔霍夫定律列方程:

对上节点(非参考节点),由KCL得 $I_1 + I_2 = I_3$ 。

对左网孔(顺时针绕行),由KVL得 $-U_1 + I_1 R_1 + I_3 R_3 = 0$ 。

对右网孔(顺时针绕行),由KVL得 $U_2 - I_2 R_2 - I_3 R_3 = 0$ 。

代入参数,联立方程组求解

$$\begin{cases} I_1 + I_2 = I_3 \\ -10 + 5I_1 + 10I_3 = 0 \\ 15 - 10I_2 - 10I_3 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} I_1 = \frac{1}{4} \text{ A} = 0.25 \text{ A} \\ I_2 = \frac{5}{8} \text{ A} = 0.625 \text{ A} \\ I_3 = \frac{7}{8} \text{ A} = 0.875 \text{ A} \end{cases}$$

电压源 U_1 的电流、电压参考方向为非关联参考方向,则

$$P_{U_1} = -U_1 I_1 = -10 \times 0.25 = -2.5 (\text{W}) < 0$$

故电压源 U_1 吸收 -2.5 W 功率,说明 U_1 发出功率。

电压源 U_2 的电流、电压参考方向也为非关联参考方向,则

$$P_{U_2} = -U_2 I_2 = -15 \times 0.625 = -9.375 (\text{W}) < 0$$

故电压源 U_2 吸收 -9.375 W 功率,说明 U_2 发出功率。

支路电流法以支路电流为直接求解变量,依据 KCL 和 KVL 建立电路方程组。该方法原理直观,方程构建过程明确。然而,对于包含 b 条支路的电路,须建立并求解 b 个独立方程。当电路结构复杂、支路数量较多时,方程规模显著增大,导致计算量急剧增加,求解过程变得困难。因此,支路电流法主要适用于支路数量较少的电路分析场景。

2.2.2 网孔电流法

网孔电流法是一种针对平面电路的系统化分析方法,其核心是基于 KVL。该方法以沿网孔边界连续流动的假想电流(称为网孔电流)为未知量,通过建立并求解方程组来确定各支路电流与电压。

对于一个含 b 条支路、 n 个节点的电路,其独立回路数 $m = b - (n - 1)$ 。与支路电流法相比,网孔电流法仅需依据 KVL 建立 m 个方程,方程数减少了 $n - 1$ 个。此外,由于每个网孔电流均在其独立回路内形成闭合路径,流经任一节点时必然满足电流连续性,故自动遵循 KCL,无须列写 KCL 方程。

以图 2.15 所示双网孔电路为例,设网孔电流分别为 i_{l1} 、 i_{l2} ,参考方向均为顺时针。

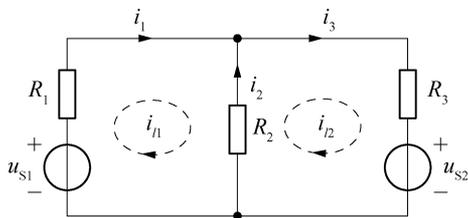


图 2.15 网孔电流法

支路电流可由网孔电流得到:支路 1 仅流经 i_{l1} ,故 $i_1 = i_{l1}$;支路 3 仅流经 i_{l2} ,故 $i_3 = i_{l2}$;支路 2 同时流经 i_{l1} 与 i_{l2} ,且方向相反,故 $i_2 = i_{l2} - i_{l1}$ 。

对两个网孔分别应用 KVL,可得方程组

$$\begin{cases} R_1 i_{l1} - R_2 (i_{l2} - i_{l1}) - u_{S1} = 0 \\ R_2 (i_{l2} - i_{l1}) + R_3 i_{l2} + u_{S2} = 0 \end{cases} \quad (2.31)$$

整理后,得

$$\begin{cases} (R_1 + R_2) i_{l1} - R_2 i_{l2} = u_{S1} \\ -R_2 i_{l1} + (R_2 + R_3) i_{l2} = -u_{S2} \end{cases} \quad (2.32)$$

式(2.32)即为以网孔电流为求解变量的网孔电流方程。

令 $R_{11} = R_1 + R_2$ 、 $R_{22} = R_2 + R_3$ 、 $R_{12} = R_{21} = -R_2$, 可将式(2.32)改写为

$$\begin{cases} R_{11} i_{l1} + R_{12} i_{l2} = u_{S11} \\ R_{21} i_{l1} + R_{22} i_{l2} = u_{S22} \end{cases} \quad (2.33)$$

式中: R_{11} 和 R_{22} 分别称为网孔 1 和网孔 2 的自电阻, 记作 R_{ii} 。自电阻 R_{ii} 是网孔 i 内所有电阻之和, 恒为正值。

R_{12} 和 R_{21} 分别称为网孔 1 与网孔 2 之间的互电阻, 记作 R_{ij} ($i \neq j$)。互电阻 R_{ij} 是网孔 i 与 j 之间公共支路的电阻; 其符号取决于两网孔电流在公共支路上的相对方向, 同向为正(+), 反向为负(-)。根据电路互易性, $R_{ij} = R_{ji}$ 。本例中, 流经 R_2 的两个网孔电流方向相反, 故 $R_{12} = R_{21} = -R_2$ 。

方程右侧项 u_{S11} 、 u_{S22} 分别为网孔 1、网孔 2 内所有电压源的电压升代数和, 记为 u_{Sii} 。当电压源的电压方向与网孔绕行方向一致时, 取负(-); 反之, 取正(+)。本例中, $u_{S11} = u_{S1}$, $u_{S22} = -u_{S2}$ 。

求解上述线性方程组得到网孔电流后, 即可根据支路与网孔的关联关系求出各支路电流, 并依据元件 VCR 计算电压及其他响应参数。

对于含 m 个网孔的平面电路, 其网孔电流方程的标准形式可表示为

$$\begin{cases} R_{11} i_{l1} + R_{12} i_{l2} + \cdots + R_{1m} i_{lm} = u_{S11} \\ R_{21} i_{l1} + R_{22} i_{l2} + \cdots + R_{2m} i_{lm} = u_{S22} \\ \vdots \\ R_{m1} i_{l1} + R_{m2} i_{l2} + \cdots + R_{mm} i_{lm} = u_{Smm} \end{cases} \quad (2.34)$$

该方程组描述了电阻网络的电压平衡关系。各网孔电流在自电阻与互电阻上产生的压降代数和, 等于该网孔内等效电压源的电压升代数和。

综上, 网孔电流法的分析步骤如下。

- (1) 设定变量: 标注各网孔电流及其参考方向, 推荐统一为顺时针或逆时针;
- (2) 列写方程: 依据电路结构及元件参数, 列写网孔电流方程;
- (3) 求解电流: 解线性方程组, 求得各网孔电流值;
- (4) 导出参数: 根据支路电流与网孔电流的关系求各支路电流, 进而求解其他电路变量。

【例 2-5】 如图 2.16 所示电路, 已知 $U_{S1} = 16 \text{ V}$, $U_{S2} = 2 \text{ V}$, $U_{S3} = 6 \text{ V}$, $R_1 = 2 \Omega$, $R_2 = 3 \Omega$, $R_3 = 1 \Omega$ 。求支路电流 I_1 、 I_2 。

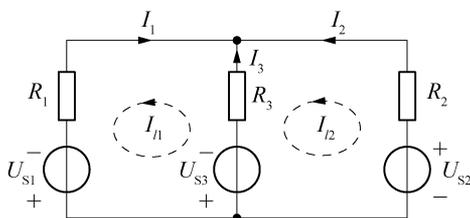


图 2.16 例 2-5

解 设网孔电流 I_{11} 、 I_{12} 均为逆时针方向, 见图。

网孔 1 的自电阻 $R_{11} = R_1 + R_3 = 3 \Omega$;

网孔 2 的自电阻 $R_{22} = R_2 + R_3 = 4 \Omega$;

网孔 1 与网孔 2 间的互电阻 $R_{12} = R_{21} = -R_3 = -1 \Omega$ 。

电压源项 $U_{S11} = U_{S1} - U_{S3} = 10 \text{ V}$, $U_{S22} = U_{S2} + U_{S3} = 8 \text{ V}$ 。

应用网孔电流法标准方程形式

$$\begin{cases} R_{11}i_{11} + R_{12}i_{12} = U_{S11} \\ R_{21}i_{11} + R_{22}i_{12} = U_{S22} \end{cases} \text{代入参数, 得} \begin{cases} 3I_{11} - I_{12} = 10 \\ -I_{11} + 4I_{12} = 8 \end{cases}$$

$$\text{解得 } I_{11} = \frac{48}{11} \text{ A}, I_{12} = \frac{34}{11} \text{ A}。$$

$$\text{故支路电流 } I_1 = -I_{11} = -\frac{48}{11} \text{ A}, I_2 = I_{12} = \frac{34}{11} \text{ A}。$$

【例 2-6】 如图 2.17 所示电路, 已知 $U_{S1} = 16 \text{ V}$, $U_{S2} = 2 \text{ V}$, $I_S = 4 \text{ A}$, $R_1 = 2 \Omega$, $R_2 = 3 \Omega$, $R_3 = 1 \Omega$ 。求支路电流 I_1 、 I_2 。

解 设网孔电流 I_{11} 、 I_{12} 均为逆时针方向, 见图。

电流源 I_S 位于网孔 I_{11} 和 I_{12} 的公共支路上。根据设定的网孔电流方向, 电流源约束方程为

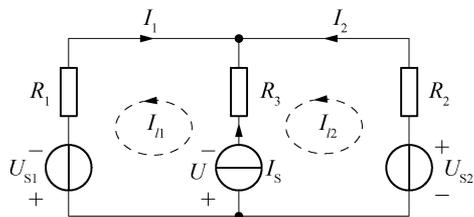


图 2.17 例 2-6

$$I_S = I_{11} - I_{12}$$

网孔 1 的自电阻 $R_{11} = R_1 + R_3 = 3 \Omega$;

网孔 2 的自电阻 $R_{22} = R_2 + R_3 = 4 \Omega$;

网孔 1 与网孔 2 间的互电阻 $R_{12} = R_{21} = -R_3 = -1 \Omega$ 。

为应用网孔电流法标准方程形式, 须将电流源视为具有未知端电压 U 的元件, 引入 U 作为辅助变量。

应用网孔电流法标准方程形式

$$\begin{cases} R_{11}i_{11} + R_{12}i_{12} = U_{S1} - U \\ R_{21}i_{11} + R_{22}i_{12} = U_{S2} + U \end{cases} \text{代入参数, 得} \begin{cases} 3I_{11} - I_{12} = 16 - U \\ -I_{11} + 4I_{12} = 2 + U \end{cases}$$

联立电流源约束方程 $I_{11} - I_{12} = 4$,

$$\text{解得 } I_{11} = 6 \text{ A}, I_{12} = 2 \text{ A}。$$

$$\text{故支路电流 } I_1 = -I_{11} = -6 \text{ A}, I_2 = I_{12} = 2 \text{ A}。$$

若电路存在无伴电流源,即无电阻与之并联的电流源,其处理方式取决于其位置。

(1) 专属单一网孔:若电流源位于单一网孔内时,则直接令该网孔电流等于电流源电流或其负值,并省略该网孔的 KVL 方程。

(2) 位于公共支路:若电流源位于公共支路,则须引入其两端电压 U 作为辅助未知量。并列写含 U 的 KVL 方程,再补充电流源电流的约束方程,联立求解。

网孔电流法通过引入假想的网孔电流变量,自动满足 KCL,从而显著减少了分析复杂电路所需的方程数量;其核心在于建立反映电阻网络电压平衡关系的线性方程组。该方程组以网孔电流作为未知数,系数由电路中的自电阻、互电阻以及等效电压源组成,形成标准化的线性系统,便于求解。

2.2.3 节点电压法

节点电压法是一种以独立节点相对于参考节点的电位(即节点电压)为未知量,通过列写 KCL 方程求解电路的系统分析方法。

在含 n 个节点、 b 条支路的电路中,选定参考节点(通常接地)后,其余 $n-1$ 个独立节点的电位定义为节点电压,方向由独立节点指向参考节点。对每个独立节点列写 KCL 方程,结合元件 VCR 将支路电流表示为节点电压的函数,即可建立 $n-1$ 个独立方程。相较于支路电流法,方程数量减少了 $b-(n-1)$ 个。

以图 2.18 所示 4 节点电路为例,节点、支路编号及参考方向均标注于图中。

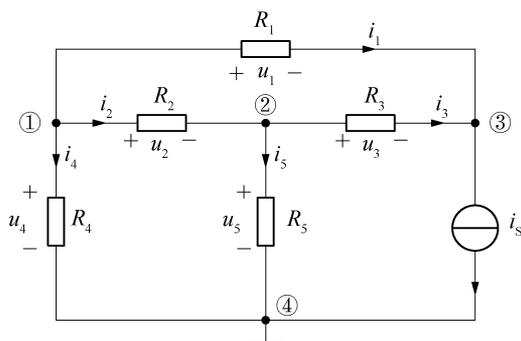


图 2.18 节点电压法示例

设节点④为参考节点,节点①、②、③相对于参考节点④的电位分别是 u_{n1} 、 u_{n2} 、 u_{n3} 。假设电压、电流采用关联参考方向,且规定流入节点的电流为正(+),流出为负(-)。对节点①、②、③分别应用 KCL,可得方程组

$$\begin{cases} -i_1 - i_2 - i_4 = 0 \\ i_2 - i_3 - i_5 = 0 \\ i_1 + i_3 - i_s = 0 \end{cases} \quad (2.35)$$

结合欧姆定律,式(2.35)可改写成

$$\begin{cases} \frac{u_{n1} - u_{n3}}{R_1} + \frac{u_{n1} - u_{n2}}{R_2} + \frac{u_{n1}}{R_4} = 0 \\ \frac{u_{n1} - u_{n2}}{R_2} - \frac{u_{n2} - u_{n3}}{R_3} - \frac{u_{n2}}{R_5} = 0 \\ \frac{u_{n1} - u_{n3}}{R_1} + \frac{u_{n2} - u_{n3}}{R_3} - i_S = 0 \end{cases} \quad (2.36)$$

整理后得到节点电压方程

$$\begin{cases} \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_4}\right)u_{n1} - \frac{1}{R_2}u_{n2} - \frac{1}{R_1}u_{n3} = 0 \\ \frac{1}{R_2}u_{n1} - \left(\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_5}\right)u_{n2} + \frac{1}{R_3}u_{n3} = 0 \\ \frac{1}{R_1}u_{n1} + \frac{1}{R_3}u_{n2} - \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_3}\right)u_{n3} = i_S \end{cases} \quad (2.37)$$

用电导表示,式(2.37)可改写为

$$\begin{cases} (G_1 + G_2 + G_4)u_{n1} - G_2u_{n2} - G_1u_{n3} = 0 \\ -G_2u_{n1} + (G_2 + G_3 + G_5)u_{n2} - G_3u_{n3} = 0 \\ -G_1u_{n1} - G_3u_{n2} + (G_1 + G_3)u_{n3} = -i_S \end{cases} \quad (2.38)$$

式(2.38)即为以节点电压为求解变量的节点电压方程。

令 $G_{11} = G_1 + G_2 + G_4$ 、 $G_{22} = G_2 + G_3 + G_5$ 、 $G_{33} = G_1 + G_3$ 、 $G_{12} = G_{21} = -G_2$ 、 $G_{13} = G_{31} = -G_1$ 、 $G_{23} = G_{32} = -G_3$ 。则式(2.37)可表示为

$$\begin{cases} G_{11}u_{n1} + G_{12}u_{n2} + G_{13}u_{n3} = i_{S11} \\ G_{21}u_{n1} + G_{22}u_{n2} + G_{23}u_{n3} = i_{S12} \\ G_{31}u_{n1} + G_{32}u_{n2} + G_{33}u_{n3} = i_{S13} \end{cases} \quad (2.39)$$

式中: G_{11} 、 G_{22} 和 G_{33} 分别称为节点①、②、③的自电导,记作 G_{ii} 。自电导 G_{ii} 是连接至节点 i 的所有支路电导之和,恒为正值。

G_{12} 与 G_{21} 、 G_{13} 与 G_{31} 、 G_{23} 与 G_{32} 分别称作节点①和②、②和③、②和③之间的互电阻,记作 G_{ij} ($i \neq j$);根据电路的互易性, $G_{ij} = G_{ji}$ 。互电阻 G_{ij} 是节点 i 与 j 之间直接相连支路的电导之和,恒为负值。

方程右侧项为流入节点 i 的独立电流源电流的代数和,流入为正值、流出为负值,记为 i_{Sii} 。本例中, $i_{S11} = 0$ 、 $i_{S22} = 0$ 、 $i_{S33} = -i_S$ 。

对于含 m 个独立节点的电路,节点电压方程的标准形式为

$$\begin{cases} G_{11}u_{n1} + G_{12}u_{n2} + \cdots + G_{1m}u_{nm} = i_{S11} \\ G_{21}u_{n1} + G_{22}u_{n2} + \cdots + G_{2m}u_{nm} = i_{S22} \\ \vdots \\ G_{m1}u_{n1} + G_{m2}u_{n2} + \cdots + G_{mm}u_{nm} = i_{Smm} \end{cases} \quad (2.40)$$

综上,节点电压法的分析步骤如下。

(1) 选定参考节点:优先选择无伴电压源(即无电阻与之串联)支路连接的节点作为参

考节点,使非参考节点电压已知;若无法避免无伴电压源连接两个非参考节点,须增设辅助电流变量、并补充电压源约束方程。

(2) 列写节点电压方程:按标准形式,代入各节点的自电导、互电导及等效电流源项,列写 $n-1$ 个独立方程。

(3) 求解节点电压:求解线性方程组,得到各节点电压。

(4) 求解其他变量:根据求得的节点电压,计算支路电流、功率等响应。

【例 2-7】 如图 2.19 所示电路,已知 $I_{S1}=2\text{ A}$, $I_{S2}=1\text{ A}$, $R_1=1\ \Omega$, $R_2=2\ \Omega$, $R_3=3\ \Omega$ 。求节点①和②的电压 U_{n1} 、 U_{n2} ,及流经 R_3 的电流 I_3 。

解 选节点③为参考节点, $U_{n3}=0$ 。

设定节点电压:节点①的电压为 U_{n1} ,节点②的电压为 U_{n2} 。

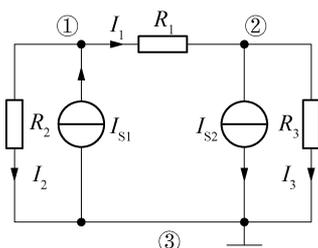


图 2.19 例 2-7

$$\text{节点①的自电导 } G_{11} = G_1 + G_2 = \frac{1}{1} + \frac{1}{2} = \frac{3}{2}(\text{S});$$

$$\text{节点②的自电导 } G_{22} = G_1 + G_3 = \frac{1}{1} + \frac{1}{3} = \frac{4}{3}(\text{S});$$

$$\text{节点①和②间的互电导 } G_{12} = G_{21} = -G_1 = -\frac{1}{1} = -1(\text{S}).$$

$$\text{节点①、②的等效电流源 } I_{S11} = I_{S1} = 2\text{ A}, I_{S22} = -I_{S2} = -1\text{ A}.$$

应用节点电压法的标准方程形式

$$\begin{cases} G_{11}U_{n1} + G_{12}U_{n2} = i_{S11} \\ G_{21}U_{n1} + G_{22}U_{n2} = i_{S22} \end{cases} \text{代入参数,得} \begin{cases} \frac{3}{2}U_{n1} - U_{n2} = 2 \\ -U_{n1} + \frac{4}{3}U_{n2} = -1 \end{cases}$$

$$\text{解得 } U_{n1} = \frac{5}{3}\text{ V}, U_{n2} = \frac{1}{2}\text{ V}, I_3 = \frac{U_{n2}}{R_3} = \frac{1/2}{3} = \frac{1}{6}(\text{A}).$$

【例 2-8】 如图 2.20(a)所示电路,已知 $U_S=5\text{ V}$, $I_S=3\text{ A}$, $R_1=1\ \Omega$, $R_2=2\ \Omega$ 。求节点①的电压 U_{n1} ,及流经 R_1 、 R_2 的电流 I_1 、 I_2 。

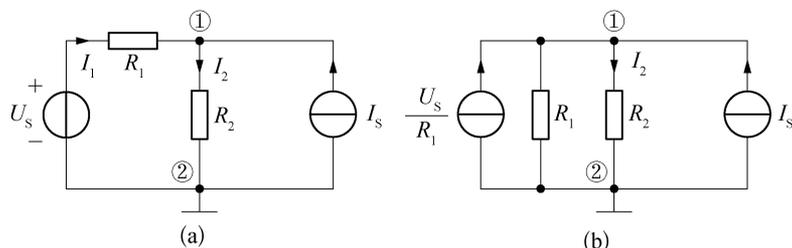


图 2.20 例 2-8

解 将电压源 U_S 与电阻 R_1 串联等效变换为电流源与电阻并联,如图 2.20(b)所示。将节点②设为参考节点,此时仅对独立节点①列方程。

$$\text{节点①的自电导 } G_{11} = G_1 + G_2 = \frac{1}{1} + \frac{1}{2} = \frac{3}{2}(\text{S});$$

节点①的等效电流源项 $I_{S11} = \frac{U_S}{R_1} + I_{S1} = \frac{5}{1} + 3 = 8(\text{A})$ 。

应用节点电压法的标准方程形式 $G_{11}U_{n1} = i_{S11}$, 代入参数, 得 $\frac{3}{2}U_{n1} = 8$ 。

解得 $U_{n1} = \frac{16}{3} \approx 5.33 \text{ V}$ 。

在原电路图 2.20(a) 中求解支路电流

$$I_2 = \frac{U_{n1}}{R_2} = \frac{16/3}{2} = \frac{8}{3} \approx 2.67(\text{A})$$

$$I_1 = I_2 - I_S = \frac{8}{3} - 3 = -\frac{1}{3} \approx -0.33(\text{A})$$

节点电压法以独立节点电位为未知量, 依据 KCL 并结合元件 VCR 建立方程; 其主要优势在于方程数量相对较少, 对于含 n 个节点的电路, 仅需建立 $n-1$ 个独立方程, 显著降低了计算复杂度。该方法适用于线性时不变电路, 可分析含独立源、受控源及电阻的网络; 通过引入辅助变量与补充约束方程, 也可扩展至含无伴电压源等特殊结构。

2.2.4 弥尔曼定理

当电路结构仅包含两个节点, 即一个独立节点和一个参考节点, 且所有支路均并联连接于这两个节点之间时, 应用节点电压法可显著简化分析过程。此时, 独立节点的电压可通过单一方程直接求解。此特定情况下的简化公式, 称为弥尔曼定理。因此, 弥尔曼定理本质上是节点电压法在双节点并联电路特例中的应用。

如图 2.21 所示, 包含有 m 条支路的电路, 设节点②为参考节点。对独立节点①列写 KCL 方程, 则

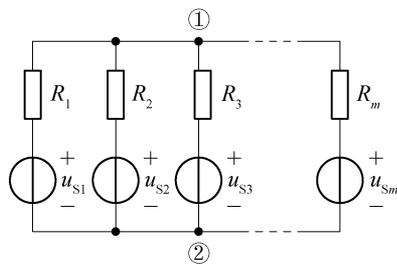


图 2.21 弥尔曼定理

$$\frac{u_{n1}}{R_1} + \frac{u_{n1}}{R_2} + \frac{u_{n1}}{R_3} + \cdots + \frac{u_{n1}}{R_m} = \frac{u_{S1}}{R_1} + \frac{u_{S2}}{R_2} + \frac{u_{S3}}{R_3} + \cdots + \frac{u_{Sm}}{R_m} \quad (2.41)$$

经整理可得节点电压表达式

$$u_{n1} = \frac{\frac{u_{S1}}{R_1} + \frac{u_{S2}}{R_2} + \frac{u_{S3}}{R_3} + \cdots + \frac{u_{Sm}}{R_m}}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \cdots + \frac{1}{R_m}}$$

$$= \frac{G_1 u_{S1} + G_2 u_{S2} + G_3 u_{S3} + \cdots + G_m u_{Sm}}{G_1 + G_2 + G_3 + \cdots + G_m}$$

$$= \frac{\sum G_k u_{Sk}}{\sum G_k} \quad (2.42)$$

式中: G_k 为第 k 条支路的电导。 u_{Sk} 为第 k 条支路中独立电压源的电压值, 方向为由独立节点指向参考节点; 当支路电压源方向与此参考方向一致时, u_{Sk} 取正值, 反之取负值。



思考题

弥尔曼定理要求所有支路均为电压源串联电阻吗？若支路中含有电流源是否适用？

习 题

一、选择题

- Y- Δ 等效变换的目的是()。
 - 简化电源
 - 将非平面电路转为平面电路
 - 简化电阻网络结构
 - 增加独立方程数
- 支路电流法中,独立 KCL 方程的数量等于()。
 - 支路数 b
 - 节点数 n
 - $n-1$
 - $b-n+1$
- 网孔电流法适用于()。
 - 所有线性电路
 - 平面电路
 - 非线性电路
 - 含受控源电路
- 网孔电流方程中,互电阻 R_{ij} 的符号取决于()。
 - 网孔电流方向
 - 两网孔电流在公共支路的流向是否相同
 - 电压源极性
 - 电阻大小
- 在网孔分析法中,若电压源 U_S 的方向与网孔电流方向相同,则方程中该电压源项应()。
 - 取正号
 - 取负号
 - 移项至方程右侧
 - 忽略不计
- 节点电压法的独立方程数等于()。
 - 支路数 b
 - 节点数 $n-1$
 - 网孔数
 - 独立源数
- 弥尔曼定理用于求解()。
 - 多网孔电路
 - 两节点电路
 - 含受控源电路
 - 非线性电路
- 关于实际电源的等效变换,下列说法正确的是()。
 - 等效变换时,电压源的电压 u_S 与电流源的电流 i_S 大小满足 $i_S = \frac{u_S}{R_S}$
 - 等效变换的核心是电源内部的电压、电流关系保持一致
 - 电压源与电流源等效变换后,外电路的功率会发生改变
 - 理想电压源和理想电流源可以直接进行等效变换
- 在节点分析法中,关于自电导 G_{ii} 和互电导 G_{ij} 的描述,正确的是()。
 - 自电导可正可负,互电导恒为负
 - 自电导恒为正,互电导恒为负
 - 自电导恒为负,互电导恒为正
 - 两者符号均取决于电流源方向
- 用弥尔曼定理求解电路时,若某支路含电流源与电阻并联,正确的处理方式是()。
 - 直接忽略电阻
 - 将电流源转换为电压源

C. 视为等效电压源支路

D. 增加独立方程

二、填空题

1. 电阻并联时,等效电导 $G_{\text{eq}} =$ _____。
2. Y形联结等效为 Δ 形时, Δ 形电阻 $R_{\Delta} =$ _____ (设Y形电阻为 R_Y)。
3. $5\ \Omega$ 电阻与 $10\ \text{V}$ 电压源串联,等效为电流源时 $I_S =$ _____ A, $R_{\text{eq}} =$ _____ Ω 。
4. 支路电流法中,独立KVL方程数 = _____。
5. 网孔电流方程中,自电阻 R_{ii} 是网孔 i 所有电阻之代数和,其符号恒为 _____。
6. 节点电压法列写的是 _____ 方程。
7. 弥尔曼定理的公式为 $U_A =$ _____。
8. 若网孔电流方向与电压源电压方向相反,方程中该电压源取 _____ 号。
9. 在Y- Δ 等效变换中,变换前后电路端点的 _____ 必须完全相同。
10. 弥尔曼定理要求电路仅含 _____ 个独立节点。

三、判断题

1. 电阻混联可通过Y- Δ 变换化简。 ()
2. 网孔分析法适用于非平面电路。 ()
3. 节点电压法自动满足KVL。 ()
4. 弥尔曼定理要求所有支路均为电压源串联电阻。 ()
5. 互电阻 R_{12} 和 R_{21} 在网孔方程中符号相反。 ()

四、分析计算题

1. 如图 2.22 所示,求各电路的等效电阻 R_{ab} 。

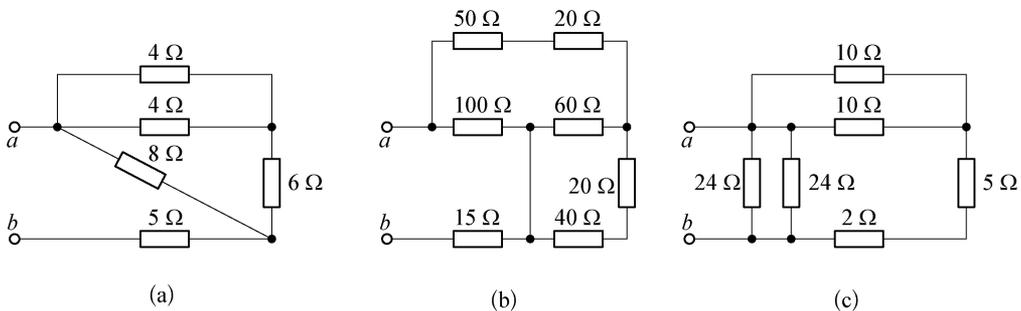


图 2.22 题 1 图

2. 如图 2.23 所示,用 Δ -Y形等效变换法,求电路的等效电阻 R_{ab} 。(1) Δ 形电路变换成Y形;(2) Y形电路变换成 Δ 形。

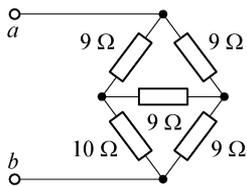


图 2.23 题 2 图

3. 如图 2.24 所示,用电源的等效变换法,求电流 I 。

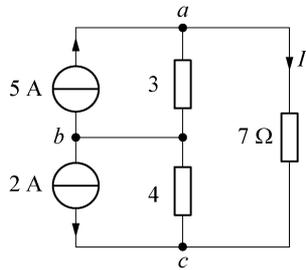


图 2.24 题 3 图

4. 如图 2.25 所示,用电源的等效变换法,求电流 I 。

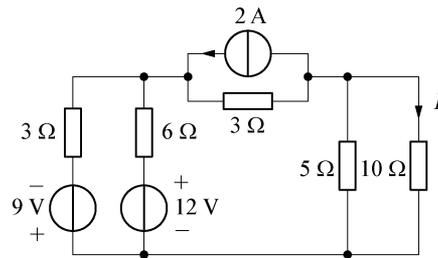


图 2.25 题 4 图

5. 如图 2.26 所示,用网孔电流法,求电路中各支路电流。

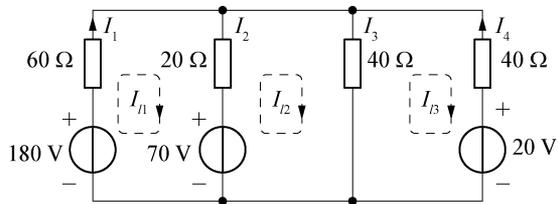


图 2.26 题 5 图

6. 如图 2.27 所示,用节点电压法,求电流 I 。

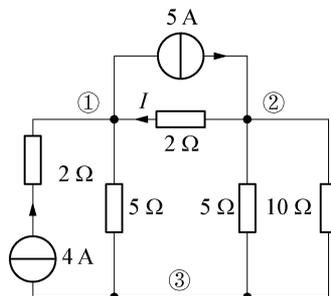


图 2.27 题 6 图

7. 如图 2.28 所示, 用弥尔曼定理, 求电流 I 。

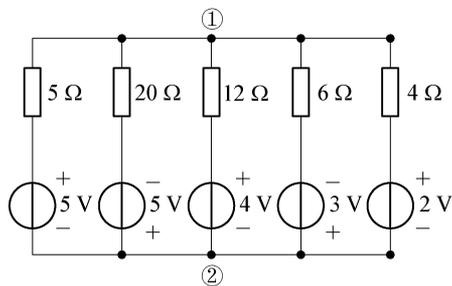


图 2.28 题 7 图



【微信扫码】
本章相关资源

第 3 章

电路分析定理

上一章介绍的基于支路或节点变量的系统分析方法,在求解复杂线性电阻电路时,会因方程组规模庞大而导致计算效率较低。工程实践中常仅需确定特定支路的电流或电压,无需全局求解。为此,本章将系统阐述几个核心电路定理,这些定理提供更高效的方法直接求解目标变量。核心内容包括叠加定理、替代定理、戴维南定理和诺顿定理。图 3.1 是本章知识点的思维导图。



图 3.1 电路分析基础知识点思维导图

3.1 叠加定理

叠加定理表明,在线性时不变电路中,任一支路的电流或任意两节点间的电压(统称为响应),等于各个独立电源(称为激励)单独作用时,在相应支路或节点处产生的响应的代数和。

以图 3.2 电路为例,其中独立电压源 u_s 与电流源 i_s 作为激励,所分析的响应为电流 i_1 和电压 u_2 。

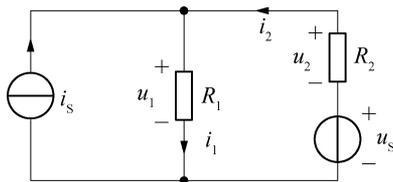


图 3.2 叠加定理

根据 KCL、KVL 和欧姆定律,可建立以 i_1 和 u_2 为未知量的线性方程组

$$\begin{cases} i_1 = i_s + i_2 \\ u_s - u_1 - u_2 = 0 \end{cases} \quad (3.1)$$

解得

$$\begin{cases} i_1 = \frac{1}{R_1 + R_2} u_s + \frac{R_2}{R_1 + R_2} i_s \\ u_2 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} u_s - \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} i_s \end{cases} \quad (3.2)$$

由式(3.2)可见,响应 i_1 和 u_2 均为激励 u_s 和 i_s 的线性组合,可以改写为

$$\begin{cases} i_1 = i_1^{(1)} + i_1^{(2)} \\ u_2 = u_2^{(1)} + u_2^{(2)} \end{cases} \quad (3.3)$$

$$\text{其中: } \begin{cases} i_1^{(1)} = \frac{1}{R_1 + R_2} u_s = i_1 \Big|_{i_s=0} \\ i_1^{(2)} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} i_s = i_1 \Big|_{u_s=0} \end{cases}, \begin{cases} u_2^{(1)} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} u_s = u_2 \Big|_{i_s=0} \\ u_2^{(2)} = -\frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} i_s = u_2 \Big|_{u_s=0} \end{cases}。$$

$i_1^{(1)}$ 和 $u_2^{(1)}$ 分别表示仅在电压源 u_s 作用下的响应分量,此时电流源 i_s 置零,等效为开路,所对应电路如图 3.3(a)所示。而 $i_1^{(2)}$ 和 $u_2^{(2)}$ 则表示仅在电流源 i_s 作用下的响应分量,此时电压源 u_s 置零,等效为短路,所对应电路如图 3.3(b)所示。

因此,电路的总响应 i_1 和 u_2 ,可表示各个响应分量的代数和。

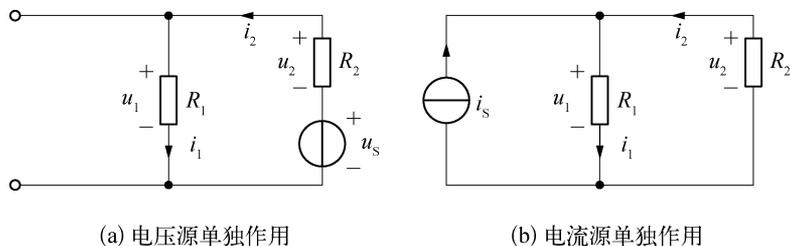


图 3.3 叠加定理的两个响应

在实际应用中,应严格遵循以下基本原则。

- (1) 适用范围:只适用于线性电路,对非线性电路无效。
- (2) 电源处理:在分析单一激励时,其他所有独立电源应置零。具体而言,独立电压源用短路替代,独立电流源用开路替代。受控源应保持原状和控制关系,禁止置零或单独作用。所有线性元件及参数也应保持不变。
- (3) 叠加方式:各响应分量之和为代数和,且分量方向与总响应一致时取正,否则取负。
- (4) 响应叠加范围:主要用于电压和电流响应的计算,不适用于功率的叠加。
- (5) 线性性质:对于单激励线性电路,激励的放大倍数与响应的变化成正比,该性质称为线性电路的齐次性,是叠加定理的一个特殊形式。

【例 3-1】 如图 3.4(a)所示电路,已知 $U_s = 9 \text{ V}$, $I_s = 5 \text{ A}$, $R_1 = R_3 = R_4 = 3 \Omega$, $R_2 =$

6 Ω 。求电压 U_2 。

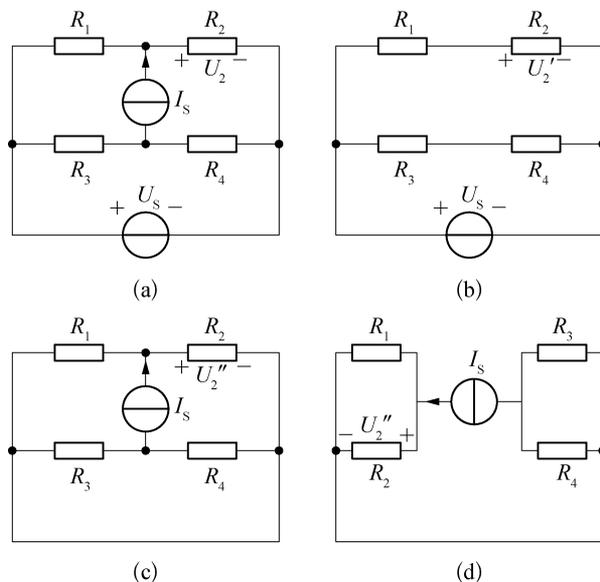


图 3.4 例 3-1

解 电压源单独作用时, 电流源开路, 电路如图 3.4(b) 所示, 则

$$U'_2 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} U_s = \frac{6}{3 + 6} \times 9 = 6(\text{V})$$

电流源单独作用时, 电压源短路, 电路如图 3.4(c) 所示, 经整理后如图 3.4(d) 所示, 则

$$U''_2 = I_s (R_1 // R_2) = 5 \times \frac{3 \times 6}{3 + 6} = 10(\text{V})$$

叠加结果 $U_2 = U'_2 + U''_2 = 6 + 10 = 16(\text{V})$ 。

【例 3-2】如图 3.5 所示电路, 已知 $U_s = 15 \text{ V}$, $I_s = 6 \text{ A}$, 电压源 $U_c = 10I_2$, $R_1 = 4 \Omega$, $R_2 = 6 \Omega$ 。求电压 U 。

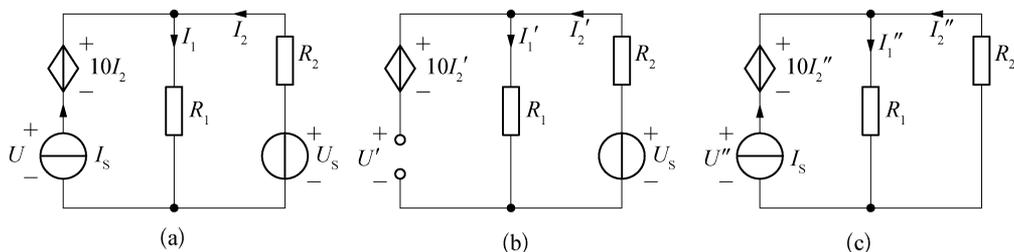


图 3.5 例 3-2

解 受控电压源不能单独作为激励源进行分析, 须在叠加时保留其控制关系。

电压源单独作用时, 电流源开路, 电路如图 3.5(b) 所示。

$$I'_2 = I'_1 = \frac{U_s}{R_1 + R_2} = \frac{15}{4 + 6} = 1.5(\text{A})$$

$$U_{R_1} = \frac{R_1}{R_1 + R_2} U_s = \frac{4}{4 + 6} \times 15 = 6(\text{V})$$

故 $U' = -10I'_2 + U_{R_1} = -10 \times 1.5 + 6 = -9(\text{V})$ 。

电流源单独作用时,电压源短路,电路如图 3.5(c)所示。

由电流分配律 $I''_2 = -\frac{R_1}{R_1 + R_2} I_s = -\frac{4}{4 + 6} \times 6 = -2.4(\text{A})$;

由 KVL 得 $U'' + 10''I_2 + I''_2 R_2 = 0$ 。

故 $U'' = -I''_2 R_2 - 10I''_2 = -(-2.4) \times 6 - 10 \times (-2.4) = 38.4(\text{V})$ 。

叠加结果 $U = U' + U'' = -9 + 38.4 = 29.4(\text{V})$ 。

叠加定理通过将含多激励的复杂线性电路分解为若干单激励子电路,分别求解目标响应分量后代数叠加。在应用中,也可对独立电源进行分组,先整体求出每组响应,再进行叠加。

3.2 替代定理

替代定理是电路分析的基本原理之一,其核心思想是:在一个线性或非线性电路中,若某一支路的端口电压为 u_k 、端口电流为 i_k 已知,则该支路可以用以下任一等效元件进行替代,而不影响电路其余部分的电压与电流分布。

- (1) 端口电压为 u_k 的独立电压源;
- (2) 端口电流为 i_k 的独立电流源;
- (3) 电阻值为 $R = u_k / i_k$ 的线性电阻。

以图 3.6(a)所示线性网络 A 为例,设其外接支路为 k ,端口 a - b 间电压为 u_k ,电流为 i_k 。

(1) 电压源替代:在支路 k 串联两个大小相等、极性相反的电压源 u_s ,则电路状态不变,见图 3.6(b)。令 $u_s = u_k$,此时端口 b - c 电位差 $u_{bc} = 0$,即将 b - c 短路,等价于直接用电压源 u_k 替代原支路 k ,见图 3.6(c)。

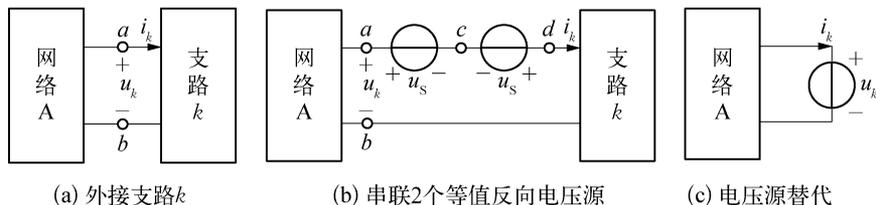


图 3.6 电压源替代证明

(2) 电流源替代:在支路 k 并联两个大小相等、方向相反的电流源,且 $i_s = i_k$,见图 3.7(a),可类似证得电流源替代的等效性(图 3.7(b))。

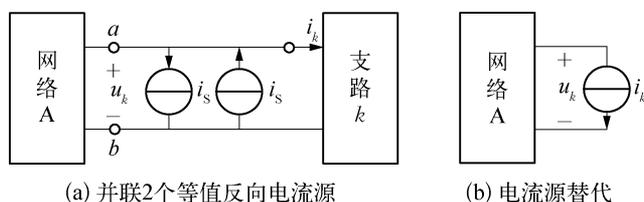


图 3.7 电流源替代

这些替代操作保持了原电路的 KVL 与 KCL 约束,确保所有支路变量不变。由于替代元件在端口处维持了相同的 u_k-i_k 关系,端口的激励与响应保持一致,从而不影响电路的其他部分的解。因此,替代定理能够极大简化电路分析。

替代定理可显著简化电路分析,适用条件如下。

(1) 适用范围:适用于线性与非线性电路、单支路或二端网络。只改变被替代部分的结构,其他支路与参数不得更改。

(2) 解的唯一性:原电路必须存在唯一解;对于非线性电路,须确保工作点唯一。

(3) 参数已知性:待替代支路的 u_k 和 i_k 须预先通过基尔霍夫定律、节点电压法等方法确定。

(4) 拓扑限制:替代后电路不能出现纯电压源或纯电流源形成的回路。



思考题

替代后电路中为什么不能出现纯电压源、电流源回路?

【例 3-3】 求图 3.8(a) 中的电流 I 。

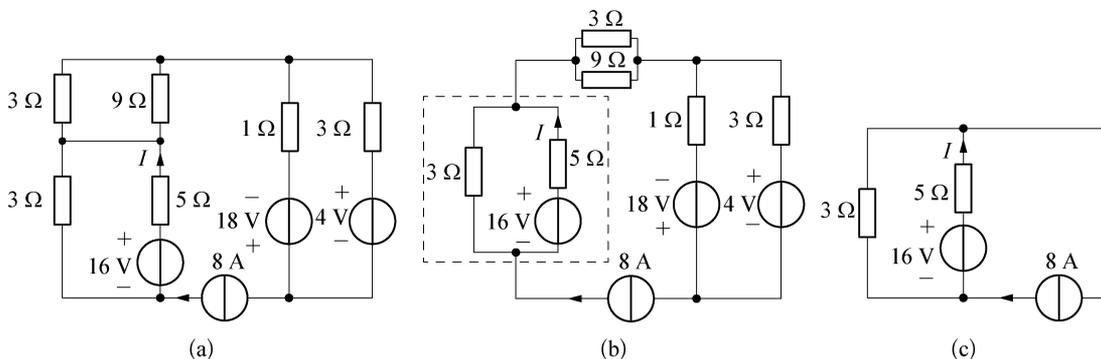


图 3.8 例 3-3

解 图 3.8(a) 整理为图 3.8(b), 将图 3.8(b) 虚线框外的电路视作支路 k , 该支路串联了 8 A 的电流源, 因此该支路电流已知为 8 A。

根据替代定理, 该部分可以用一个 8 A 电流源代替, 见图 3.8(c)。

结合叠加定理, 可求得
$$I = \frac{16}{3+5} + \frac{3}{3+5} \times 8 = 5(\text{A})$$

替代定理通过将复杂的子网络简化为独立源或电阻, 显著降低了电路分析的难度。

3.3 戴维南定理

在电路分析中,当需研究特定支路的电学特性时,可将其余部分视为一个线性含源的二端网络。戴维南定理指出:任何由独立电源、线性电阻和受控源组成的线性二端网络,对其外部电路而言,均可等效为一个理想电压源与一个电阻的串联组合,此结构称为戴维南等效电路,见图 3.9,其参数定义如下。

- (1) 开路电压 u_{OC} :外电路断开时,端口间的电压;
- (2) 等效电阻 R_{eq} :在所有独立电源被置零(电压源短路、电流源开路)后,从输出端口看入的输入电阻。

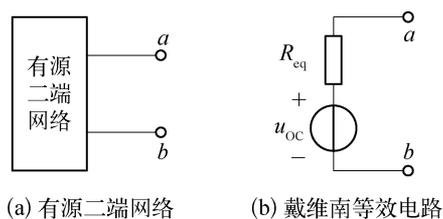


图 3.9 戴维南定理

定理证明

设有源二端网络 N 与外部网络 N' 相连,端口电流为 i ,见图 3.10(a)。通过应用替代定理,将网络 N' 替换为电流源 i_s ,且令 $i_s=i$,见图 3.10(b)。

根据叠加定理,则端口电压可分解为两部分 $u=u'+u''$ 。

当 u' 为电流源置零时, $u'=u_{OC}$,见图 3.10(c)。

当 u'' 为网络 N 内独立电源置零时,此时有源网络 N 变成了无源网络 N_0 ,满足 $u''=-R_{eq} \cdot i$,见图 3.10(d)。

综上,端口的电压关系为 $u=u'+u''=u_{OC}-R_{eq} \cdot i$ 。

此表达式与串联电压源与电阻的伏安特性一致,定理得证,等效电路如图 3.10(e)所示。

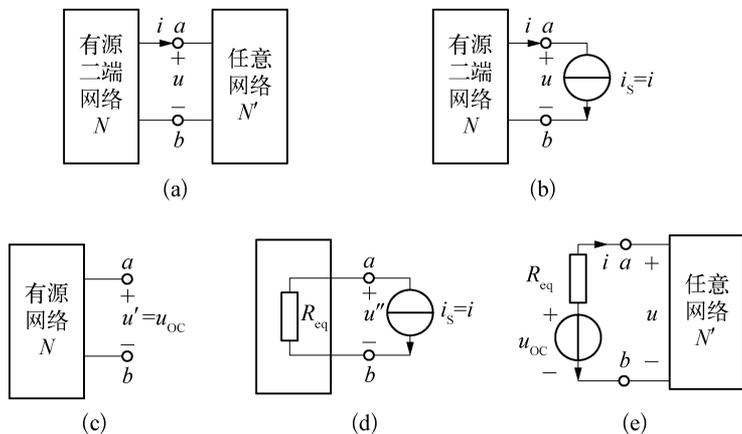


图 3.10 戴维南定理证明

可通过以下三种方法求解等效电阻 R_{eq} 。

(1) 串并联化简法: 适用不含受控源的网络, 可直接通过串并联化简求解;

(2) 开路—短路法: 将端口短路, 计算或测量端口短路电流 i_{sc} , 由欧姆定律计算出 $R_{eq} = u_{oc}/i_{sc}$;

(3) 外加电源法: 对于含受控源的网络, 将所有独立电源置零后, 在端口施加测试电压 u (或电流), 计算或测得对应电流 i (或电压), 再由 $R_{eq} = u/i$ 确定。

【例 3-4】 如图 3.11(a) 所示电路, 已知 $U_{S1} = 20\text{ V}$ 、 $U_{S2} = 10\text{ V}$ 、 $R_1 = R_2 = 10\ \Omega$ 、 $R_L = 5\ \Omega$ 。求电流 I 。

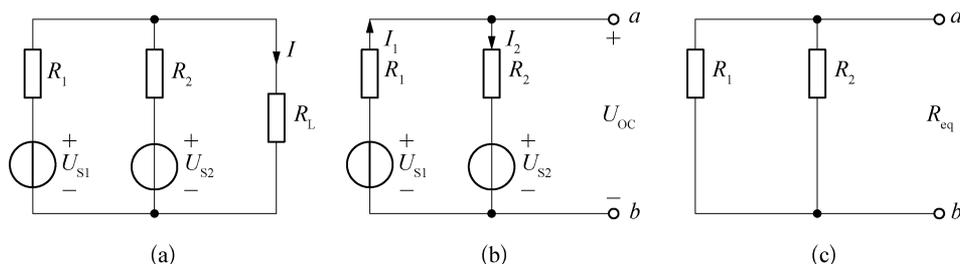


图 3.11 例 3-4

解 在 a 和 b 处断开 R_L 支路, 设定 U_{oc} 的参考方向, 见图 3.11(b)。

方法 1: 利用 KVL 和欧姆定律

$$I_1 = I_2 = \frac{U_{S1} - U_{S2}}{R_1 + R_2} = \frac{20 - 10}{10 + 10} = 0.5(\text{A})$$

$$U_{oc} = U_{S2} + I_2 R_2 = 10 + 0.5 \times 10 = 15(\text{V})$$

将网络内部所有独立电源置零, 如图 3.11(c) 所示。

$$R_{eq} = R_1 // R_2 = 5\ \Omega$$

戴维南等效电路见图 3.12(c), 故 $I = \frac{U_{oc}}{R_{eq} + R_L} = \frac{15}{5 + 5} = 1.5(\text{A})$ 。

方法 2: 利用电源的等效变换, 图 3.11(b) 可依次变换为图 3.12(a)、(b)。

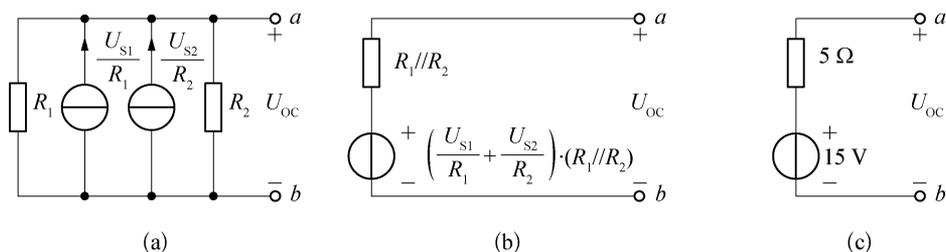


图 3.12 例 3-4 电源等效变换

$$U_{oc} = \left(\frac{U_{S1}}{R_1} + \frac{U_{S2}}{R_2} \right) \cdot (R_1 // R_2) = \left(\frac{20}{10} + \frac{10}{10} \right) \times \frac{10 \times 10}{10 + 10} = 15(\text{V})$$

$$R_{eq} = R_1 // R_2 = 5\ \Omega$$

戴维南等效电路见图 3.12(c), 故 $I = \frac{U_{oc}}{R_{eq} + R_L} = \frac{15}{5 + 5} = 1.5(\text{A})$ 。

【例 3-5】 求图 3.13(a) 所示端口电路的戴维南等效电路。

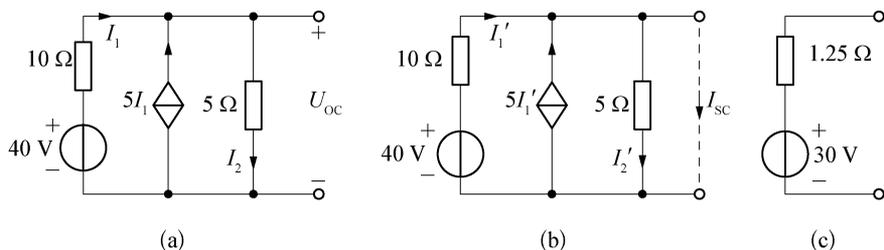


图 3.13 例 3-5

解 先求开路电压 U_{oc} 。

由 KCL 得 $I_1 + 5I_1 - I_2 = 0$;

由 KVL 得 $10I_1 + 5I_2 - 40 = 0$ 。

可求得 $I_1 = 1 \text{ A}, I_2 = 6 \text{ A}$ 。

故 $U_{oc} = 5I_2 = 5 \times 6 = 30(\text{V})$ 。

利用开路—短路法求解等效电阻 R_{eq} , 将端口短路, 可求得短路电流 I_{sc} , 见图 3.13(b)。

由 KVL 得 $10I'_1 - 40 = 0$, 则 $I'_1 = 4 \text{ A}$;

由 KCL 得 $I'_1 + 5I'_1 - I'_2 - I_{sc} = 0$, 则 $I_{sc} = 6I'_1 - I'_2$ 。

由于 5Ω 电阻被短路, 则 $I_{sc} = 6I'_1 = 6 \times 4 = 24(\text{A})$ 。

故 $R_{eq} = \frac{U_{oc}}{I_{sc}} = \frac{30}{24} = 1.25(\Omega)$ 。

最终, 戴维南等效电路如图 3.13(c) 所示。

戴维南定理将一个复杂的线性含源二端网络简化为一个极其简单的模型, 其关键点与注意事项如下。

(1) 适用范围: 仅适用于线性电路, 包括线性电阻、受控源以及可以是直流或交流的独立电源。

(2) 外部等效性: 所得到的等效电路仅保证端口的电压与电流关系与原网络相同, 而内部的功率分布并不等同。

(3) 受控源处理: 在计算等效 R_{eq} 时, 必须将所有独立源置零(电压源短路, 电流源开路), 但受控源应予以保留。

(4) 极性一致性: 等效电压源的极性与原网络中开路电压 u_{oc} 的参考方向保持一致。

3.4 诺顿定理

诺顿定理定义为: 对于任意包含独立电源、线性电阻及受控源的线性二端网络, 均可等效为一个理想电流源与一个电阻的并联组合, 此等效模型称为诺顿等效电路, 见图 3.14, 其参数定义如下。

(1) 短路电流 I_{sc} : 将网络输出端口短路时, 流经短路点的电流。

(2) 等效电阻 R_{eq} : 将网络内所有独立电源置零(电压源短路、电流源开路)后, 从输出端口向网络内部视入的无源网络的等效电阻。 R_{eq} 与戴维南等效电阻值相同。

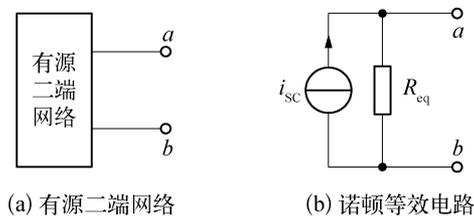


图 3.14 诺顿定理

诺顿定理可通过电压源串联电阻与电流源并联电阻的等效变换进行证明, 详细变换过程如图 3.15 所示。

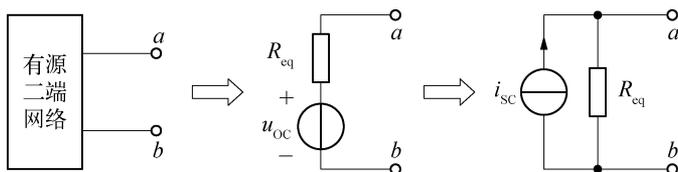


图 3.15 诺顿定理证明

【例 3-6】 求图 3.16(a) 所示电路的诺顿等效电路。

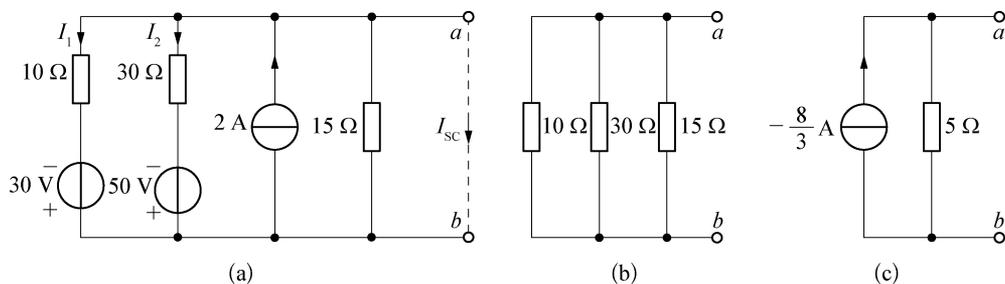


图 3.16 例 3-6

解 计算短路电流 I_{sc} 。将 a 、 b 端口短路, 15Ω 电阻支路被短路。

对于 30V 与 10Ω 串联支路, 电流 $I_1 = \frac{30}{10} = 3(\text{A})$;

对于 50V 与 30Ω 串联支路, 电流 $I_2 = \frac{50}{30} = \frac{5}{3}(\text{A})$;

根据 KCL, $I_{sc} = 2 - I_1 - I_2 = 2 - 3 - \frac{5}{3} = -\frac{8}{3}(\text{A})$ 。

计算等效电阻 R_{eq} 。独立电源置零后, 如图 3.16(b) 所示。

$$R_{eq} = 10 // 30 // 15 = 5(\Omega)$$

最终, 诺顿等效电路如图 3.16(c) 所示。

诺顿定理的关键点与注意事项如下。

- (1) 线性条件:诺顿定理仅适用于线性网络,不适用于非线性器件。
- (2) 受控源处理:须将所有独立电源置零,但受控源应保持原状态。
- (3) 等效范围:此等效电路仅在外部电路的电压电流关系中成立,内部的功率分布及支路电压和电流不一定与原电路相同。

诺顿等效电路与戴维南等效电路是同一线性二端网络的两种不同的数学表达方式,选择时可根据电路特点而定。当要求解电流时,采用以短路电流为基础的诺顿形式更为方便;而求电压时,戴维南等效电路更加简洁。此外,负载连接方式也影响选择,负载与等效电阻并联时,诺顿电路更适用;若负载与等效电阻串联,则采用戴维南电路更为便利。

习 题

一、选择题

- 叠加定理适用于()。
 - 线性电路
 - 非线性电路
 - 所有电路
 - 时变电路
- 应用叠加定理时,不作用的独立电压源应()。
 - 开路
 - 短路
 - 保留原值
 - 用电阻代替
- 置换定理中,若某支路电压为 u_k 、电流为 i_k ,可替换为()。
 - 电压源 u_k
 - 电流源 i_k
 - 电阻 u_k/i_k
 - 以上均可
- 置换定理的适用范围是()。
 - 仅线性电路
 - 仅非线性电路
 - 线性和非线性电路
 - 含受控源电路
- 戴维南等效电路是()。
 - 电压源与电阻串联
 - 电流源与电阻并联
 - 受控源与电阻组合
 - 理想电源
- 戴维南定理中,等效电阻 R_{eq} 等于()。
 - 端口短路电流
 - 端口开路电压
 - 网络内所有电阻之和
 - 独立源置零后端口的输入电阻
- 求含受控源二端网络的等效电阻时,可采用()。
 - 串并联化简
 - 外加电源法
 - 直接测量法
 - 功率等效法
- 诺顿定理的等效电路是()。
 - 电压源串联电阻
 - 电流源并联电阻
 - 电压源并联电阻
 - 电流源串联电阻
- 若戴维南开路电压 $U_{oc}=10\text{ V}$,短路电流 $I_{sc}=2\text{ A}$,则等效电阻 $R_{eq}=(\quad)$ 。
 - $5\ \Omega$
 - $0.2\ \Omega$
 - $20\ \Omega$
 - $2\ \Omega$
- 关于叠加定理,错误的说法是()。
 - 功率可以叠加
 - 响应分量是代数和
 - 独立源须逐个单独作用
 - 受控源始终保留

二、填空题

1. 叠加定理中,当电压源不作用时,应将其置为 _____;电流源不作用时,应置为 _____。
2. 置换定理中,若用电流源替代某支路,其电流值等于该支路的 _____。
3. 戴维南等效电阻 R_{eq} 的三种求法: _____、_____、_____。
4. 诺顿定理的短路电流 I_{SC} 是指端口 _____ 时的电流。
5. 线性二端网络等效为戴维南电路后,外接负载 R_L 的电流公式为 $I =$ _____。
6. 若含受控源网络用外加电源法求 R_{eq} ,须先将独立源 _____。
7. 置换后电路中若出现纯电压源回路,会导致 _____。
8. 叠加定理不能叠加功率,因为功率是电压或电流的 _____ 函数。
9. 求含受控源网络的戴维南等效电阻时,若开路电压 $U_{OC} = 12\text{ V}$,短路电流 $I_{SC} = 3\text{ A}$,则 $R_{eq} =$ _____。
10. 诺顿等效电路中的电流源电流,等于戴维南等效电路的 _____ 除以 R_{eq} 。

三、判断题

1. 叠加定理可用于计算非线性电路的功率。 ()
2. 置换定理要求被替换支路的电压和电流已知。 ()
3. 戴维南定理仅适用于含独立源的电路。 ()
4. 求 R_{eq} 时,受控源应视为无源元件处理。 ()
5. 开路电压 U_{OC} 和短路电流 I_{SC} 的方向必须关联。 ()

四、分析计算题

1. 如图 3.17 所示,用叠加定理求电压 U 。

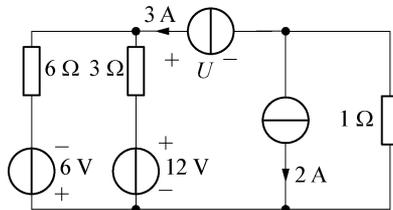


图 3.17 题 1 图

2. 如图 3.18 所示,当 $R_x = 3.2\ \Omega$ 时,用戴维南定理求图中的电流 I 。

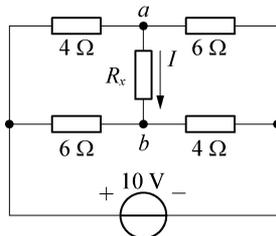


图 3.18 题 2 图

3. 如图 3.19 所示, 当 $R_L=0.4\ \Omega$ 时, 用戴维南定理求图中的电流 I 。

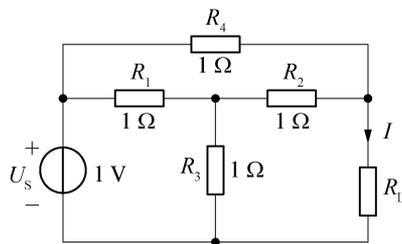


图 3.19 题 3 图

4. 如图 3.18 所示, 当 $R_x=3.2\ \Omega$ 时, 用诺顿定理求图中的电流 I 。
5. 如图 3.19 所示, 当 $R_L=0.4\ \Omega$ 时, 用诺顿定理求图中的电流 I 。



【微信扫码】
本章相关资源

第4章

正弦交流电路分析基础

在前文中已介绍线性电阻电路分析方法,本章扩展至包含电阻、电容和电感元件的交流电路。在实际应用中,交流电广泛用于电力传输和电子系统,尤其是正弦交流电因其数学性质优良和实现方便,应用最为普遍。

本章将介绍正弦交流电的基本概念及向量表示,分析基本元件在交流电路中的电压、电流和功率关系,以及基础交流电路的分析方法。同时,简要阐述三相交流电的基本原理。图 4.1 展示了本章的知识结构。

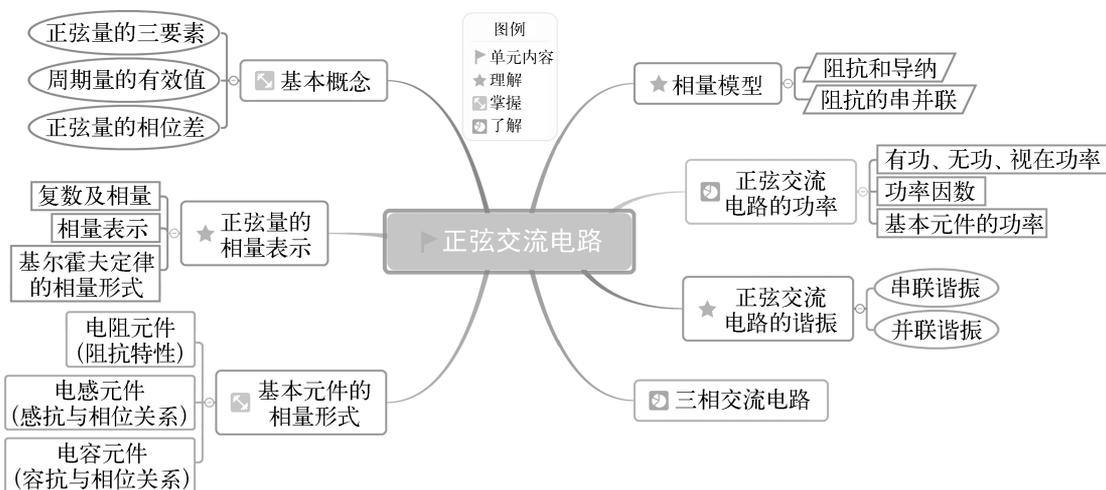


图 4.1 正弦交流电路分析知识点思维导图

4.1 正弦交流电的基本概念

4.1.1 正弦量的三要素

在电路中,电流、电压的大小和方向恒定不变的信号是直流电;大小和方向随时间周期性变化的电信号称为交流电,交流电的波形大小和方向都随时间进行周期性变化。图 4.2

为几种常见的交流电波形图。

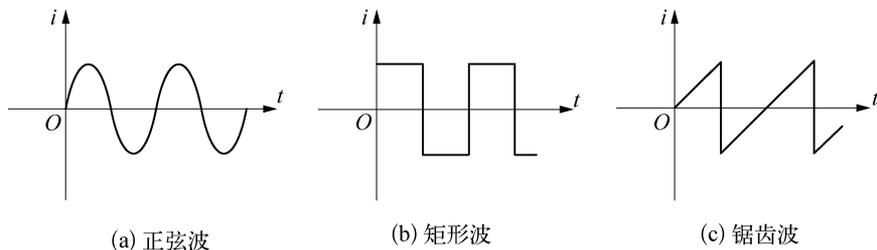


图 4.2 常见的交流电波形

电路中,按正弦规律变化的电流或电压,统称为正弦量,其数学表达式为

$$i = I_m \cos(\omega t + \varphi_i), u = U_m \cos(\omega t + \varphi_u) \quad (4.1)$$

根据国家标准,统一用 cosine 函数表示正弦量。式中: U_m 、 I_m 为幅值, ω 为角频率, φ_u 、 φ_i 分别为电压、电流的初相位。此三类常数称为正弦量的三要素。

(1) 幅值(I_m 、 U_m): 正弦量在整个振荡过程中达到的最大值。当 $\cos(\omega t + \varphi_i) = 1$ 、 $\cos(\omega t + \varphi_u) = 1$ 时,有

$$i_{\max} = I_m, u_{\max} = U_m \quad (4.2)$$

I_m 、 U_m 是正弦量的最大值。

当 $\cos(\omega t + \varphi_i) = -1$ 、 $\cos(\omega t + \varphi_u) = -1$ 时,将有最小值

$$i_{\min} = -I_m, u_{\min} = -U_m \quad (4.3)$$

故 $i_{\max} - i_{\min} = 2I_m$ 、 $u_{\max} - u_{\min} = 2U_m$ 称为正弦量的峰—峰值。

(2) 角频率(ω): 随时间变化的角度称为正弦量的相位或相角, $\omega t + \varphi_i$ 、 $\omega t + \varphi_u$ 分别是电流、电压的相位。其中, ω 称为正弦量的角速度,表示相位随时间变化的角速度,单位为弧度/秒(rad/s),满足

$$\omega = 2\pi/T = 2\pi f \quad (4.4)$$

式中: T 为周期, f 为频率。

(3) 初相位(φ_u 、 φ_i): 正弦量在 $t=0$ 时刻的相位角,其值取决于计时零点的选取,即

$$(\omega t + \varphi_i) \Big|_{t=0} = \varphi_i, (\omega t + \varphi_u) \Big|_{t=0} = \varphi_u \quad (4.5)$$

正弦量的瞬时值由其最大值、角频率和初相位三个基本参数唯一决定。当这些参数确定后,该正弦量在任意时刻的状态也随之完全确定。正弦量的三要素是正弦量之间进行比较和区分的依据。

正弦量随时间变化的图形称为正弦波,图 4.3 是正弦电压的波形图,横轴可以用时间 t ,也可以用 ωt 表示。

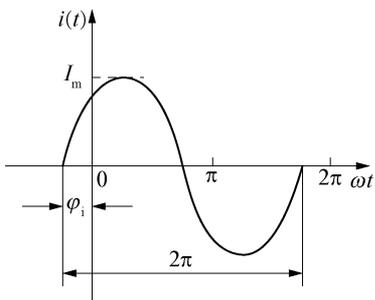


图 4.3 正弦电压的波形图

4.1.2 周期量的有效值

正弦量乘以常数,正弦量的微分、积分,同频正弦量的代数和等运算,其结果仍为一个同频率的正弦量。因而,在相同频率的正弦信号激励下,线性非时变电路的稳态响应都说是同频率的正弦信号。

工程中常将周期电流或电压在一个周期内产生的平均效应换算成等效的直流量,以衡量和比较周期电流或电压的效应,这一等效的直流量就称为周期量的有效值,用相对应的大写字母表示。

为量化交流电的能量效应,定义有效值为:交流电在电阻 R 上单位周期产生的焦耳热等于等值直流电所产生的热量。正弦电流 $i(t)$ 的有效值 I 满足

$$\int_0^T i^2 R dt = I^2 RT \quad (4.6)$$

解得

$$I = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T i^2 dt} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T [I_m \cos(\omega t + \varphi_i)]^2 dt} = \frac{I_m}{\sqrt{2}} \approx 0.707 I_m \quad (4.7)$$

同理,电压有效值为

$$U = \frac{U_m}{\sqrt{2}} \approx 0.707 U_m \quad (4.8)$$

式(4.7)和(4.8)表明,正弦量的有效值仅与幅值有关,与正弦量的频率、初相位无关。正弦量可用有效值表示为

$$i = \sqrt{2} I \cos(\omega t + \varphi_i), u = \sqrt{2} U \cos(\omega t + \varphi_u) \quad (4.9)$$

工程中使用的交流电气设备铭牌上标出的额定功率、电压的数值,交流电压表、电流表显示的数字都是有效值。

4.1.3 正弦量的相位差

两个同频率正弦信号的相位之差称为相位差。设两个同频率正弦量电流 i 与电压 u 为

$$i = I_m \cos(\omega t + \varphi_i) \quad (4.10)$$

$$u = U_m \cos(\omega t + \varphi_u) \quad (4.11)$$

则其相位差为

$$\Delta\varphi = (\omega t + \varphi_i) - (\omega t + \varphi_u) = \varphi_i - \varphi_u \quad (4.12)$$

式(4.12)表明,同频率正弦量的相位差等于初相位之差。

如图 4.4 所示,(1) 当 $\Delta\varphi > 0$ 时,则称 i 超前 u ; (2) 当 $\Delta\varphi < 0$ 时,则称 i 滞后 u ; (3) 当 $\Delta\varphi = 0$ 时,则称两正弦量同相; (4) 当 $\Delta\varphi = \pm\pi/2$ 时,则称两正弦量正交; (5) 当 $\Delta\varphi = \pm\pi$ 时,则称两正弦量反相。

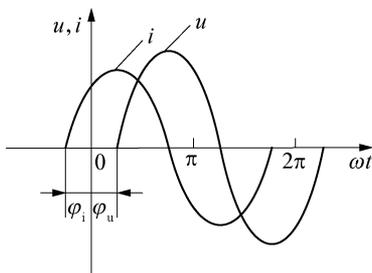


图 4.4 同频率正弦信号的相位差

【例 4-1】 已知正弦电压源的频率为 60 Hz, 初相角为 3π rad, 由交流电压表测得电源开路电压为 380 V。求该电源电压的角频率、振幅, 并写出瞬时值的表达式。

解

$$\omega = 2\pi f = 2\pi \times 60 = 120\pi \approx 376.8(\text{rad/s})$$

$$U_m = \sqrt{2}U = \sqrt{2} \times 380 \approx 537.4(\text{V})$$

正弦电压瞬时值表达式为 $u = U_m \cos(\omega t + \varphi_u) = 537.4 \cos(376.8t + 3\pi)$ 。

4.2 正弦量的向量表示

在分析正弦交流电路时, 若直接采用三角函数形式进行运算, 过程将极为烦琐且缺乏直观性。为简化分析并提升计算效率, 须将时域中的正弦量转换为频域中的向量形式。

4.2.1 复数及相量

在数学中, 一个复数 A 可表示为代数型、指数型或极型, 即

$$\begin{aligned} A &= a + jb && (\text{代数型}) \\ &= |A| e^{j\varphi} && (\text{指数型}) \\ &= |A| \angle \varphi && (\text{极型}) \end{aligned} \quad (4.13)$$

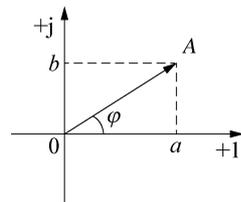
式中: $j = \sqrt{-1}$ 为复数单位; a 和 b 分别为复数 A 的实部和虚部; $|A|$ 和 φ 分别为复数 A 的模和辐角。这三种形式可依据上述关系相互转换。

复数 A 也可以表示为复平面上的一个点或由原点指向该点的有向线段(矢量), 如图 4.5 所示。由图可知, 复数代数型与指数型(或极型)间的关系为

$$|A| = \sqrt{a^2 + b^2}, \varphi = \arctan \frac{b}{a} \quad (4.14)$$

反之, 若已知模 $|A|$ 和辐角 φ , 其实部与虚部分别为

$$a = |A| \cos \varphi, b = |A| \sin \varphi \quad (4.15)$$

图 4.5 复数 A

在电路分析领域, 通常将复数 A 在复平面上对应的、从原点指向其代表点的有向线段称为相量。相量采用在大写字母上方加点的方式表示, 例如电压相量记为 \dot{U} , 电流相量记为 \dot{I} 。

判定两个复数相等,必须同时满足实部相等且虚部相等,或者模相等且辐角相等。复数的四则运算规则如下。

(1) 加减运算:采用代数型更为便捷。运算时,实部与实部相加减,虚部与虚部相加减。

若 $A = a_1 + jb_1$ 、 $B = a_2 + jb_2$, 则 $A \pm B = (a_1 \pm a_2) + j(b_1 \pm b_2)$ 。

(2) 乘除运算:采用指数型或极型更为便捷。乘法运算时,模相乘,辐角相加;除法运算时,模相除,辐角相减。

若 $A = |A| e^{j\varphi_A} = |A| \angle \varphi_A$ 、 $B = |B| e^{j\varphi_B} = |B| \angle \varphi_B$, 则

$$AB = |A| \cdot |B| e^{j(\varphi_A + \varphi_B)} = |A| \cdot |B| \angle (\varphi_A + \varphi_B)$$

$$\frac{A}{B} = \frac{|A|}{|B|} e^{j(\varphi_A - \varphi_B)} = \frac{|A|}{|B|} \angle (\varphi_A - \varphi_B)$$

4.2.2 正弦量的向量表示

正弦量的数学描述由幅值、角频率和初相位三要素构成。在单一频率激励的线性电路中,所有电压电流响应与激励源同频,故角频率 ω 为已知量。此时,电路分析的核心简化为对幅值与初相位的运算。

从数学本质上看,一个复数的模长与辐角恰好能够分别对应描述正弦量的幅值与初相位。若令该相量以正弦量的角频率 ω 在复平面内绕原点逆时针匀速旋转,则其在虚轴上的投影即代表该正弦量在对应时刻的瞬时值,如图 4.6 所示。由此可见,相量的模与辐角同正弦稳态量的幅值与初相之间存在着严格的一一对应关系。

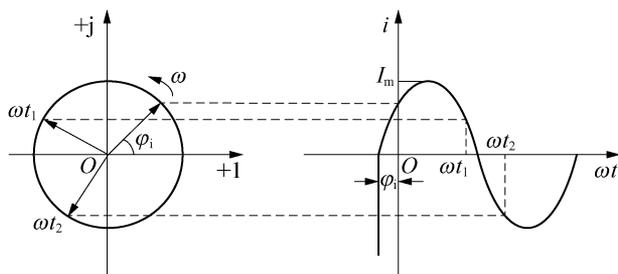


图 4.6 正弦量与向量对应关系

相量在复平面上表示的图形,称为相量图,正弦电流 i 对应的相量 \dot{I} 的相量图如图 4.7 所示。

电路运算中,正弦电流、电压的标准向量形式为

$$\dot{I} = I \angle \varphi_i, \dot{U} = U \angle \varphi_u \quad (4.16)$$

式中: I 、 U 为正弦量的有效值, \dot{I} 、 \dot{U} 称为有效值相量。电路中有时也用正弦量的振幅表示相量的模,称为振幅向量,即

$$\dot{I}_m = I_m \angle \varphi_i, \dot{U}_m = U_m \angle \varphi_u \quad (4.17)$$

振幅相量是有效值相量的 $\sqrt{2}$ 倍。

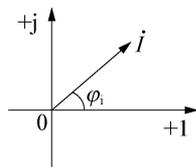


图 4.7 电流 i 的相量图

相量本质上是复数域中表示方法,用于描述正弦信号的幅值和初相位,二者属于不同的数学范畴。正弦量是时域中的连续函数,而相量是在频域中的固定复数。相量法的核心在于,将时域正弦信号转换为复数域的相量,从而将电路的微分方程转化为代数方程,极大简化了正弦稳态电路的分析。

4.2.3 基尔霍夫定律的向量形式

在正弦交流电路中,尽管电压和电流随时间连续变化,基尔霍夫定律在任意瞬时刻依然严格成立。

当电路处于正弦稳态时,所有支路电压和电流均为同频率的正弦量。此时,利用相量法可将时域方程转化为频域表示,其核心原理是:线性电路中同频率正弦量的代数和运算,在相量域中直接对应于其相量的代数和运算。

因此,基尔霍夫定律在向量域中的表述如下。

(1) KCL 向量形式:任一节点,所有流入该节点的支路电流(同频率)相量之和为零,即

$$\sum \dot{i}_k = 0 \quad (4.18)$$

式中: \dot{i}_k 表示第 k 条支路的电流相量。

(2) KVL 向量形式:任一闭合回路,沿该回路所有支路电压降(同频率)相量之和为零,即

$$\sum \dot{U}_m = 0 \quad (4.19)$$

式中: \dot{U}_m 表示第 m 个元件或支路的电压降向量。

4.3 基本元件的向量形式

相较于直流电路,交流电路的分析不仅要求解各部分的电压与电流幅值,还需确定其相位关系。电压、电流的幅值与相位变化特性,直接取决于电路中元件的固有性质。本节将分别探讨电阻、电感与电容三种基本元件在正弦电压激励下,其电压与电流关系的数学描述。

4.3.1 电阻元件

设电阻 R 的端电压 u_R 与电流 i_R 采用关联参考方向,如图 4.8(a) 所示。当有正弦电流 $i_R = \sqrt{2} I_R \cos(\omega t + \varphi_i)$ 通过电阻时,根据欧姆定律,电阻的端电压瞬时值 u_R 为

$$u_R = i_R R = \sqrt{2} R I_R \cos(\omega t + \varphi_i) = \sqrt{2} U_R \cos(\omega t + \varphi_u) \quad (4.20)$$

式中: I_R 、 U_R 分别为电流 i_R 、电压 u_R 的有效值, φ_i 、 φ_u 分别为电流 i_R 、电压 u_R 的初相位。式(4.20)表明电阻上的电流、电压是同频率的正弦量,波形见图 4.8(b)。

两个正弦量的有效值和初相位满足

$$U_R = R I_R \quad (4.21)$$

$$\varphi_u = \varphi_i \quad (4.22)$$

式(4.22)表明电阻上电流和电压的有效值仍符合欧姆定律,且相位相同。

令电流 i_R 的有效值相量为 $\dot{I}_R = I_R \angle \varphi_i$, 电压 u_R 的有效值相量为 $\dot{U}_R = U_R \angle \varphi_u$, 则

$$\dot{U}_R = U_R \angle \varphi_u = R I_R \angle \varphi_i = R \dot{I}_R \quad (4.23)$$

式(4.23)称为电阻元件伏安特性的向量形式。图 4.8(c)、(d)展示了电阻元件正弦电压 u_R 与电流 i_R 的相量图。图中清晰表明电压与电流波形同相且形状一致,相量图中 \dot{U}_R 与 \dot{I}_R 同方向。

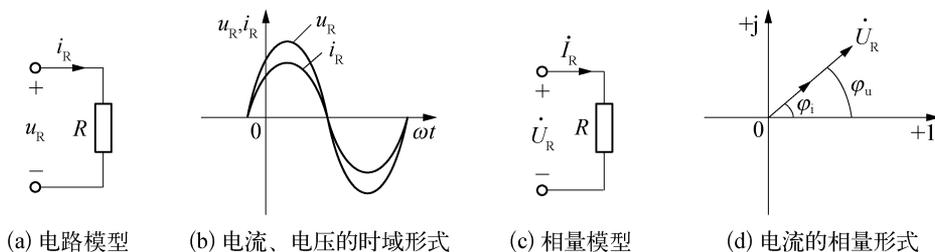


图 4.8 电阻元件的向量形式

4.3.2 电感元件

设电感 L 的端电压 u_L 与电流 i_L 采用关联参考方向,如图 4.9(a)所示。当有正弦电流 $i_L = \sqrt{2} I_L \cos(\omega t + \varphi_i)$ 通过电阻时,根据式(1.22)电感的电压—电流的时域关系有

$$\begin{aligned} u_L(t) &= L \frac{di_L(t)}{dt} \\ &= \sqrt{2} I_L L \cdot [-\omega \cdot \sin(\omega t + \varphi_i)] \\ &= \sqrt{2} \omega L \cdot I_L \cos\left(\omega t + \varphi_i + \frac{\pi}{2}\right) \\ &= \sqrt{2} U_L \cos(\omega t + \varphi_u) \end{aligned} \quad (4.24)$$

式中: I_L 、 U_L 分别为电流 i_L 、电压 u_L 的有效值, φ_i 、 φ_u 分别为电流 i_L 、电压 u_L 的初相位。

式(4.24)表明,电感的电压和电流是同频率的正弦量,波形见图 4.9(b)。两个正弦量的有效值和初相位满足

$$U_L = \omega L I_L \quad (4.25)$$

$$\varphi_u = \varphi_i + \frac{\pi}{2} \quad (4.26)$$

式(4.25)、(4.26)表明,与电阻元件独立于频率的特性不同,电感元件的电流与电压有效值之间的关系不仅取决于电感量 L ,还与角频率 ω 密切相关。当 $\omega=0$ 时(直流), $\omega L=0$, $U_L=0$, 电感相当于短路。当 $\omega \rightarrow \infty$ 时, $\omega L \rightarrow \infty$, $I_L=0$, 电感相当于开路,在相位上电压超前电流 $\pi/2(90^\circ)$ 。

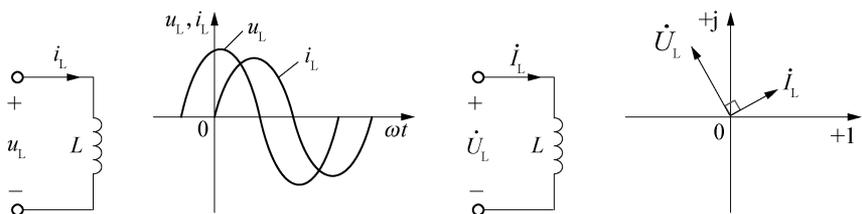
对于电感 L ,在电压有效值 U_L 恒定的条件下,角频率 ω 越高,电流有效值 I_L 越小;反

之, ω 越低, 则 I_L 越大。这表明电感对高频交流信号呈现显著的阻碍作用, 其物理本质源于电感元件内部感应电动势对电流变化的阻碍效应。电子线路中广泛应用的滤波电感或高频扼流圈, 正是利用电感的这一频率相关特性来有效抑制高频电流的通过。

令电流 i_L 的有效值相量为 $\dot{I}_L = I_L \angle \varphi_i$, 电压 u_L 的有效值相量为 $\dot{U}_L = U_L \angle \varphi_u$, 见图 4.9(c), 则

$$\dot{U}_L = U_L \angle \varphi_u = \omega L I_L \angle \left(\varphi_i + \frac{\pi}{2} \right) = \omega L \dot{I}_L \angle \frac{\pi}{2} = j\omega L \dot{I}_L \quad (4.27)$$

电感电流、电压的相量图见图 4.9(d)。



(a) 电路模型 (b) 电流、电压的时域形式 (c) 相量模型 (d) 电流、电压的相量形式

图 4.9 电感元件的向量形式

4.3.3 电容元件

设电容 C 的端电压 u_C 与电流 i_C 采用关联参考方向, 如图 4.10(a) 所示。当正弦电压 $u_C = \sqrt{2}U_C \cos(\omega t + \varphi_u)$ 加在电容两端时, 根据式(1.15)通过 C 的电流为

$$\begin{aligned} i_C &= C \frac{du_C}{dt} \\ &= \sqrt{2} C U_C \cdot [-\omega \cdot \sin(\omega t + \varphi_u)] \\ &= \sqrt{2} \omega C U_C \cdot \cos\left(\omega t + \varphi_u + \frac{\pi}{2}\right) \\ &= \sqrt{2} I_C \cdot \cos(\omega t + \varphi_i) \end{aligned} \quad (4.28)$$

式中: I_C 、 U_C 分别为电流 i_C 、电压 u_C 的有效值, φ_i 、 φ_u 分别为电流 i_C 、电压 u_C 的初相位。

式(4.28)表明, 电感的电压和电流是同频率的正弦量, 波形见图 4.10(b)。两个正弦量的有效值和初相位满足

$$I_C = \omega C U_C \quad (4.29)$$

$$\varphi_i = \varphi_u + \frac{\pi}{2} \quad (4.30)$$

式(4.30)表明, 电容元件的电流与电压有效值之间的关系不仅取决于电容量 C , 也与角频率 ω 密切相关。电容电压将随频率变化而变化, 当 $\omega = 0$ (直流) 时, $1/\omega C \rightarrow \infty$, $I_C = 0$, 电容相当于开路。当 $\omega \rightarrow \infty$ 时, $1/\omega C \rightarrow 0$, $U_C = 0$, 电容相当于短路。在相位上, 电流超前电压 $\pi/2$ (90°)。

令电流 i_c 的有效值相量为 $\dot{I}_c = I_c \angle \varphi_i$, 电压 u_c 的有效值相量为 $\dot{U}_c = U_c \angle \varphi_u$, 见图 4.10(c), 则

$$\dot{U}_c = U_c \angle \varphi_u = \frac{1}{\omega C} I_c \angle \left(\varphi_i - \frac{\pi}{2} \right) = -j \frac{1}{\omega C} \dot{I}_c \quad (4.31)$$

电容电流、电压的相量图见图 4.10(d)。

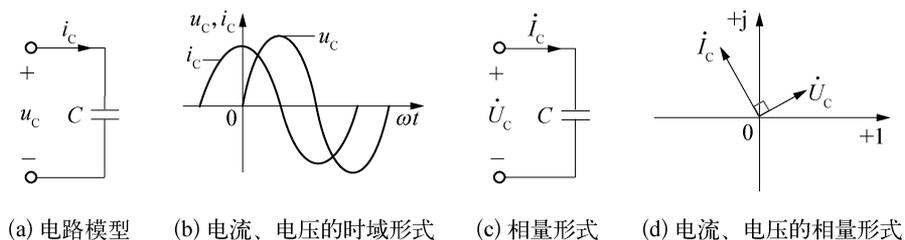


图 4.10 电容元件的向量形式

4.4 向量模型

4.4.1 阻抗和导纳

1. 阻抗

如图 4.11(a) 所示, 设一个不含独立电源的二端网络 N_0 , 端口电流和电压采用关联参考方向。当它在正弦激励状态下处于稳定状态时, 其电流和电压相量分别为 $\dot{I} = I \angle \varphi_i$ 、 $\dot{U} = U \angle \varphi_u$ 。

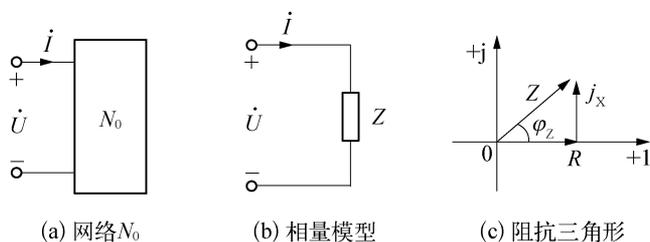


图 4.11 电容元件的向量形式

定义某一端口 N_0 的电压相量 \dot{U} 与电流相量 \dot{I} 的比值为该端口的(复)阻抗 Z , 即

$$Z = \frac{\dot{U}}{\dot{I}} = \frac{U}{I} \angle (\varphi_u - \varphi_i) = |Z| \angle \varphi_z \quad (4.32)$$

式中: $|Z| = \frac{U}{I}$ 称为阻抗模, $\varphi_z = \varphi_u - \varphi_i$ 称为阻抗角。式(4.32)可改写为

$$\dot{U} = Z\dot{I} \quad \text{或} \quad \dot{I} = \frac{\dot{U}}{Z} \quad (4.33)$$

式(4.33)为用阻抗表示的欧姆定律的向量形式。其中, Z 为复数, 单位为欧姆(Ω), 其电路符号与电阻相同。 Z 的符号上面不加点, 只表示复数, 代表各元件在正弦电路中的性质, 并不表示正弦量。电路的相量模型见图 4.11(b)。

将式(4.32)中的相量表示成代数型, 可得

$$\begin{aligned} Z &= |Z| \cos\varphi_Z + j|Z| \sin\varphi_Z \\ &= R + jX \end{aligned} \quad (4.34)$$

式中: R 为等效电阻分量, 称为阻抗的电阻; X 为等效电抗分量, 称为阻抗的电抗。当 $X > 0$ 时, Z 称为感性阻抗; 当 $X < 0$ 时, Z 称为容性阻抗。

Z 是复数, 可在复平面上用直角三角形表示, 称为阻抗三角形, 如图 4.11(c) 所示。

将式(4.34)代入式(4.33)可得

$$\dot{U} = R\dot{I} + jX\dot{I} \quad (4.35)$$

由上节可知, 当电流、电压采用关联参考方向时, 电阻、电感、电容的电压—电流关系向量形式分别为

$$\begin{cases} \dot{U} = R\dot{I} \\ \dot{U} = j\omega L\dot{I} \\ \dot{U} = -j\frac{1}{\omega C}\dot{I} \end{cases} \quad (4.36)$$

比较式(4.35)和式(4.36), 可得电阻、电感、电容的阻抗分别为

$$\begin{cases} Z_R = R \\ Z_L = j\omega L = jX_L \\ Z_C = -j\frac{1}{\omega C} = -jX_C \end{cases} \quad (4.37)$$

式中: $X_L = \omega L$ 称为感抗; $X_C = \frac{1}{\omega C}$ 称为容抗。

2. 导纳

定义阻抗的倒数为导纳(Y), 即

$$Y = \frac{\dot{I}}{\dot{U}} = \frac{1}{Z} \quad (4.38)$$

导纳的单位为西门子(S)。

电阻、电感、电容的阻抗分别为

$$\begin{cases} Y_R = \frac{1}{R} = G \\ Y_L = -j \frac{1}{\omega L} = jB_L \\ Y_C = j\omega C = jB_C \end{cases} \quad (4.39)$$

式中： $B_L = -\frac{1}{\omega L}$ 称为感纳； $B_C = \omega C$ 称为容纳。

4.4.2 阻抗的串并联

在交流电路分析中引入阻抗概念后,其电压与电流关系的数学表达形式与直流电路中的欧姆定律具有一致性。相应地,阻抗或导纳的串联与并联等效计算方法也与电阻的串并联计算规则完全一致。

1. 串联等效阻抗

如图 4.12(a)所示,两个复阻抗 Z_1 与 Z_2 串联连接时,其总等效阻抗 Z_{eq} 等于各阻抗的代数和,即

$$Z_{eq} = Z_1 + Z_2 \quad (4.40)$$

2. 并联等效阻抗

如图 4.12(b)所示,两个复阻抗 Z_1 与 Z_2 并联连接时,其总等效阻抗 Z_{eq} 的倒数等于各阻抗倒数之和,其等效阻抗表达式为

$$Z_{eq} = \frac{1}{\frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2}} = \frac{Z_1 Z_2}{Z_1 + Z_2} \quad (4.41)$$

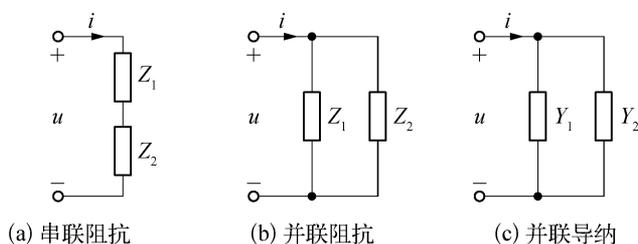


图 4.12 电容元件的向量形式

两个复阻抗 Z_1 与 Z_2 并联连接时,也可改写成两个导纳 Y_1 与 Y_2 并联形式,如图 4.12(c)所示,其总等效导纳 Y_{eq} 为

$$Y_{eq} = Y_1 + Y_2 \quad (4.42)$$

式(4.42)直观地表明,导纳的并联遵循简单的加法规则。

【例 4-2】 如图 4.13 所示电路,已知电压源 $u = 10\sqrt{2} \cos(10^3 t + 15^\circ)$, $R = 5 \Omega$, $L = 5 \text{ mH}$, $C = 0.2 \text{ mF}$ 。求电流相量 \dot{I} 。

解 电压源相量 $\dot{U} = 10 \angle 15^\circ \text{ V}$;

角频率 $\omega = 10^3 \text{ rad/s}$;

电阻阻抗 $Z_R = R = 5 \Omega$;

电感阻抗 $Z_L = j\omega L = j10^3 \times 5 \times 10^{-3} = j5(\Omega)$;

电容阻抗 $Z_C = -j \frac{1}{\omega C} = -j \frac{1}{10^3 \times 0.2 \times 10^{-3}} = -j5(\Omega)$ 。

左边支路的阻抗 $Z_1 = Z_R + Z_L = 5 + j5 \Omega$;

右边支路的阻抗 $Z_2 = Z_C = -j5 \Omega$;

等效阻抗 $Z_{\text{eq}} = \frac{Z_1 Z_2}{Z_1 + Z_2} = \frac{(5 + j5) \times (-j5)}{(5 + j5) + (-j5)} = 5 - j5 = 5\sqrt{2} \angle (-45^\circ)(\Omega)$ 。

故 $\dot{i} = \frac{\dot{U}}{Z} = \frac{10 \angle 15^\circ}{5\sqrt{2} \angle (-45^\circ)} \approx 1.41 \angle 60^\circ(\text{A})$ 。

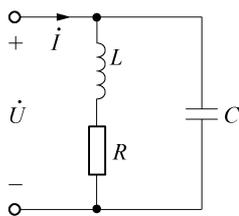


图 4.13 例 4-2

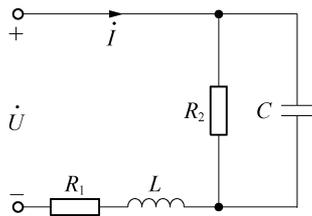


图 4.14 例 4-3

【例 4-3】 如图 4.14 所示电路, 已知电源 $u = 80\sqrt{2} \cos 10^3 t$, $R_1 = 8 \Omega$, $R_2 = 40 \Omega$, $L = 40 \text{ mH}$, $C = 25 \mu\text{F}$ 。求电路的等效阻抗和电流相量 \dot{I} 。

解 电压源相量 $\dot{U} = 80 \angle 0^\circ \text{ V}$;

角频率 $\omega = 10^3 \text{ rad/s}$;

电阻阻抗 $Z_{R1} = R_1 = 8 \Omega$, $Z_{R2} = R_2 = 40 \Omega$;

电感阻抗 $Z_L = j\omega L = j10^3 \times 40 \times 10^{-3} = j40(\Omega)$;

电容阻抗 $Z_C = -j \frac{1}{\omega C} = -j \frac{1}{10^3 \times 25 \times 10^{-6}} = -j40(\Omega)$ 。

R_1 、 L 串联支路阻抗 $Z_1 = Z_{R1} + Z_L = 8 + j40 \Omega$;

R_2 、 C 并联支路阻抗 $Z_2 = \frac{Z_{R2} Z_C}{Z_{R2} + Z_C} = \frac{40 \times (-j40)}{40 - j40} = \frac{-j40}{1 - j} = \frac{-j40(1 + j)}{(1 - j)(1 + j)}$
 $= 20 - j20(\Omega)$;

等效阻抗 $Z_{\text{eq}} = Z_1 + Z_2 = 8 + j40 + 20 - j20 = 28 + j20(\Omega) \approx 34.41 \angle 35.5^\circ(\Omega)$ 。

故 $\dot{i} = \frac{\dot{U}}{Z} = \frac{80 \angle 0^\circ}{34.41 \angle (35.54^\circ)} \approx 2.32 \angle -35.54^\circ(\text{A})$ 。

4.5 正弦交流电路的功率

正弦交流电路的功率特性与直流电路不同。储能元件在交流激励下, 功率瞬时值随时间变化, 能量不断交替吸收和释放。根据物理意义和测量方式, 交流电路的功率包括瞬时功

率、有功功率、无功功率和视在功率。

4.5.1 功率的定义

1. 瞬时功率(p)

定义为单位时间内能量传递的瞬时速率,等于同一时刻电压瞬时值 u 与电流瞬时值 i 的乘积,即

$$p = ui \quad (4.43)$$

对于同频率的正弦电压 $u = U_m \cos(\omega t + \varphi_u)$ 和正弦电流 $i = I_m \cos(\omega t + \varphi_i)$, 瞬时功率 p 是一个随时间 t 做周期变化的非正弦周期量。

2. 有功功率(P)

瞬时功率的时变性不便于电路分析与比较,工程应用中更关注其在一个完整周期 T 内的平均值,即平均功率,也称有功功率。

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T p dt = \frac{1}{T} \int_0^T U_m \cos(\omega t + \varphi_u) \cdot I_m \cos(\omega t + \varphi_i) dt = UI \cos \varphi_Z \quad (4.44)$$

有功功率是实际吸收的功率,单位为瓦特(W)。

有功功率 P 取决于电压有效值 U 、电流有效值 I 及其相位差 φ_Z 的余弦 $\cos \varphi_Z$ 。

(1) 纯电阻电路($\varphi = 0^\circ$): 此时 $\cos \varphi_Z = 1$, 故 $P = UI$, 达到最大值,表明电阻持续消耗能量。

(2) 纯电感或纯电容电路($\varphi = \pm 90^\circ$): 此时 $\cos \varphi_Z = 0$, 故 $P = 0$, 表明理想电感和电容不消耗净能量。

有功功率表征电路实际消耗并转化为热能、机械能等其他形式能量的平均速率。因此,工程计量及电器标称功率均指有功功率。

3. 无功功率(Q)

理想电感和电容虽不消耗净能量,但会周期性地从电源吸收能量储存于磁场或电场中,随后又将储存的能量释放回电源。这种能量交换的速率最大值定义为无功功率,用 Q 表示,单位为乏(var)。

$$Q = UI \sin \varphi_Z \quad (4.45)$$

无功功率 Q 反映了储能元件与电源之间能量交换的规模。 $\sin \varphi_Z$ 为正时,此时为感性电路, $Q > 0$; $\sin \varphi_Z$ 为负时,此时为容性电路, $Q < 0$ 。无功功率的绝对值 $|Q|$ 表示能量交换的最大速率。

4. 视在功率(S)

电压有效值 U 与电流有效值 I 的乘积定义为视在功率,用 S 表示,单位为伏安(V·A)。

$$S = UI \quad (4.46)$$

视在功率表示电气设备在额定的电压、电流条件下最大的负荷能力,或承载能力。

视在功率 S 、有功功率 P 和无功功率 Q 满足直角三角关系

$$S^2 = P^2 + Q^2 \quad (4.47)$$

该三角关系称为功率三角形,如图 4.15 所示。功率三角形直观地反映了三种功率间的几何关系。

4.5.2 功率因数

在有功功率表达式 $P = UI \cos \varphi_Z$ (式(4.44)) 中,系数 $\cos \varphi_Z$ 称为功率因数,用 λ 表示,即

$$\lambda = \cos \varphi_Z \leq 1 \quad (4.48)$$

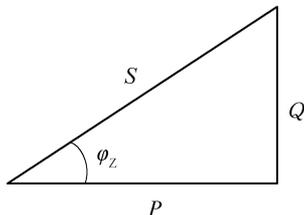


图 4.15 功率三角形

阻抗角 φ_Z 又称为功率因数角。它是衡量传输电能效果的一个非常重要的指标,表示传输系统有效功率所占的比例,即

$$\lambda = \frac{P}{S} \quad (4.49)$$

理想情况下 $\lambda = 1, Q = 0$ 。在电力系统中,采取适当措施,如并联电容器补偿感性无功功率,可以提高负载端的功率因数,是提高能源利用效率、降低线路损耗、优化电网运行的关键技术手段。

4.5.3 基本元件的功率

1. 电阻(R)

由于电阻 R 的 $\varphi_Z = 0, \lambda = 1$ 。

若 $u = U_m \cos \omega t, i = I_m \cos \omega t$, 则

瞬时功率 $p_R = ui = U_m \cos \omega t \cdot I_m \cos \omega t = 2UI \cos^2 \omega t$;

有功功率 $P_R = UI \cos \varphi_Z = UI \cos 0^\circ = UI$;

无功功率 $Q_R = UI \sin \varphi_Z = UI \sin 0^\circ = 0$ 。

2. 电感(L)

由于电感 L 的 $\varphi_Z = 90^\circ, \lambda = 0$ 。

若 $u = U_m \cos(\omega t + 90^\circ), i = I_m \cos \omega t$, 则

瞬时功率 $p_L = ui = U_m \cos(\omega t + 90^\circ) \cdot I_m \cos \omega t = 2U_m I_m \sin \omega t \cos \omega t = UI \sin 2\omega t$;

有功功率 $P_L = UI \cos \varphi_Z = UI \cos 90^\circ = 0$;

无功功率 $Q_L = UI \sin \varphi_Z = UI \sin 90^\circ = UI$ 。

3. 电容(C)

由于电容 C 的 $\varphi_Z = -90^\circ, \lambda = 0$ 。

若 $u = U_m \cos \omega t, i = I_m \cos(\omega t + 90^\circ)$, 则

瞬时功率 $p_C = ui = U_m \cos \omega t \cdot I_m \cos(\omega t + 90^\circ) = 2U_m I_m \sin \omega t \cos \omega t = UI \sin 2\omega t$;

有功功率 $P_C = UI \cos \varphi_Z = UI \cos(-90^\circ) = 0$;

无功功率 $Q_C = UI \sin \varphi_Z = UI \sin(-90^\circ) = -UI$ 。

比较分析电阻、电容、电感三类元件的瞬间功率、有功功率和无功功率,可发现:

(1) 电阻的瞬时功率恒非负, 始终消耗能量。

(2) 有功功率 $P_R = UI$, 无功功率 $Q_R = 0$ 。电感与电容的瞬时功率以 2 倍电源频率振荡, 正半周吸收能量, 负半周释放能量。有功功率 $P_L = P_C = 0$, 表明不消耗净能量。

(3) 无功功率 $|Q_L| = |Q_C| = UI$, 表示与电源交换能量的规模, 感性取正、容性取负。

4.6 正弦交流电路的谐振

在正弦交流电路中, 当电路参数满足特定条件时可能发生谐振。谐振的本质是含电感与电容的电路呈现纯电阻特性, 其端口电压与电流相位一致。根据电路拓扑结构, 谐振可分为串联谐振与并联谐振两类。

1. 串联谐振

串联谐振发生于 RLC 串联电路(图 4.16), 电路复阻抗表达式为

$$Z = R + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right) \quad (4.50)$$

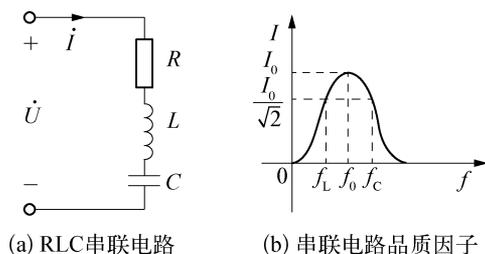


图 4.16 串联谐振电路

根据谐振定义, 发生谐振时, 端口电压与电流相位一致。故只有当阻抗的虚部为 0 时, 才能满足谐振条件, 即电抗分量抵消

$$\omega_0 L = \frac{1}{\omega_0 C} \quad (4.51)$$

由式(4.51)可得, 谐振角频率 $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$, 谐振频率 $f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$ 。

实现谐振的途径包括: 固定元件参数 L 、 C , 调节激励源频率; 固定激励频率, 调整 L 或 C 值。串联谐振主要有以下特征。

(1) 最小阻抗特性: 谐振时阻抗 $|Z|_{\min} = R$, 回路电流达最大值 $I = U/R$ (图 4.16(b)), 电阻越小, 谐振越明显。

(2) 电压分配特性: 电感电压 U_L 与电容电压 U_C 幅值相等、相位相反, 二者矢量和为零, 电源电压 U 全部施加于电阻。

(3) 品质因子: 定义电感或电容电压与电源电压之比为电路的品质因子, 即 $Q = \frac{|U_L|}{U} = \frac{|U_C|}{U}$ 。当 $Q \gg 1$ 时, U_L 与 U_C 远高于电源电压, 故串联谐振也称电压谐振。该特性可实现微弱信号放大, 但高 Q 值时须防范器件击穿风险。

2. 并联谐振

并联谐振发生于 RLC 并联电路(图 4.17(a)), 电路复导纳表达式为

$$Y = Y_R + Y_L + Y_C = \frac{1}{R} + j\left(\omega C - \frac{1}{\omega L}\right) \quad (4.52)$$

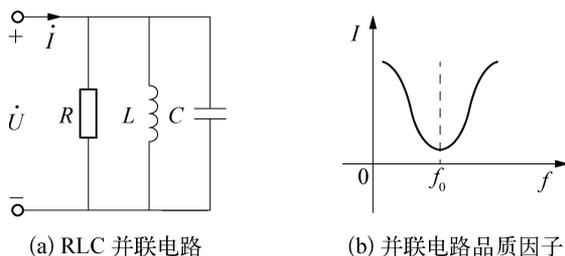


图 4.17 并联谐振电路

谐振条件为电纳分量抵消, 即

$$\omega_0 C = \frac{1}{\omega_0 L} \quad (4.53)$$

由式(4.53)可得, 谐振角频率 $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$, 谐振频率 $f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$ 。

并联谐振频率与串联谐振形式相同, 谐振实现方法亦可通过调节 L 、 C 或激励频率达成。

并联谐振主要有以下特征。

- (1) 最大阻抗特性: 谐振时导纳 $|Y|_{\min} = 1/R$, 等效阻抗最大, 总电流最小(图 4.17(b))。
- (2) 电流分配特性: 电感支路电流 I_L 与电容支路电流 I_C 幅值相等、相位相反, 二者矢量和为零, 总电流 I 等于电阻电流 I_R 。
- (3) 品质因数: 定义并联电路的电感或电容电流与总电流之比为电路的品质因子, 即 $Q = \frac{|I_L|}{I} = \frac{|I_C|}{I}$ 。当 $Q \gg 1$ 时, I_L 与 I_C 远高于总电流, 故并联谐振又称电流谐振。

4.7 三相电路

三相交流电因其在功率传输效率和设备运行稳定性方面的优势, 在工业生产和民用供电系统中得到广泛应用。日常家庭用电即来源于三相供电系统中的单相部分。

1. 三相交流电源特性

三相电路是由三相电源、三相负载和三相输电线路三部分组成。三相交流电源由三个同频率、等幅值、相位彼此相差 120° 的正弦交流电压源构成。这类电源通常由三相发电机产生。

图 4.18 为三相电压源的波形图及其对应的相量图, 三相通常标记为 A 相、B 相、C 相。

A 相、B 相、C 相的相量表达式分别为

$$\begin{cases} \dot{U}_A = U \angle 0^\circ \\ \dot{U}_B = U \angle -120^\circ \\ \dot{U}_C = U \angle 120^\circ \end{cases} \quad (4.54)$$

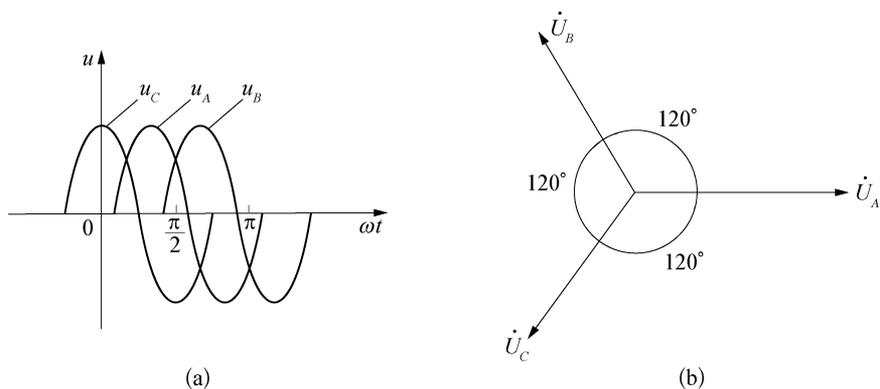


图 4.18 三相电压源

2. 三相四线制接法

三相电源普遍采用三相四线制方式对外供电,通常采用 Y 形或 Δ 形连接。

Y 形电源将 3 个电压源的负端连接于一点,称为中性点 N 。从中性点引出的导线称为中性线,俗称零线。从各相电源正端引出的导线称为端线,俗称火线,其结构如图 4.19(a) 所示。

把三相电压源依次连接成一个回路,再从端子 A 、 B 、 C 引出端线,形成三相电源的三角形联结,简称 Δ 形电源。三角形电源不能从中间引出中性线。

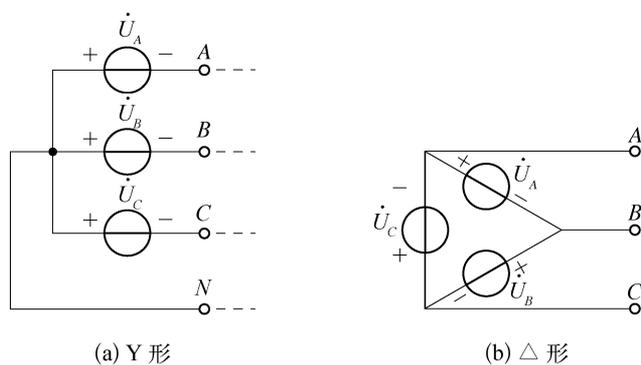


图 4.19 三相电压源连接

3. 相电压与线电压

三相四线制系统可提供两种等级的电压。

(1) 相电压:指端线与中性线之间的电压,其值等于各相电源的电压有效值 U_{ph} ,即 $U_A = U_B = U_C = U_{ph}$ 。

(2) 线电压:指任意两条端线之间的电压。根据 KVL 和相量几何关系,线电压与相电压之间存在固定的幅值和相位关系,即

$$\begin{aligned}\dot{U}_{AB} &= \dot{U}_A - \dot{U}_B = \sqrt{3}\dot{U}_A \angle 30^\circ \\ \dot{U}_{BC} &= \dot{U}_B - \dot{U}_C = \sqrt{3}\dot{U}_B \angle 30^\circ \\ \dot{U}_{CA} &= \dot{U}_C - \dot{U}_A = \sqrt{3}\dot{U}_C \angle 30^\circ\end{aligned}\quad (4.55)$$

因此,线电压有效值 U_L 是相电压有效值 U_{ph} 的 $\sqrt{3}$ 倍,即

$$U_L = \sqrt{3}U_{ph} \quad (4.56)$$

标准低压供电系统中,相电压 $U_{ph} = 220 \text{ V}$, 是家庭用电电压。对应的线电压 $U_L = \sqrt{3} \times 220 \approx 380(\text{V})$, 则是工业动力设备常用电压。

4. 负载连接

在三相四线制系统中,单相负载可使用相电压连接于任一相线与中性线之间,或使用线电压连接于任意两条相线之间。为保障系统稳定运行、提高效率并减小中性线电流,应尽量使三相负载保持均衡。

习 题

一、选择题

- 某一电路中,电压 $u = 30\cos(\omega t + 30^\circ)\text{V}$, 电流 $i = 6\cos(\omega t - 60^\circ)\text{A}$, 该电路的性质为()。
 - 感性
 - 容性
 - 电阻性
 - 以上都不是
- 两个复阻抗 Z_1 和 Z_2 串联后的等效复阻抗为()。
 - $Z_1 + Z_2$
 - $Z_1 Z_2$
 - $\frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2}$
 - $\frac{Z_1 Z_2}{Z_1 + Z_2}$
- 某一交流电压的有效值相量 $\dot{U} = 10\angle 45^\circ \text{ V}$, 其最大值相量 \dot{U}_m 为()。
 - $10\angle 45^\circ$
 - $10\angle 135^\circ$
 - $10\sqrt{2}\angle 45^\circ$
 - $10\sqrt{2}\angle 135^\circ$
- 有一电阻 $R = 40 \Omega$, 其两端加电压 $u = 40\cos(200t)\text{V}$, 该电阻流经的电流 i 为()A。
 - $\cos(200t)$
 - $40\cos(200t)$
 - $\cos(200t + 90^\circ)$
 - $\cos(200t - 90^\circ)$
- 有一电感,两端的正弦交流电压 $u = 50\sqrt{2}\cos(100t + 30^\circ)\text{V}$, 电流 $i = 5\sqrt{2}\cos(100t - 60^\circ)\text{A}$, 其电感 L 为()。
 - 0.1 H
 - 0.2 H
 - 0.05 H
 - 0.15 H

6. 有关阻抗三角形,以下说法错误的是()。
- 阻抗的实部是电阻,虚部是电抗
 - 虚部是感抗和容抗之和
 - 阻抗表明了电路中电压和电流相量的关系
 - 阻抗角表明电压和电流相量的相位差
7. 有关功率三角形,以下说法错误的是()。
- 阻抗角的邻边是有功功率,对边是无功功率
 - 三角形的斜边是瞬时功率
 - 阻抗角越小,功率因数越高
 - 视在功率是电压有效值和电流有效值的乘积
8. 有关串联谐振,以下说法错误的是()。
- 感抗等于容抗
 - 谐振频率为 $f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$
 - 电流最小
 - 电阻电压等于总电压
9. 有关并联谐振,以下说法错误的是()。
- 感抗等于容抗
 - 谐振频率为 $f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$
 - 总电流最小
 - 电感电流等于电容电流
10. 有关三相交流电路,说法错误的是()。
- 由三个大小相等、相位互差 120° 的单相正弦交流电组成
 - 在星形连接中,线电压是相电压的 $\sqrt{3}$ 倍
 - 相电压与线电压同相位
 - 相电压为 220 V 时,线电压为 380 V

二、填空题

- 某一正弦交流电流 $i = 5\cos(314t + 45^\circ)$ A, 其周期为 _____ s。
- 正弦量的三要素是指 _____、_____、_____。
- 某正弦交流电流 $i = 10\cos(100t + 60^\circ)$ A, $t = 0$ 时其瞬时值为 _____ A。
- 某正弦交流电压 $u = 141.4\cos(\omega t + 30^\circ)$ V, 其有效值为 _____ V。
- 某电路中, 正弦交流电压 $u = 100\sqrt{2}\cos(\omega t + 45^\circ)$ V, 其相量表达式为 _____。
- 某一正弦电流相量 $\dot{I} = 5\angle 60^\circ$ A, 频率 $f = 50$ Hz, 其瞬时值表达式为 _____。
- 已知相量 $A_1 = 3 + j4$, $A_2 = 1 - j2$, 则 $A_1 + A_2 =$ _____, $A_1 \times A_2 =$ _____。
- 正弦交流电路的谐振电路包括 _____ 和 _____。
- 三相交流电路星形连接时, 线电压是相电压的 _____ 倍, 且线电压 _____ 相电压 30° 。
- 三相交流电路中, 每相相电压之间的相位互差 _____ 度, 每个线电压之间的相位互差 _____ 度。

三、判断题

1. 在正弦交流电路中,电容元件的电流相位超前电压相位 90° 。 ()
2. 串联谐振发生时,电路中的感抗等于容抗,且电路呈纯电阻性。 ()
3. 三相四线制供电系统中,中性线的作用是保证不对称负载的相电压对称。 ()
4. 在 RLC 串联电路中,总电压的有效值一定大于各元件上电压的有效值。 ()
5. 视在功率等于有功功率与无功功率之和。 ()

四、分析计算题

1. 有一电容 $C = 10 \mu\text{F}$, 流经的正弦交流电流 $\dot{I} = 5\angle 0^\circ \text{ A}$, 频率 $f = 1000 \text{ Hz}$ 。求电压 \dot{U} 。
2. RLC 电路如图 4.20 所示,电阻 $R_1 = 6 \Omega, R_2 = 8 \Omega$, 电感感抗 $X_L = 10 \Omega$, 电容容抗 $X_C = 6 \Omega$, 电源电压 $\dot{U} = 100\angle 0^\circ \text{ V}$ 。求通 R_2 的电流 \dot{I}_{R_2} 。

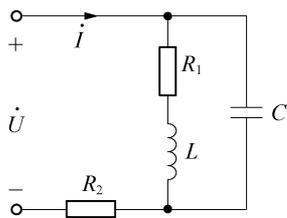


图 4.20 分析计算题 2

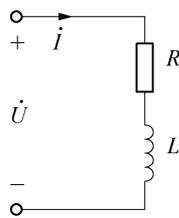


图 4.21 分析计算题 3

3. 有一 RL 串联电路,如图 4.21 所示,其中 $R = 30 \Omega$, 电感 $L = 0.4 \text{ H}$, 电路两端加电压 $u = 120\sqrt{2} \cos(100t + 30^\circ) \text{ V}$ 。求该电路的有功功率 P 、无功功率 Q 及功率因数 λ 。



【微信扫码】

本章相关资源

第5章

半导体器件基础

本章开始学习模拟电子技术相关知识。模拟电子技术是电子工程领域的重要组成部分,主要研究连续变化的模拟信号的处理、放大和传输,而半导体器件在模拟电子技术中占据主导地位。半导体器件因其具有体积小、重量轻、使用寿命长、输入功率小和功率转换效率高等优点而得到广泛应用。本章首先简要介绍半导体的基本知识,然后讨论半导体器件的基础——PN结,最后介绍基本的半导体器件:二极管和三极管(晶体管)。图 5.1 是本章知识结构的思维导图。

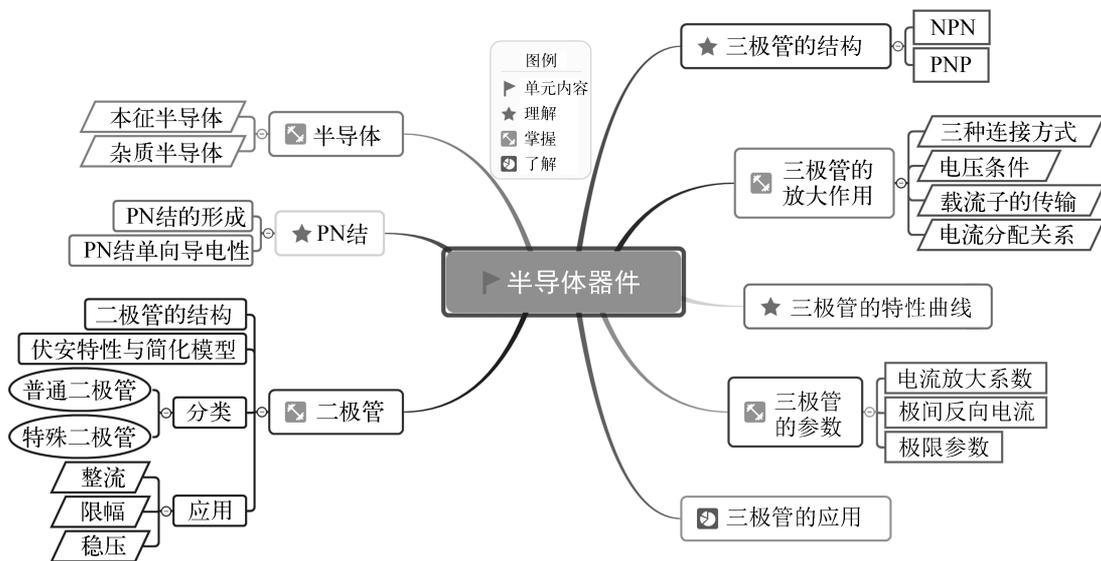


图 5.1 半导体器件基础知识点思维导图

5.1 半导体

物质的导电性能是由原子结构决定的。按照导电性能的不同,自然界的物质大体可分为导体、绝缘体和半导体。

金属等导体的原子最外层电子数通常是 1~3 个,且距离原子核较远,受原子核的束缚

力较小。由于外界影响,最外层电子获得一定能量后,极易挣脱原子核的束缚成为自由电子。因此,导体在常温下存在大量的自由电子,具有良好的导电性能。导体原子结构如图 5.2(a)所示。

橡胶等绝缘体的最外层电子数往往是 6~8 个,且距原子核较近,受原子核的束缚力较强,其外层电子很难挣脱原子核的束缚。所以,绝缘体在常温下具有极少的自由电子,导电性能很差或者几乎不导电。绝缘体原子结构如图 5.2(b)所示。

半导体最外层电子数一般是 4 个,常温下半导体的导电性能介于导体和绝缘体之间。半导体材料通过掺杂、光照等,可以人为控制其导电性能。半导体原子结构如图 5.2(c)所示。

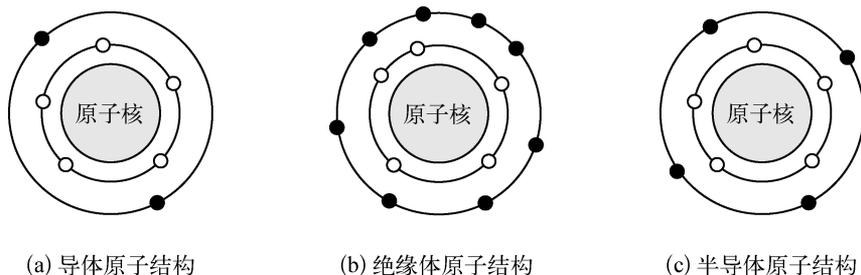


图 5.2 不同物质的原子结构

5.1.1 本征半导体

电子器件中常用的半导体材料为硅(Si)和锗(Ge),它们都是四价元素,原子的最外层轨道上有 4 个电子,称为价电子。原子结构简化模型如图 5.3 所示。

天然的硅和锗是不能制成半导体器件的,它们必须经过拉单晶工艺提炼成纯净的硅单晶体或锗单晶体,这些单晶体称为本征半导体。

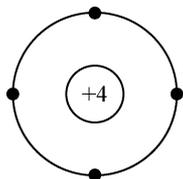


图 5.3 原子简化模型

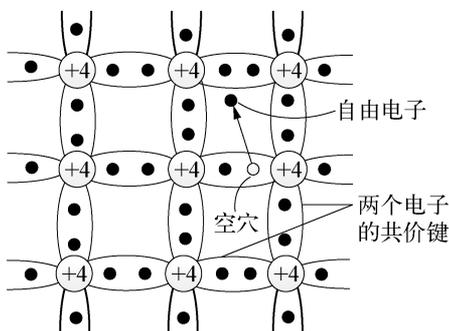


图 5.4 共价键被打破而产生空穴—电子对

如图 5.4 所示,相邻原子的最外层价电子相互作用,形成共价键。在绝对零度(约 $-273\text{ }^{\circ}\text{C}$)和没有外界其他能量激发时,价电子受共价键束缚,不能移动,半导体是无法导电的。当温度升高或受到光照后,部分价电子会获得足够的随机热振动能量而挣脱共价键的束缚,成为自由电子,这种现象称为本征激发。本征激发时,游离到空间的价电子在共价键上留下一个空位,称为空穴。与此同时,其他共价键上的电子很容易填补这个空穴而在原

来的位置上又留下新的空穴,新的空穴又会被邻近共价键中的另外价电子填补,这种价电子定向连续填补空穴的现象称为本征复合。虽然空穴本身是不能移动的,由于运动具有相对性,共价键中价电子依次“跳进”空穴进行填补,也可看作空穴依次反方向移动。能够移动的自由电子和空穴都是导电的载体,称为载流子。自由电子带负电,空穴带正电,自由电子形成的电流和空穴形成的电流方向相反。在本征半导体中,自由电子和空穴总是成对出现的。

在一定温度下,自由电子和空穴对的数量是固定的,即处于动态平衡状态。温度对载流子的浓度变化有很大影响,温度每升高 10°C ,载流子浓度就可增加一倍。显然,温度是影响半导体导电性能的重要因素。本征半导体中,通过本征激发形成的自由电子和空穴对数量有限,因此其导电能力很弱。

5.1.2 杂质半导体

在本征半导体中掺入少量杂质元素,其导电性能就会显著增强。根据掺入杂质元素的不同,杂质半导体可分为 P(空穴)型半导体和 N(电子)型半导体。

1. P 型半导体

在本征半导体中掺入少量的三价元素杂质,如硼、铟等,就形成 P 型半导体。如图 5.5(a)所示,三价元素由于最外层只有三个价电子,在与周围的硅原子组成共价键时,就会形成一个空位,相邻共价键上的电子就有可能填补这个空位,这样三价原子就得到一个电子,形成不能移动的负离子。失去电子的硅原子处就产生了一个空穴。负离子虽然带电,但不能移动,不能形成电流。P 型半导体仍呈电中性。

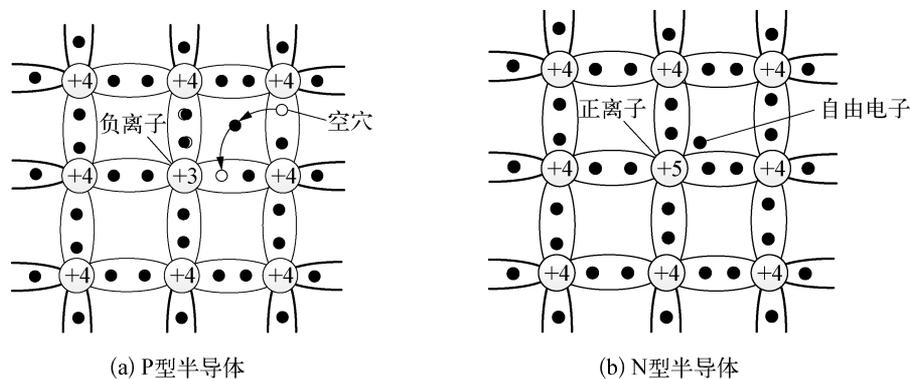


图 5.5 杂质半导体晶体结构示意图

掺入三价元素的杂质半导体中,产生了数量较多的空穴,并没有产生新的自由电子。所以,在常温下,本征激发产生的自由电子数量小于半导体中空穴的数量。也就是说,在这种半导体中,空穴为多数载流子(简称多子),自由电子为少数载流子(简称少子),空穴是导电的主体,所以称它为 P 型半导体。

2. N 型半导体

类似地,在本征半导体中掺入少量的五价元素杂质,如磷、砷等,就形成 N 型半导体。如图 5.5(b)所示,五价元素掺入后,与周围的硅原子组成共价键时,会多出一个自由电子。自

由电子游离五价元素后,五价原子就变成一个不能移动的正离子。正离子与负离子一样,也不能移动,不能形成电流。N型半导体仍呈电中性。

掺入五价元素后,产生了数量较多的自由电子,但并没有产生新的空穴。此时也存在因本征激发而导致的自由电子和空穴对,但这种半导体中自由电子数量多于空穴数量,故称之为N型半导体,即N型半导体中,自由电子为多子,空穴为少子。



思考题

半导体导电性能的重要特征有哪些?

5.2 PN结

5.2.1 PN结的形成

P型或N型半导体的导电能力虽然有很大提高,但不能直接用来制造半导体器件。如果在一块半导体硅片上,采用不同的掺杂工艺,可得到P型半导体与N型半导体,它们的交界处会形成一块特殊区域——空间电荷区,称为PN结。PN结是二极管、三极管、场效应管以及其他半导体器件的基本单元。

在一块半导体硅片两侧分别掺入三价和五价的杂质,便形成P型区和N型区。这样,在它们的交界处就出现了自由电子和空穴的浓度差,使得P区浓度高的空穴向N区扩散,N区浓度高的自由电子向P区扩散,这种由于浓度差而产生的运动称为扩散运动,如图5.6所示。在扩散过程中,交界处附近的大部分自由电子和空穴都复合了,由此打破了两区交界处原来的电中性。P区一边失去空穴,留下了带负电的杂质离子(图5.6中用 \ominus 表示);N区一边失去电子,留下了带正电的杂质离子(图中用 \oplus 表示)。这些不能移动的带电离子集中在交界处附近,形成了一个很薄的空间电荷区,也就是形成了一个微弱的电场。电场是内部载流子扩散形成的,与外部电压没有关系,因而被称为内电场。电场方向从带正电的N区指向带负电的P区。扩散作用越强,空间电荷区越宽。

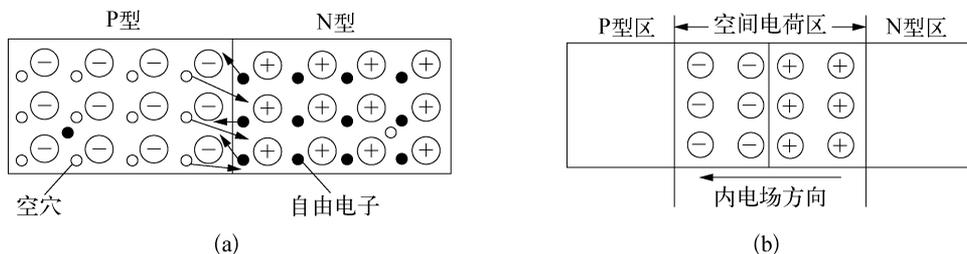


图 5.6 PN结的形成

当内电场形成后,由于内电场方向和多子扩散的方向相反,扩散运动就会变弱。在内电场的作用下,少子又会沿着电场的方向移动,这种运动叫作漂移运动。在无外电场和其他激发条件下,少子的漂移和多子的扩散运动达到动态平衡。平衡后,空间电荷区的宽度将维持

不变,PN 结形成。无外电场时,空间电荷区内,多数载流子已大多复合掉了,或者说消耗尽了,因此空间电荷区有时又称为耗尽区。

5.2.2 PN 结的单向导电特性

在 PN 结两端外加电压,会打破 PN 结内在的动态平衡。外加电压极性不同,PN 结的导电能力会表现出巨大反差。单向导电性是 PN 结的基本特性。

1. PN 结外加正向电压

当 PN 结接入电路,即 P 区接电源正极,N 区接电源负极,称所加电压为正向电压,也称 PN 结正向偏置(简称“正偏”)。如图 5.7 所示,外加电压方向与内电场方向相反。此时,外加电压形成的外加电场会驱使 P 区的多子空穴和 N 区的多子自由电子都向 PN 结移动。当 P 区空穴进入 PN 结后,会中和一部分原来的负离子,使 P 区的空间电荷量减少;同样,N 区的自由电子进入 PN 结后,也会中和部分正离子,减少 N 区的空间电荷量,结果 PN 结变窄,其电阻率减小。多数载流子易于通过,形成了较大的扩散电流(又称正向电流)。当外加电压大于 PN 结内电场产生的 PN 结电压时,由于外加电源不断向 PN 结提供电荷,扩散电流得以继续,因而产生导电现象。这时 PN 结处于低阻状态,又称导通状态。

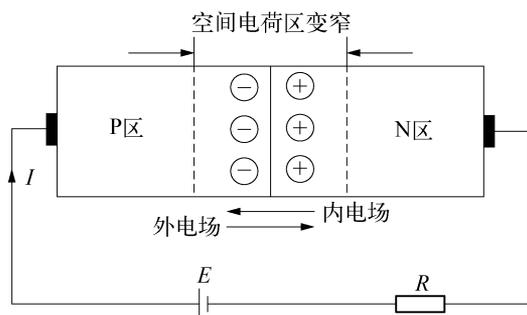


图 5.7 PN 结加正向电压

2. PN 结外加反向电压

当 PN 结的 N 区接电源正极、P 区接电源负极时,PN 结反向偏置,即反偏,如图 5.8 所示。此时外电场与内电场方向一致,增强了内电场,使得漂移运动加剧,扩散运动减弱,形成反向电流。与 PN 结正偏相反,PN 结反偏会导致空间电荷区变宽,电阻率增大。由于 P 区和 N 区的少子的数量非常少,因此形成的漂移电流也非常小,一般硅管为微安数量级。这些少子是由本征激发产生的,当半导体材料和掺杂浓度确定时,少子的数量仅与环境温度 T 有关,而与外加反向电压几乎无关,因此反向电流趋于恒定,即反向饱和电流 I_s 。由于反向电流很小,在 PN 结反偏的时候,呈现出一个阻值很大的电阻,可以近似认为其不导电,因此 PN 结加反向电压时处于截止状态。

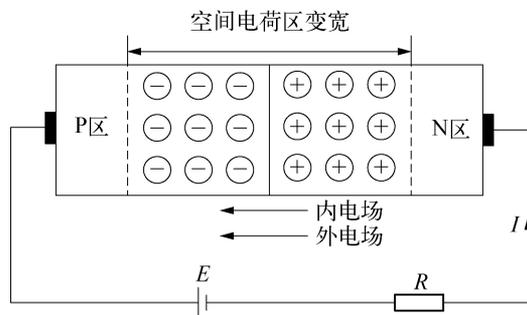


图 5.8 PN 结加反向电压

3. PN 结的电流方程

假设 PN 结两端电压为 u , 流过 PN 结的电流为 i , 则 PN 结的伏安特性可以用 PN 结的电流方程进行描述, 即

$$i = I_S (e^{u/U_T} - 1) \tag{5.1}$$

式中: I_S 为反向饱和电流, 该电流的大小由半导体材料、环境温度所决定, 几乎与外加电压无关; e 为自然对数的底; U_T 为温度电压当量, 定义为 $U_T = \frac{kT}{q}$, 其中 k 为玻尔兹曼常数 ($1.38 \times 10^{-23} \text{ J/K}$), T 为热力学温度, 即绝对温度 (单位为 K, $0 \text{ K} = -273 \text{ }^\circ\text{C}$), q 为电子电荷 ($1.6 \times 10^{-19} \text{ C}$), 在常温 ($T = 300 \text{ K}$) 下, $U_T = 26 \text{ mV}$ 。图 5.9 所示为硅材料 PN 结的伏安特性曲线。PN 结两端电压 u 大于一定门限时, 流过二极管的电流随着 u 的增大而急剧增大; 而 u 小于 0 时, 反向电流很小。

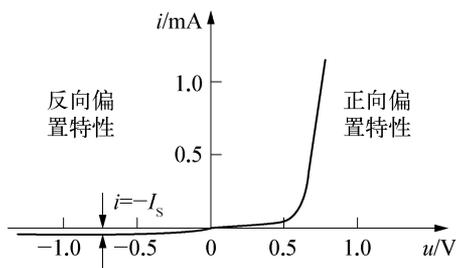


图 5.9 硅材料 PN 结的伏安特性

4. PN 结的反向击穿

当 PN 结两端的反向电压增大到一定数值时, 反向电流突然增加, 如图 5.10 所示。这个现象称为 PN 结的反向击穿。发生击穿所需的反向电压 U_{BR} 称为反向击穿电压。反向击穿包括雪崩击穿和齐纳击穿两种类型。

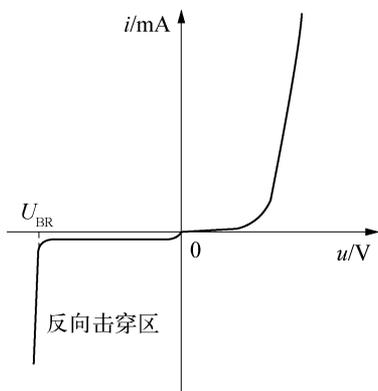


图 5.10 PN 结的反向击穿

(1) 雪崩击穿

当 PN 结反向电压增加时,空间电荷区中的电场随之增强。做漂移运动的少数载流子通过空间电荷区时,在很强的电场作用下获得足够的动能,撞击出晶体原子共价键中的价电子,从而形成更多的自由电子—空穴对,这种现象称为碰撞电离。新产生的电子和空穴与原有的电子和空穴一样,在强电场作用下获得足够的能量,继续碰撞电离,再产生电子—空穴对,这就是载流子的倍增效应。当反向电压增大到某一数值后,载流子的倍增情况类似于雪山上发生雪崩,载流子增加得多而快,使反向电流急剧增大,于是 PN 结被击穿,这种击穿称为雪崩击穿。

(2) 齐纳击穿

不同于雪崩击穿,齐纳击穿通常发生在掺杂浓度较高的 PN 结内。掺杂浓度较高导致了空间电荷区较窄,从而使载流子与中性原子碰撞的机会变少,因此难以发生碰撞电离。然而,正是由于空间电荷区较窄,因此在外加反向电压较小(一般小于 6 V)的情况下,空间电荷区可以形成一个强电场。该电场能够直接破坏共价键,并将被束缚的价电子分离出来,形成自由电子—空穴对,产生大量的载流子,从而形成较大的反向电流,这种现象称为齐纳击穿。

雪崩击穿和齐纳击穿都是可逆的,当反向电压降低后,PN 结可以恢复原来的状态,但其前提是反向电流和反向电压的乘积不超过 PN 结容许的耗散功率,否则就会因为热量散不出去而使 PN 结过热烧毁,即热击穿。虽然热击穿和电击穿是不同的,但大多数 PN 结的电击穿和热击穿几乎同时发生,除非特殊的 PN 结,如利用电击穿的齐纳二极管。

5.3 半导体二极管

半导体二极管与上一节介绍的 PN 结并无多大差别,可以将二极管看作是 PN 结的一个物化器件。因此,PN 结具有的特性均可在半导体二极管上体现出来。图 5.11 为二极管的几种典型封装。



图 5.11 二极管的几种典型封装

5.3.1 二极管的基本结构

利用不同的半导体材料、掺杂分布、几何结构,可研制出种类繁多、功能各异的各种二极管,用来产生、控制、接收、变换、放大信号和进行能量转换等。图 5.12 为二极管在电路中的符号,符号中的箭头方向是二极管导通时电流流动方向。



图 5.12 二极管在电路中的符号

在锗半导体上形成 PN 结的二极管称为锗二极管,统称锗管;在硅半导体上形成 PN 结的二极管称为硅二极管,统称硅管。由于材料不同,两者 PN 结导通电压不同。

按结构不同,二极管又分为点接触型和面接触型两类,如图 5.13 所示。点接触型多为锗管,其 PN 结面积小,不能通过大电流,但高频性好;面接触型多为硅管,其 PN 结面积大,能通过大电流,一般用作整流。

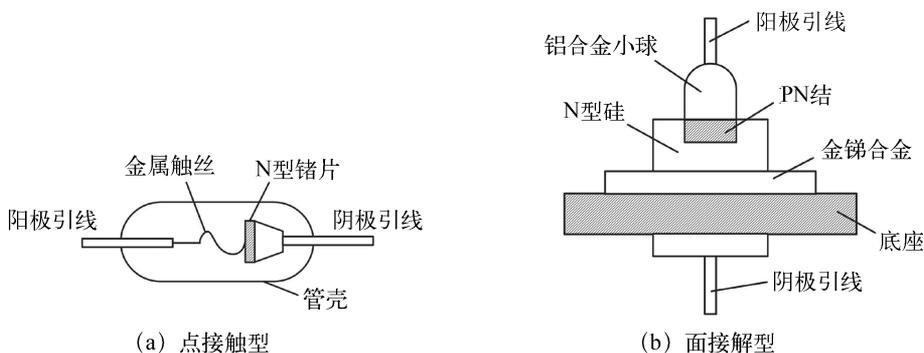


图 5.13 点接触型和面接触型二极管

5.3.2 二极管的伏安特性

由于二极管是由 PN 结直接封装而成的,因此其伏安特性与 PN 结一致,具有单向导电性。如图 5.14 所示,二极管的伏安特性曲线可分为三段。

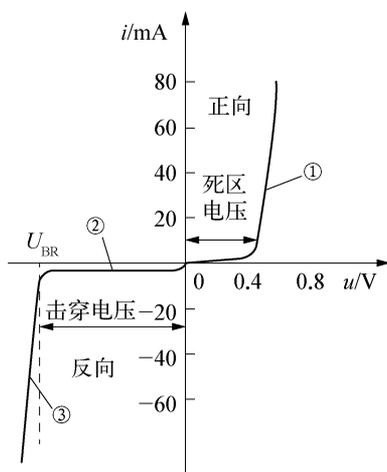


图 5.14 二极管的伏安特性曲线

1. 正向特性

当二极管两端加载正向电压且小于某一阈值时,外电场难以抵消 PN 结内电场对于扩散运动的阻碍,正向电流几乎为零,二极管不导通(呈现大电阻状态),通常该区域称为“死区”。死区对应的电压最大值称为死区电压(又称门槛电压、阈值电压)。通常硅管死区电压约为 0.5 V,锗管死区电压约为 0.1 V。

当二极管两端所加正向电压超过死区电压时,PN 结电场明显减弱,电流迅速增大,二极管正向导通。由于导通后,曲线较垂直陡峭,所以通常认为,硅管正向导通压降约为 0.7 V,锗管约为 0.2 V。此时二极管呈现低电阻特性,其正向特性曲线如图 5.14 中①所示。

2. 反向特性

当二极管两端外加反向电压时,外电场的作用抑制了多子的扩散运动且增强了少子的漂移运动,形成反向饱和电流。但由于少数数目很小,因此反向电流很小,如图 5.14 中②所示。在一般的电路分析中,可近似认为反向电流为零。

3. 反向击穿特性

当反向电压增加到一定值(U_{BR})时,反向电流将急剧增大,二极管被反向击穿,如图 5.14 中③所示。

5.3.3 二极管电路的简化模型

由二极管的伏安特性可知,二极管是一种非线性器件,分析计算二极管电路时就会涉及非线性电路的分析,相对来说比较复杂。因此,在误差允许范围内,通常将二极管的伏安特性简化为线性关系进行分析,简化后的元件称为二极管的等效模型。较为常用的两种模型是二极管理想模型和恒压降模型。

1. 理想模型

二极管理想模型的符号如图 5.15(a)所示,其特性曲线如图 5.15(b)所示。二极管正偏时导通,压降 $u_D=0$ V,相当于开关闭合,如图 5.15(c)所示;二极管反偏时截止,反向电流 $i_D=0$ A,相当于开关打开,如图 5.15(d)所示。

在二极管应用电路中,理想模型常用于电路中二极管导通状态的定性分析,即判断电路中二极管是否处于导通状态,这样可以简化分析过程。

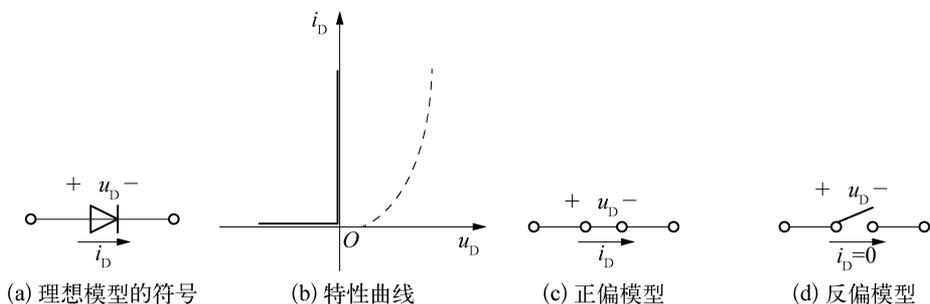


图 5.15 二极管的理想模型

2. 恒压降模型

在流过二极管的电流 $i_D \geq 1 \text{ mA}$ 时,可采用恒压降模型,如图 5.16 所示,即认为二极管导通后的管压降 u_D 是恒定不变的(不随电流变化而变化)。硅二极管的恒压降 U_D 近似为 0.7 V ,锗二极管的恒压降 U_D 近似为 0.3 V 。该模型提供了合理的近似,精度高于理想模型,因此应用更广。

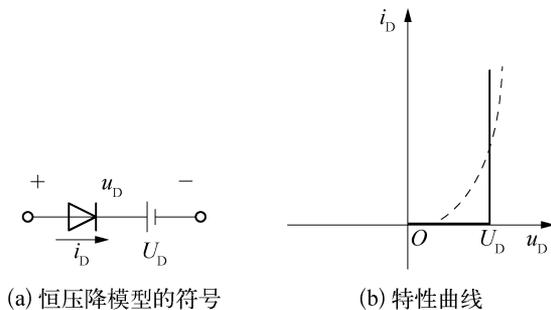


图 5.16 二极管的恒压降模型

【例 5-1】 二极管电路如图 5.17 所示, $U_1 = 6 \text{ V}$, $U_2 = 9 \text{ V}$, $R = 100 \Omega$ 。要求:

- (1) 二极管为理想二极管,当开关 S 打开和闭合时,输出电压 U_o 的值分别为多少?
- (2) 采用恒压降模型,并设二极管的导通电压 $U_D = 0.7 \text{ V}$,当开关 S 打开和闭合时,流过负载 R 的电流分别为多少?

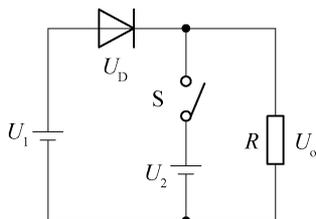


图 5.17 [例 5-1] 电路

解 (1) 开关打开时,二极管导通, $U_o = U_1 = 6 \text{ V}$;

开关闭合时,二极管截止, $U_o = U_2 = 9\text{ V}$ 。

(2) 采用恒压降模型:

当开关打开时,二极管导通, $U_o = U_1 - U_D = 6 - 0.7 = 5.3(\text{V})$, $I = \frac{U_o}{R} = \frac{5.3}{100} = 0.053(\text{A})$;

当开关闭合时,二极管截止, $U_o = U_2 = 9\text{ V}$, $I = \frac{U_o}{R} = \frac{9}{100} = 0.09(\text{A})$ 。

5.3.4 特殊二极管

除了利用单向导电性制作而成的普通二极管,还有利用反向击穿特性制作的稳压二极管、利用PN结电致发光和光电效应制作的光电二极管、发光二极管等。

1. 稳压二极管

稳压二极管又称齐纳二极管,简称稳压管,电路符号如图 5.18(a)所示。这种二极管的杂质浓度比较高,空间电荷区内的电荷密度也大,因而该区很窄,容易形成强电场。当反向电压加到某一定值时,会产生反向击穿。稳压二极管正是利用PN结的反向击穿特性,即反向电流在很大范围内变化时PN结两端电压几乎维持不变,起到稳压作用。

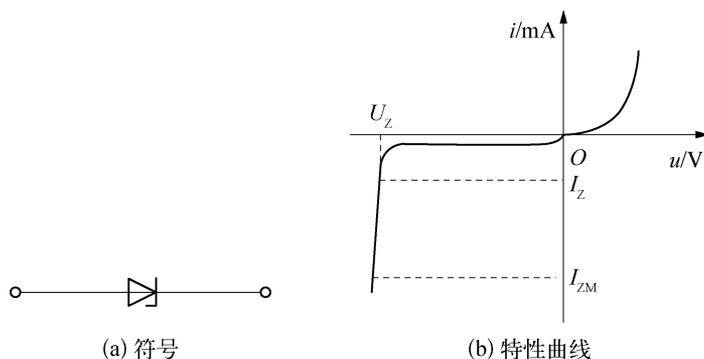


图 5.18 稳压二极管的符号及特性曲线

稳压管被广泛应用于稳压电源和限幅电路中,其伏安特性曲线和普通二极管类似,只是稳压管的击穿电压比普通二极管低得多,反向击穿的特性曲线比较陡。如图 5.18(b)所示,稳压管的稳压参数主要有稳定电压 U_Z 和稳定电流 I_Z 。 U_Z 是稳压管在反向击穿状态时的稳定工作电压,一般是在稳定电流 I_Z 时测得的。稳定电流不能超过上限值 I_{ZM} ,否则会造成稳压管永久性击穿。

2. 光电二极管

光电二极管利用了PN结的光电效应,是一种将光信号转换为电信号的光电传感器件,其电路符号如图 5.19(a)所示。它的结构与PN结二极管类似,但它的PN结能够通过透明管壳接收外部光照。在反向偏置状态下,光电二极管的反向电流随光照强度的增加而增大,其原因是光照可以激发出耗尽区更多的载流子——电子—空穴对,从而增大了二极管的反向饱和电流。图 5.19(b)是它的特性曲线,由图可知,它的反向电流与照度成正比。

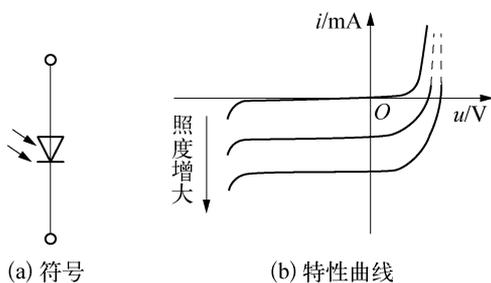


图 5.19 光电二极管的符号及特性曲线

3. 发光二极管

发光二极管通常由含镓、砷、磷、氮等元素的化合物制成,是一种常用的发光器件,符号如图 5.20 所示。它利用 PN 结的电致发光特性,通过自由电子与空穴的复合释放能量发光。发光二极管的光谱范围通常较窄,波长取决于所使用的基本材料,目前有红、绿、黄、橙、蓝等颜色。发光二极管的特性与普通二极管相似,但是开启电压比普通二极管大,一般在 $1.6\sim 2\text{V}$ 。正向电流越大,发光越强。发光二极管常用来作为显示器件,除单个使用外,也常作成七段式或矩阵式器件。

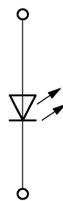


图 5.20 发光二极管符号

5.3.5 二极管的典型应用

利用二极管的单向导电性、反向击穿特性等,可以构成整流、限幅、稳压、开关、钳位、滤波等多种功能电路。

1. 整流电路

整流电路是将交流电转换成单向脉动性直流电的电路,主要由整流二极管组成。经过整流电路之后的电压是一种含有直流电压和交流电压的混合电压,将其称为单向脉动性直流电压。整流电路主要有半波整流电路和全波整流电路。

半波整流电路是一种利用二极管的单向导电性进行整流的简单电路,如图 5.21(a)所示,电路中的二极管使用理想开关模型近似简化,当 u_i 为正半周时二极管导通, $u_o = u_i$; u_i 为负半周时二极管截止, $u_o = 0$ 。因此,负载 R 两端的电压为半周的正弦脉冲电压,如图 5.21(b)所示。

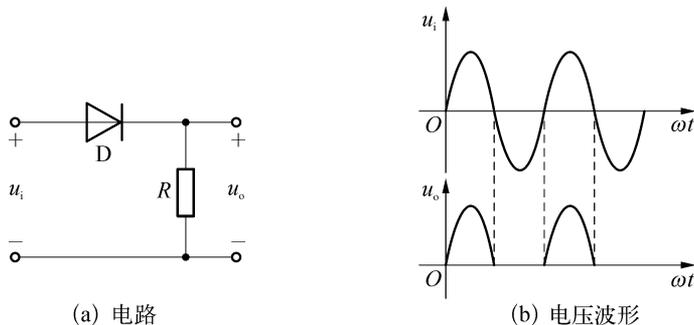


图 5.21 半波整流电路及电压波形

图 5.22(a)为桥式全波整流电路,它由四只整流管组成。由二极管的单向导电性可知,当 u_i 为正半周时, D_1 、 D_3 导通, D_2 、 D_4 截止,电流通路如图 5.22(a)中实线箭头所示; u_i 为负半周时, D_2 、 D_4 导通, D_1 、 D_3 截止,电流通路如图中虚线箭头所示,可见流过负载 R 的电流方向始终不变。负载 R 两端的电压波形如图 5.22(b)所示,它们都是单方向的全波脉动波形。

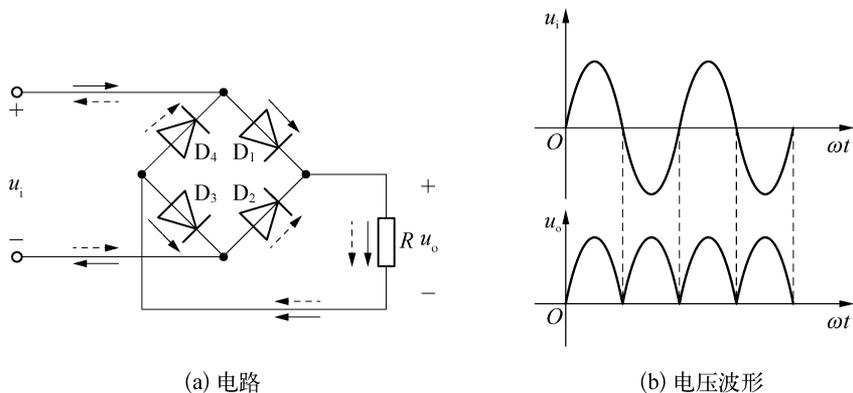


图 5.22 桥式全波整流电路及电压波形

2. 限幅电路

限幅电路是能按照限定范围“削平”信号电压波幅的电路,又称为削波电路,限幅电路按功能分为上限限幅电路、下限限幅电路和双向限幅电路三种。在电子电路中,限幅电路常用于对各种信号进行整形和波形变换,也用于对电路进行过压保护。图 5.23(a)是上限限幅电路,其中 u_r 是上门限电压。若二极管 D 是理想二极管,当输入电压 $u_i > u_r$ 时,二极管 D 导通, $u_o = u_r$,输出波形被限幅;当 $u_i < u_r$ 时,二极管截止, $u_o = u_i$,如图 5.23(b)所示。

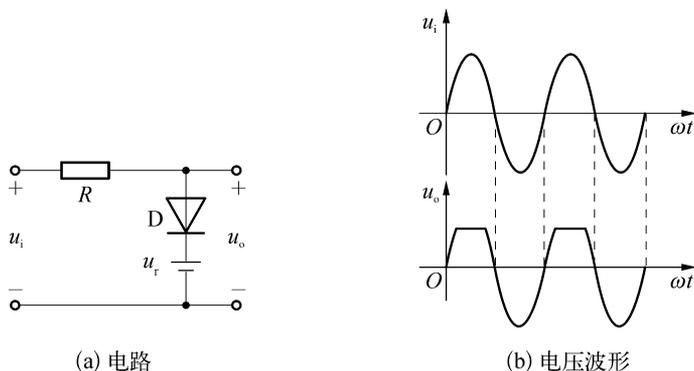


图 5.23 限幅电路及电压波形

3. 稳压电路

稳压电路是在输入电压波动或负载发生改变时仍能保持输出电压基本不变的电源电路。它利用的是稳压二极管的反向击穿特性,即稳压二极管反向击穿后,当电流出现较大变化时,其两端电压变化很小。在电路中通常是在需要稳压的负载两端并联稳压二极管来实现。

如图 5.24 所示, R 是限流电阻, 以防止电流过大烧坏稳压管, 同时限流电阻也能起到分压作用。当负载电阻 R_L 不变但输入电压 U_i 升高时, 稳压管的稳定电流 I_Z 增大, 则限流电阻 R 上的电压增大, 从而保证 R_L 上的电压 U_L 稳定。而当输入电压 U_i 不变但负载电阻 R_L 减小时, 流过 R_L 的电流 I_L 会增大, 导致稳压管的稳定电流 I_Z 减小, 从而确保限流电阻 R 上的压降稳定, 因此 R_L 上的电压也保持稳定。

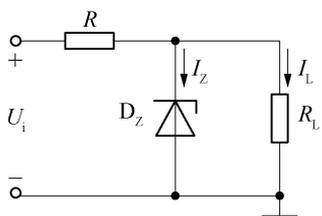


图 5.24 稳压电路

5.4 三极管

三极管又称为半导体三极管、晶体三极管、晶体管, 是电子电路的核心元件之一。常见的三极管封装如图 5.25 所示。三极管内部有两个 PN 结, 在工作过程中有自由电子和空穴两种极性载流子共同参与导电, 因此也称为双极型晶体三极管。

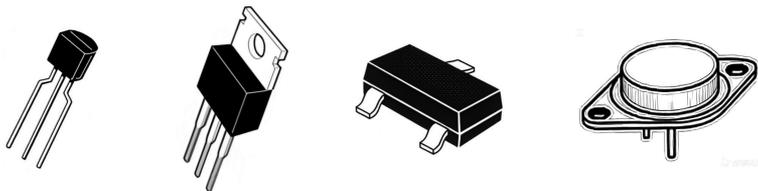
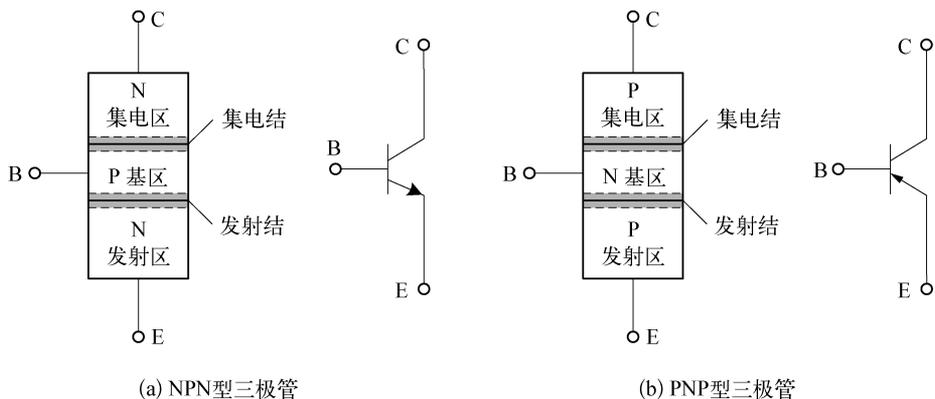


图 5.25 常见的三极管封装

三极管体积小、重量轻、耗电少、寿命长、可靠性高, 其主要作用是放大, 电流、电压和功率等物理量都可以通过三极管进行放大。三极管按照不同的材料特性可分为硅三极管和锗三极管等; 按照工作频率的不同可分为高频三极管和低频三极管; 按照结构特点可分为 NPN 型三极管和 PNP 型三极管。

5.4.1 三极管的结构

三极管由两个 PN 结组成, 一个 P 区夹在两个 N 区中间的三极管称为 NPN 型三极管, 一个 N 区夹在两个 P 区中间的三极管称为 PNP 型三极管, 两类三极管的结构示意图及对应的电路符号如图 5.26 所示, 发射极的箭头表示正电流的流向, 是区分两种类型三极管的关键。



(a) NPN 型三极管

(b) PNP 型三极管

图 5.26 三极管的结构与电路符号

三极管的三个杂质半导体区域各引出一个电极,分别称为发射极 E、集电极 C 和基极 B,它们对应的杂质半导体区域分别称为发射区、集电区和基区。三个区域之间形成两个 PN 结,发射区和基区之间的 PN 结称为发射结,集电区和基区之间的 PN 结称为集电结。

在制造三极管时,有意识地使管子内部发射区具有较小的面积和较高的掺杂浓度;让基区掺杂浓度较低且做得很薄;把集电区面积做得较大,掺杂浓度介于发射区和基区之间。上述结构特点是保证三极管实现电流放大的关键条件。显然,由于结构上的差异,三极管的发射极和集电极虽然类型相同,但绝不能互换使用。

5.4.2 三极管的放大作用

三极管要实现放大作用,除了满足上述结构和掺杂浓度的要求外,还要有满足条件的外部电压。将三极管等效成双端口网络,则三极管中的某个电极必定作为输入和输出的公共端点,因此三极管的使用存在 3 种连接方式:共基极、共发射极和共集电极。如图 5.27(a)所示,发射结加正向电压,即基极(P 区)接电压正极,发射极(N 区)接电压负极;集电结加反向电压,即集电极接电压正极,基极接电压负极。此种接法中,基极为两个电压的公共端,因此被称为共基接法。

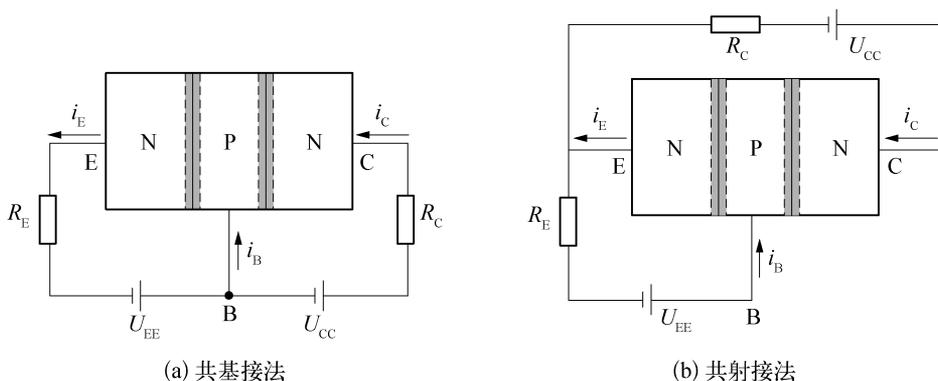


图 5.27 三极管共基、共射接法

更常用的接法是共射接法,如图 5.27(b)所示。以发射极为公共的电压负极,基极和集电极分别接两个电压的正极。从电位的角度分析,只要 C、E 间的电压 u_{CE} 大于 B、E 间的电压 u_{BE} ,C 点的电位就高于 B 点的电位, $u_{BC} < 0$,则 B、C 间的集电结就相当于加了反向电压。共射接法和共基接法对三极管内部的作用是一致的。

下面以共射接法的 NPN 型三极管为例,介绍其电流放大原理。

发射结正偏时,发射区的多子自由电子和基区的多子空穴很容易越过发射结互相向对方扩散。但因发射区载流子浓度远大于基区的载流子浓度,因此通过发射结的扩散电流基本上是发射区向基区扩散的多子形成的,即发射区向基区扩散的自由电子构成发射极电流 i_E 。

另外,由于基区的掺杂浓度较低且很薄,从发射区注入基区的大量自由电子,只有小部分与基区中的空穴相“复合”。复合掉的载流子又会由基极电源不断地予以补充,从而形成基极电流 i_B 。

在基区被复合掉的载流子仅为发射区发射载流子中的极少数,剩余大部分发射载流子

由于集电结反偏而无法停留在基区,继续向集电结边缘进行扩散。集电区掺杂浓度虽然低于发射区,但高于基区,且集电结的面积较发射结大很多,因此这些聚集到集电结边缘的载流子在反向电场作用下,很容易被收集到集电区,从而形成集电极电流 i_C 。

以上三极管内部载流子运动与外部电流情况如图 5.28 所示。

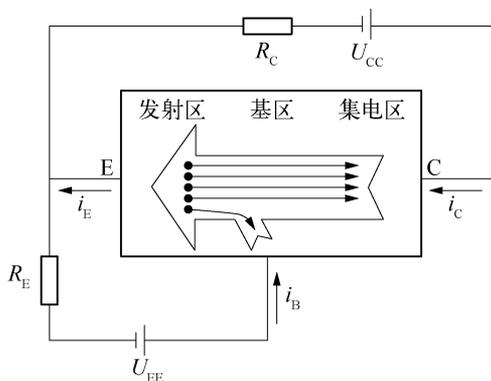


图 5.28 三极管内部载流子运动与外部电流情况

根据自然界的能量守恒定律及电流的连续性原理,三极管的发射极电流、基极电流和集电极电流遵循基尔霍夫电流定律,即

$$i_E = i_B + i_C \quad (5.2)$$

三极管的集电极电流 i_C 稍小于 i_E ,但远大于 i_B , i_C 与 i_B 的比值在一定范围内基本保持不变,即

$$i_C = \beta i_B \quad (5.3)$$

式(5.3)中的 β 值称为三极管的电流放大系数。不同型号、不同用途的三极管,其 β 值相差较大,范围通常在几十至一百多。

由此可得出三极管的电流放大原理。把需要放大的电压或电流信号接在基极,形成一个较小的基极电流 i_B ,只要三极管导通,集电极和发射极就会产生较大的电流 i_C 和 i_E 。若将负载接在 C、E 两极中间,就会得到放大的输出信号。

注意:实际的三极管内部载流子的运动情况要复杂得多。除了发射区的多子向基区扩散和向集电区漂移外,三个区的少子和基区、集电区的多子都参与导电形成一定的电流,为了突出主要作用,这些载流子形成的电流此处忽略不计,即上述的各级电流 i_E 、 i_B 、 i_C 都为近似值, β 也为近似值。

图 5.29 所示电路为典型的共射极放大电路,输入信号和输出信号都有一端连接在发射极。另外还有共基极和共集电极接法,下一章将详细介绍。

实际上三极管的“电流放大作用”,并不是将小电流 i_B 放大成大电流 i_C ,而是以小电流 i_B 的微小变化,去控制比它大几十倍的大电流 i_C 的变化。其间所需的能量由为三极管提供偏置的直流电源提供(能量不能放大,只能转换)。因此,三极管的电流放大作用本质上是一种控制作用,这种通

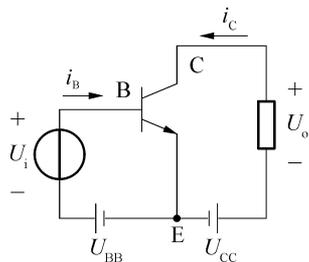


图 5.29 共射极放大电路

过一个量的变化来控制另外一个或多个量的思想,是设计许多控制电路和控制系统的重要思想。



思考题

三极管要发挥放大作用,必须满足哪些内部和外部条件?

5.4.3 三极管的特性曲线

三极管的特性曲线是内部载流子运动规律的外部表现,也称为三极管的伏安特性曲线或三极管的外特性。它可以反映三极管的工作性能,还可用于定量估算三极管的一些参数,是分析和设计放大电路的重要依据。三极管最常用的特性曲线是共发射极接法时的输入特性曲线和输出特性曲线。

1. 输入特性

共射极连接时的输入特性曲线描述了当输出电压 u_{CE} 为某一常数时,输入基极电流 i_B 与输入发射结压降 u_{BE} 之间的函数关系,即

$$i_B = f(u_{BE}) \Big|_{u_{CE}=\text{常数}} \quad (5.4)$$

由于电流 i_B 也流过发射结,因此它与 u_{BE} 呈指数关系,即发射结正偏时输入特性曲线与 PN 结的伏安特性曲线相似。图 5.30 是 NPN 型硅三极管共射极连接时的输入特性曲线,图中绘出了对应 u_{CE} 三种不同值时的情况。

u_{CE} 对曲线产生影响的原因如下:共射极连接时,集电结反偏电压 $u_{CB} = u_{CE} - u_{BE}$ 。在 u_{BE} 不变的情况下,当 u_{CE} 较小时,集电结可能处于正偏或反偏电压很小,集电区收集载流子的能力较弱,载流子在基区停留时间变长,复合概率增大, i_B 较大。随着 u_{CE} 的增加,集电结反偏电压 u_{CB} 也增大,收集载流子能力增强,发射区注入基区的载流子在基区停留时间变短;与此同时,反偏电压也使集电结空间电荷区变宽,从而使基区的有效宽度减小,这两种变化都使载流子在基区的复合机会减少,结果使 i_B 减小。意味着在同样的 u_{BE} 下 i_B 减小,特性曲线右移。

实际上,当 $u_{CE} > 1\text{ V}$ 以后,其影响已经很小。因为这时集电结的电场已足够强,几乎能收集到所有可收集的载流子,以至于 u_{CE} 再增加时, i_B 也不再明显减小,因此常用一条曲线代替。

2. 输出特性

共射极连接时的输出特性曲线描述了当输入电流 i_B 为某一常数时,输出端口的 i_C 与 u_{CE} 间的关系,用函数表示为

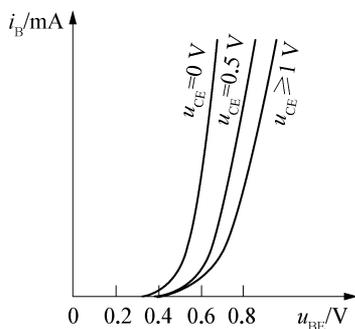


图 5.30 三极管的输入特性曲线

$$i_C = f(u_{CE}) \Big|_{i_B = \text{常数}} \quad (5.5)$$

每一个确定的输入基极电流 i_B 都对应一条特性曲线,因此三极管的输出特性曲线是一簇曲线,如图 5.31 所示。当 $u_{CE} = 0$ 时(即三极管发射极与集电极短路), $u_{CB} = -u_{BE}$,集电结正偏,集电区没有收集载流子的能力,因此集电极电流 $i_C = 0$;当 u_{CE} 从零逐渐增大时,集电结电场随之增强,收集基区非平衡少子的能力逐渐增强,因此集电极电流 i_C 也随之增大;当 u_{CE} 增大到一定数值时,集电结电场足以将基区大部分非平衡少子收集到集电区,即便再增大 u_{CE} ,集电区的收集能力也不会明显增强,在图 5.31 中表现为曲线近似平行于横轴,此时集电极电流 i_C 的大小仅由基极电流 i_B 决定。

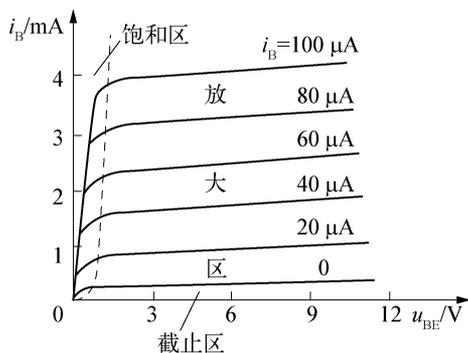


图 5.31 三极管的输出特性曲线

从图中可以看出,三极管的输出特性曲线分为三个工作区域,分别为饱和区、放大区、截止区。

(1) 放大区

$i_B = 0$ 上方基本水平的曲线族是放大区,三极管工作在放大区时,要求发射结正偏电压大于开启电压,且集电结反偏。 i_C 主要受 i_B 的控制,即 $i_C = \beta i_B$ 。

(2) 饱和区

横轴上方左侧特性曲线快速上升的区域是饱和区。在该区域内, u_{CE} 较小,集电区收集载流子的能力较弱,即使 i_B 增加, i_C 也增加不多,即 $i_C < \beta i_B$,但 i_C 随着 u_{CE} 的增加而快速上升。在饱和区,发射结正偏,集电结正偏。此时, i_C 随着 u_{CE} 的增大而增大,而 i_B 对 i_C 的影响不明显。

(3) 截止区

在该区域,发射结偏置电压小于 PN 结的开启电压,集电结反偏,三极管无法导通,此时, $i_B = 0, i_C \approx 0$ 。

5.4.4 三极管的主要参数

三极管的参数用于表征其性能和适用范围,是选用、设计电路的依据。三极管的参数很多,这里只介绍几个主要参数。

1. 电流放大系数

在忽略少数载流子等因素的前提下,电流放大系数即 β ,就是在集电极电压 u_{CE} 一定时,集电极电流 i_C 和基极电流 i_B 的比值。

$$\beta = \frac{i_C}{i_B} \quad (5.6)$$

如图 5.31 所示, β 可以从输出特性曲线上找到相应的点对应的 i_C 和 i_B 来求出。

2. 极间反向电流

极间反向电流包括两个参数:集电极—基极反向饱和电流 I_{CBO} 及集电极—发射极反向

饱和电流 I_{CEO} 。 I_{CBO} 是指发射极开路,集电极和基极之间加反向电压时的反向饱和电流。 I_{CEO} 是指基极开路,集电极和发射极间加反向电压时,由集电区穿过基区流向发射区的反向饱和电流,也称为穿透电流。

3. 极限参数

极限参数规定了三极管安全工作时的电压、电流、功率损耗。

(1) 集电极最大允许电流 I_{CM} 。

当集电极电流 I_{C} 超过一定值时,三极管 β 值会明显下降。因此,规定 β 值下降到额定值的 $2/3$ 时所对应的集电极电流为集电极最大允许电流 I_{CM} 。当 $I_{\text{C}} > I_{\text{CM}}$,管子不一定损坏,但 β 值将过小,放大能力下降。

(2) 极间反向击穿电压。

三极管某一电极开路时,另两个电极之间所允许承载的最高反向电压为极间反向击穿电压,包括以下三种情况。

① $U_{(\text{BR})\text{EBO}}$:指集电极开路时,发射极—基极间的反向击穿电压,小功率管的 $U_{(\text{BR})\text{EBO}}$ 一般为几伏。

② $U_{(\text{BR})\text{CBO}}$:指发射极开路时,集电极—基极间的反向击穿电压,其值较高,通常为几十伏。

③ $U_{(\text{BR})\text{CEO}}$:指基极开路时,集电极—发射极间的反向击穿电压。

(3) 集电极最大允许耗散功率 P_{CM} 。

集电极电流 i_{C} 和电压 u_{CE} 的乘积称为集电极耗散功率。三极管工作时不得超过最大允许耗散功率 P_{CM} 值,否则集电结将会升温,器件有被烧毁的风险。

5.4.5 三极管的主要应用

1. 放大电路

三极管主要用于放大,根据不同的电路接法,三极管可做到电压放大、电流放大和功率放大。多个三极管以及 NPN、PNP 型三极管组合连接,还可以构成互补功率放大电路、克服温漂的差分放大电路、增强放大倍数的多级放大电路等,后续章节将会详细一一介绍。

2. 开关电路

三极管发挥开关作用时工作在饱和区和截止区。当发射结正偏、集电结也正偏时,三极管的基极电流大到一定程度,集电极电流不再随基极电流的增大而按倍数放大,而是稳定在某一固定值,此时集电极和发射极之间相当于开关导通状态。当发射结外加反向电压或无电压时,基极电流为零,三极管不导通,处于截止状态,相当于开关断开。

3. 驱动电路

三极管可用于功率驱动等电路,图 5.32 为单片机驱动蜂鸣器电路。三极管复合为达林顿管时,还可以驱动 LED 智能显示屏、小型继电器和电机调速等。

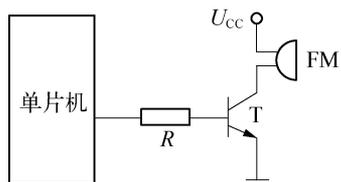


图 5.32 蜂鸣器驱动电路

习 题

一、单选题

- 本征半导体中,自由电子的浓度()空穴的浓度。
 - 大于
 - 小于
 - 等于
 - 远大于
- PN结外加正向电压时,电压的接法是()。
 - 正极接N区、负极接P区
 - 正极接P区、负极接N区
 - 正极接N区、负极接地
 - 正极接P区、负极接地
- 从二极管的伏安特性曲线可以看出,二极管具有()特性。
 - 正向导通,反向截止
 - 正向截止,反向导通
 - 正向反向都导通
 - 正向反向都截止
- 稳压二极管工作在()状态。
 - 正向导通
 - 反向截止
 - 反向击穿
 - 正向击穿
- 三极管能够实现放大的内部结构条件是()。
 - 有三个掺杂浓度不一样的域
 - 空穴和电子都参与了导电
 - 两个背靠背的PN结
 - 发射区杂质浓度远大于基区,基区很薄,集电结面积比发射结大
- 关于三极管的三个电流之间的关系,以下说法错误的是()。
 - $i_C = \beta i_B$
 - β 是由三极管的特性决定的
 - 粗略计算时,可令 i_E 约等于 i_C
 - $i_C = i_B + i_E$
- 反向电流随光照强度变化的二极管属于()。
 - 发光二极管
 - 稳压二极管
 - 光电二极管
 - 所有二极管都具有这个特性
- 温度升高会使N型半导体中的载流子浓度发生()变化。
 - 多子增加
 - 少子增加
 - 多子少子都增加
 - 不变
- 有关三极管饱和区的说法,正确的是()。
 - u_{CE} 很小,接近0V
 - $i_C = \beta i_B$
 - 饱和区三极管的放大作用很强
 - 饱和区在输出特性曲线图的靠下部分
- 有关三极管放大区和截止区的说法,错误的是()。
 - 放大区 u_{CE} 很小,接近0V
 - 截止区 i_B 几乎为0
 - 放大区 u_{CE} 越大, i_C 越大
 - 截止区 i_C 几乎为0

二、填空题

1. N 型半导体中掺杂 _____ 价元素,形成的多数载流子是 _____,少数载流子是 _____。
2. P 型半导体中掺杂 _____ 价元素,形成的多数载流子是 _____,少数载流子是 _____。
3. N 型半导体 _____ (带正电、带负电、呈电中性);P 型半导体 _____ (带正电、带负电、呈电中性)。
4. PN 结击穿特性分 _____ 和 _____ 两个方面,掺杂浓度很高的 PN 结一般以 _____ 方式击穿。
5. 在 PN 结内部,由载流子浓度差引起的载流子的运动叫 _____;由内电场引起的载流子的运动叫 _____。
6. 在常温下,杂质半导体中的多数载流子主要因 _____ 而产生,而少数载流子因 _____ 而产生。
7. 理想二极管导通后,其两端的电压为 _____ V。
8. 三极管的两个 PN 结分别叫作 _____ 和 _____。
9. 三极管的三个极分别是 _____、_____ 和 _____。
10. 三极管的输出特性曲线分为放大区、_____ 和 _____。

三、分析计算题

1. 判断图 5.33 中二极管是导通还是截止,并求各电阻上的电压。

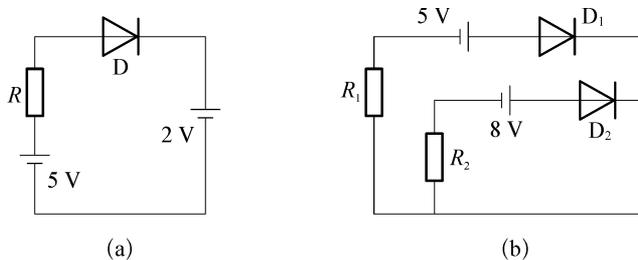


图 5.33 题 1 电路图

2. 图 5.34 中稳压管的稳定电压为 5 V,当电压 U 为 3 V 时,求电阻 R 上的电压 U_R 。当 U 为 10 V 时 U_R 为多少?

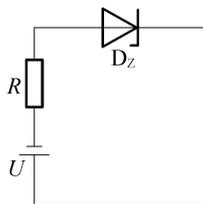


图 5.34 题 2 电路图

3. 如图 5.35 所示二极管电路,输入电压 u_i 是幅值 12 V 的正弦交流电,试画出输出电压 u_o 的波形。

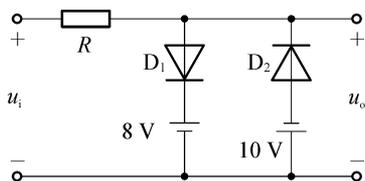


图 5.35 题 3 电路图

4. 判断图 5.36 中各三极管是工作在放大区、饱和区还是截止区。

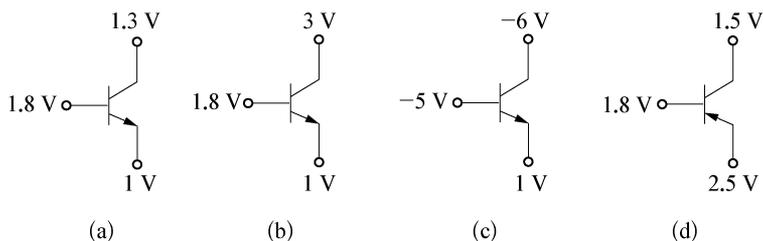


图 5.36 题 4 电路图

5. 放大电路中有一个 NPN 型三极管,测得其三个极对地电位分别是 $U_1 = 6\text{ V}$, $U_2 = 8\text{ V}$, $U_3 = 6.7\text{ V}$,试确定 1、2、3 三个极各是该三极管的什么极。

6. 有两只三极管,现测得它们两个电极的电流方向和大小如图 5.37(a)和图 5.37(b)所示。

- (1) 试求另一个电极的电流大小,并标出该电流的实际流向。
- (2) 判断两个三极管的三个电极各是什么电极。
- (3) 若 I_{CEO} 均为零,试求各管的电流放大系数值 β 。

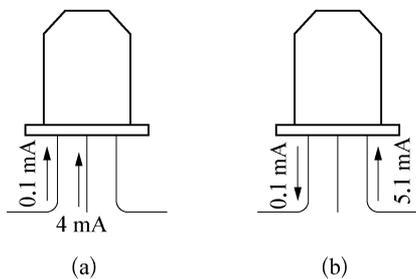


图 5.37 题 6 电路图



【微信扫码】
本章相关资源

第 6 章

三极管基本放大电路

三极管作为放大电路的有源器件,用于对电源能量进行控制并将其转换成输出信号,但前提是三极管要工作在放大区。因此,需要将三极管与电阻、电容、电源等组成放大电路,才能发挥三极管的放大作用。本章将介绍基本的放大电路及其原理、特点和分析方法。图 6.1 是本章知识结构的思维导图。

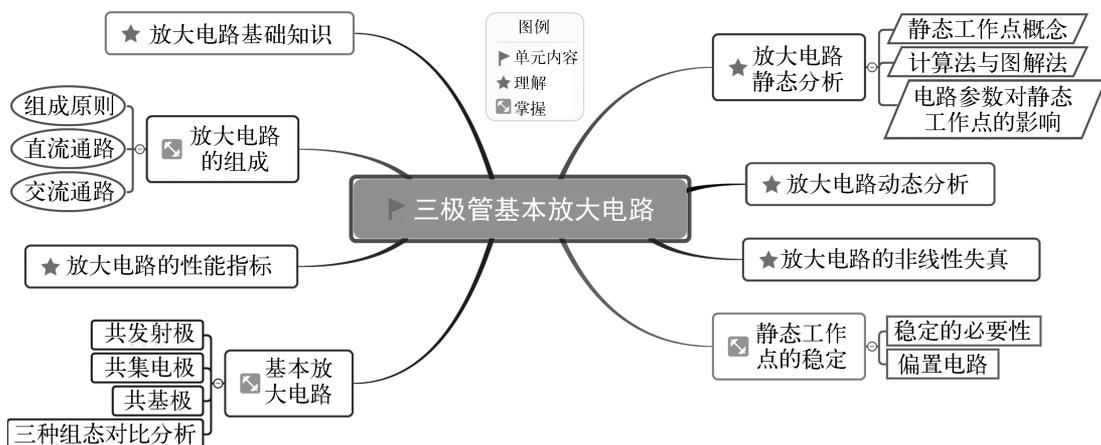


图 6.1 基本放大电路知识点思维导图

6.1 放大电路基础知识

在模拟电子技术中,放大电路的主要作用是将输入的微弱信号经过电路在输出电压或电流的幅度上进行放大,以驱动后续的执行机构,如扬声器、继电器、显示器、信号处理模块等。放大电路的结构框图如图 6.2 所示,它是由信号源、放大电路和负载构成的。

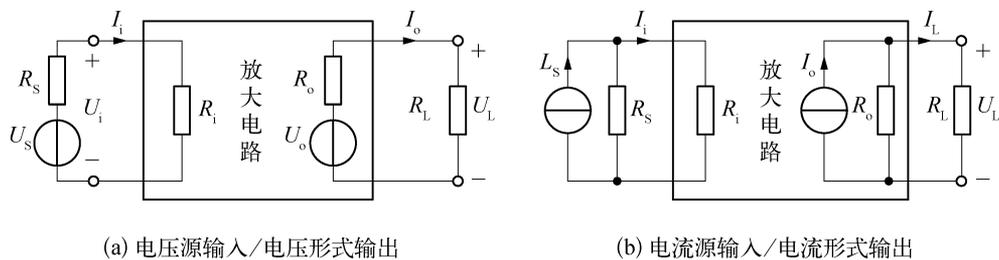


图 6.2 放大电路结构框图

图中的信号源可以为电压源或电流源,输入放大电路的待处理信号可以是电压 U_i 或电流 I_i ;相应地,输出信号也可以是电压 U_o 或电流 I_o 。放大电路的输出信号功率要远大于输入信号功率,输出用于驱动负载 R_L 。

6.1.1 放大电路的组成原则

放大电路的核心元件是三极管。根据三极管的导通原理和输入输出特性,放大电路的组成原则如下:

(1) 必须有提供放大能量的直流电源,其设置应保证三极管工作在线性放大状态,即发射结正向偏置,集电结反向偏置。

(2) 输入回路的设置应当使输入信号耦合到三极管的输入电极,形成变化的基极电流 i_B ,进而产生三极管的电流控制关系,使集电极电流 $i_C = \beta i_B$ 。

(3) 输出回路的设置应当保证三极管放大后的电流信号能够转换成负载需要的电压形式。

(4) 信号通过放大电路时不允许失真,即输出信号波形能够复现输入信号波形。

图 6.3 为基本共射极放大电路,简称射极放大电路,电路中各元件及其作用如下。

(1) NPN 型三极管是起放大作用的关键元件,输入信号在基极产生一个极小的电流 i_B ,根据三极管的电流放大关系 $i_C = \beta i_B$,输出端将产生放大数十或数百倍的 i_C 和 i_E 。

(2) 直流电源 V_{BB} 通过电阻 R_b 连接在三极管的输入端,提供发射结的正向偏置电压。 R_b 被称为基极偏置电阻,调节 R_b 可改变发射结的正向偏置电压 U_{BE} 和基极电流 i_B 的大小。

(3) 直流电源 V_{CC} 通过电阻 R_c 接在三极管的输出端,为集电结提供反向偏置电压。同时,流经 V_{CC} 的电流较大,将使得 V_{CC} 产生较大的能量提供给外部电路。 R_c 被称为集电极偏置电阻。

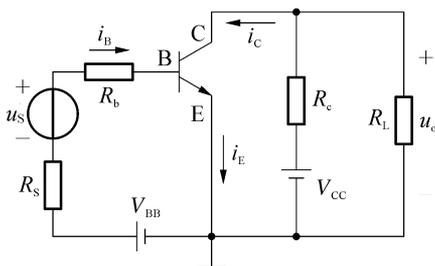


图 6.3 共射极放大电路

(4) R_L 为外接的负载。负载和放大电路的输出电阻共同决定了输出电压的大小。

注意: 由于放大电路内部实际上是一个交流、直流共存电路,在此对相关的电压、电流的表示方法做一下说明。各电压和电流的直流分量及其注脚均采用大写英文字母表示;交流分量及其注脚均采用小写英文字母表示;而交直流叠加量采用引文小写字母表示,注脚采用大写英文字母表示。以基极电流为例, I_B 表示直流分量; i_b 表示交流分量; i_B 表示交直流叠加量,即 $i_B = I_B + i_b$ 。另外,采用 \dot{I}_b 表示交流分量的向量形式。

6.1.2 放大电路的性能指标

1. 电压放大倍数 A_u

电压放大倍数也称为电压增益,表征放大电路放大电压信号的能力,其定义为输出电压 U_o 与输入电压 U_i 之比,即

$$A_u = \frac{U_o}{U_i} \quad (6.1)$$

若考虑正弦信号,则还要考虑相位的变化,用向量表示为

$$\dot{A}_u = \frac{\dot{U}_o}{\dot{U}_i} = A_u \angle \varphi_o - \varphi_i = A_u \angle \varphi \quad (6.2)$$

2. 源电压放大倍数 A_{us}

考虑信号源的内阻时,放大电路输入电压 U_i 与信号源电压 U_s 是不相等的,信号源内阻会分掉一部分电压。此时输出电压与信号源电压之比被称为源电压放大倍数。

$$A_{us} = \frac{U_o}{U_s} \quad (6.3)$$

3. 电流放大倍数 A_i

电流放大倍数定义为输出电流 I_o 与输入电流 I_i 之比,即

$$A_i = \frac{I_o}{I_i} \quad (6.4)$$

4. 输入电阻 R_i

放大电路输入端的等效电阻称为输入电阻,用 R_i 表示。输入电阻 R_i 定义为输入电压 U_i 与输入电流 I_i 之比,即

$$R_i = \frac{U_i}{I_i} \quad (6.5)$$

一般来说,理想电压放大电路的输入电阻为无穷大,理想电流放大电路的输入电阻为零,而实际放大电路的输入电阻为有限值。

输入电阻 R_i 的大小决定了放大电路从信号源获取信号的大小。由图 6.2(a)可知,放大电路输入电压 U_i 与信号源电压 U_s 之间的关系为

$$U_i = \frac{R_i}{R_i + R_s} U_s \quad (6.6)$$

对于输入电压信号来说, R_i 越大, 放大电路的输入电压 U_i 就越大, 从信号源获取到的电压也就越大。同理, 对于输入电流信号来说, 由于输入电阻与电流源内阻并联, 如图 6.2(b) 所示, 因此 R_i 越小, 注入放大电路的电流 I_i 就越大, 放大电路从信号源获取到的电流信号也就越大。因此, 放大电路输入电阻的大小需要根据实际需求进行设计。

5. 输出电阻 R_o 。

从放大电路的输出端看进去, 其等效电阻就是 R_o 。输出电阻 R_o 表征放大电路带负载的能力。由图 6.2(a) 可知, 放大电路负载为 R_L 时, 输出电压 U_o 与负载上的电压 U_i 之间的关系为

$$U_i = \frac{R_L}{R_o + R_L} U_o \quad (6.7)$$

对于以电压形式输出的放大电路, R_o 越小, 负载 R_L 的变化对输出电压 U_o 的影响就越小, 放大电路的带负载能力就越强; 同理, 对于以电流形式输出的放大电路, 输出电阻 R_o 与负载电阻 R_L 并联, R_o 越大, 负载 R_L 的变化对输出电压 U_o 的影响就越小。因此, 放大电路输出电阻的大小应当根据负载的需要进行设计。

6. 通频带 f_{bw}

通频带表征放大电路对不同频率的输入信号的放大能力。由于放大电路中电容、电感、三极管的 PN 结电容等因素的影响, 放大电路对不同频率信号的增益大小与相位均可能不同。因此, 放大电路通常只适用于某一特定频率范围内信号的放大。图 6.4 给出了放大电路幅频特性曲线, 它表示放大电路增益的模值与信号频率之间的函数关系。

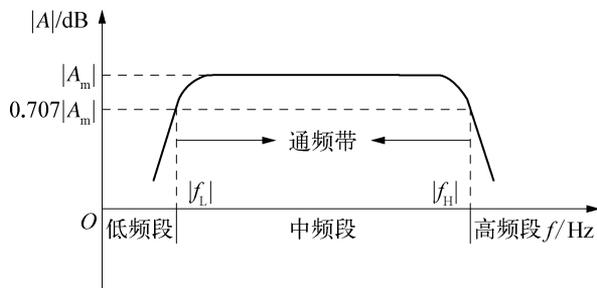


图 6.4 放大电路幅频特性曲线

由图 6.4 可知, 当信号频率下降到一定值时, 增益下降至 $0.707|A_m|$, 所对应的频率被定义为下限截止频率 f_L ; 同样, 当信号频率上升到一定值时, 增益下降至 $0.707|A_m|$, 所对应的频率被定义为上限截止频率 f_H 。两个截止频率之间的频带称为通频带(中频段)。在通频带内, 放大电路的增益基本不随信号频率的变化而变化, 即增益近似为固定值; 超出通频带, 放大电路输出信号会产生频率失真和相位失真。通频带越宽, 放大电路对不同频率信号的适应能力越强。

6.2 共射极放大电路

本节主要以共射极放大电路为例,分析其电路组成、工作原理及波形分析。

1. 电路组成

根据三极管的工作原理,为了使其工作在放大区,必须给发射结加正向电压,给集电结加反向电压。图 6.5(a)为双电源供电共射极放大电路,输入回路的电源 V_{BB} 经过基极电阻 R_b 向发射结提供正向电压,而输出回路的电源 V_{CC} 经过集电极电阻 R_c 向集电结提供反向电压,由此三极管满足放大区条件。

图 6.5(a)所示的双电源供电放大电路可以进一步简化为单电源供电放大电路,如图 6.5(b)所示,即常见的共射放大电路。该电路中 u_s 为待放大的信号源电压, R_s 为其内阻; R_L 是放大电路的外接负载,与 R_c 一起将变化的集电极电流转换为输出电压; C_1 和 C_2 是耦合电容,起到“通交隔直”的作用。实际应用中 C_1 和 C_2 均选择容量较大、体积较小的电解电容,电容值一般为几微法至几十微法。放大电路连接电解电容时,必须注意电解电容的极性不能接错。

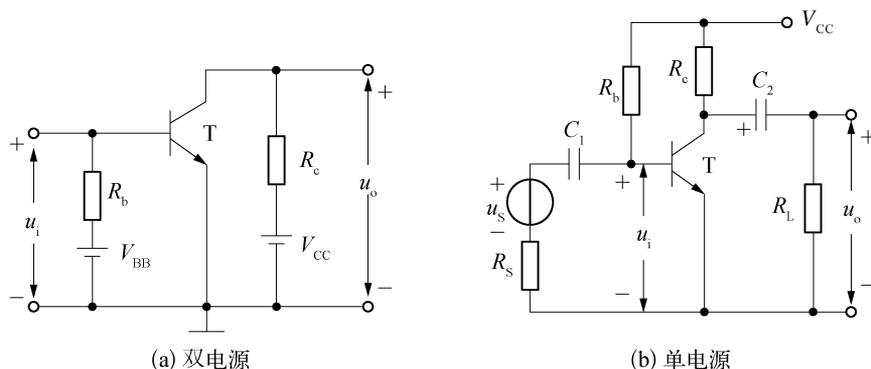


图 6.5 共射极耦合电容放大电路

2. 工作原理及波形分析

放大电路必须首先接通直流偏置电源,使三极管导通,为放大交流小信号做好准备。无交流输入信号时,放大电路中各部分电压和电流都是直流电,且符合三极管的电流分配关系,图 6.6 所示为 I_B 、 I_C 和 U_{CE}/U_O 波形图。接入交流输入信号后,放大电路中的各部分电压和电流就包含直流分量和交流分量两部分,是交流分量在直流分量上的叠加,如图 6.7 所示。 u_{CE}/u_O 交流分量波形与 i_C 交流分量波形反相,可由 6.5 节输出回路 KVL 方程得出。放大电路直流和交流量的具体分析将在后续章节详细介绍。

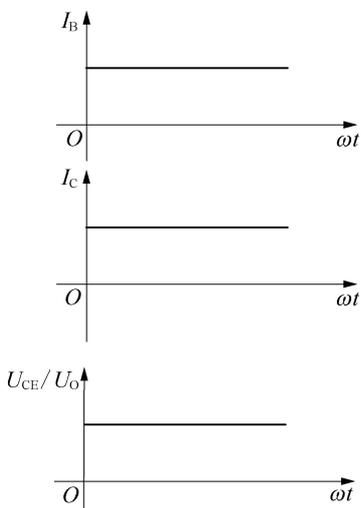


图 6.6 直流分量波形图

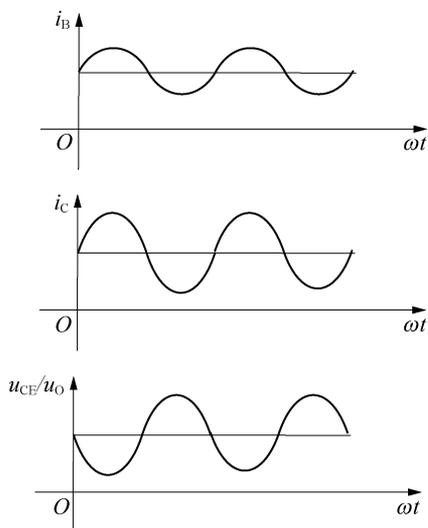


图 6.7 直流交流叠加波形图



思考题

直流分量和交流分量叠加后,发射极偏置电压 u_{BE} 的变化波形是怎样的?

6.3 放大电路的直流通路与交流通路

由于放大电路内存在着电容等电抗元件,其内部直流分量的通路和交流分量的通路是不同的,为了分析方便,常把直流电源对电路的作用和输入交流信号源的作用区分开来,分成直流通路和交流通路来讨论。

1. 直流通路

直流通路是在直流电源作用下直流电流流经的通路,主要用于研究电路的静态工作点。直流通路(直流等效电路)的获得方法:

- (1) 电路中电容等效为开路,电感线圈等效为短路。
- (2) 信号源不起作用,按零值处理(电压源短路、电流源开路),只保留其内阻。

根据以上原则,图 6.5(b)所示的共射极放大电路的直流通路如图 6.8 所示。直流通路也称为放大电路的静态通路,此时主要用 I_B 、 U_{BE} 、 I_C 、 U_{CE} 四个物理量描述直流静态值。这四个量也表征了三极管输入特性和输出特性,求解静态电路也是通过输入回路和输出回路来分析。

2. 交流通路

交流通路是在输入交流信号的作用下,交流信号流经的通路,主要用于研究动态参数,即放大电路的各项动态技术指标。交流通路(等效电路)的获得方法:

- (1) 容量大的电容(如耦合电容、旁路电容),容抗小,对交流信号可视为短路;
- (2) 直流电压源按零值处理,等效为短路(一般忽略其内阻)。

根据以上原则,图 6.5(b)所示的共射极放大电路的直流通路如图 6.8 所示。交流通路也称为动态通路,放大电路的各项指标如放大倍数、输入电阻、输出电阻等,都在交流通路上分析,图 6.5(b)的交流通路如图 6.9 所示。

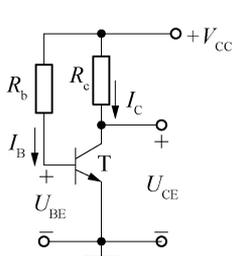


图 6.8 直流通路

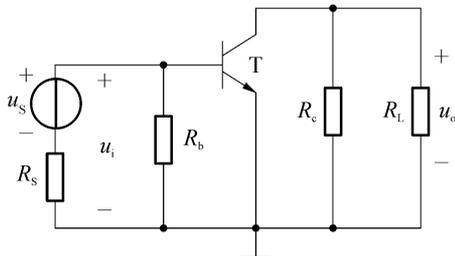


图 6.9 交流通路

利用放大电路的直流通路和交流通路,分别对放大电路进行静态分析和动态分析。分析的过程一般是先静态后动态,先有合适的静态工作点,再做动态分析。

6.4 放大电路的静态分析

放大电路的静态分析是指在交流输入信号 $u_i = 0$ 的情况下分析其直流工作状态,分析目标是寻找静态工作点。此时放大电路并没有接输入信号,电路中接直流偏置电源是放大电路能够导通和放大的基础,产生的各部分电压、电流的大小也直接影响到接入交流信号后的各个参数。因此,对放大电路的静态分析是极其重要的。

静态工作点必须取得合适,叠加交流小信号后才能保证三极管一直工作在放大状态。静态工作点过高或过低,则会进入饱和或截止状态,相应出现饱和失真和截止失真。失真问题将在 6.6 节详细分析。下面介绍两种求静态工作点 Q 的方法:计算法和图解法。

1. 计算法

输入回路中,三极管的输入特性可等效于 PN 结的特性,因此 U_{BE} 就是发射结的导通电压。PN 结正向导通后, U_{BE} 变化很小,可视为常数,一般硅管取 0.7 V,锗管取 0.2 V。如图 6.8 所示的静态电路中,直流输入回路是从直流电压源 V_{CC} 经基极电阻 R_b 、三极管 T 发射结后到达参考地的回路。静态工作点 Q 除了在输入特性曲线之上,还应在输入回路直流负载线上。输入回路方程为

$$I_{BQ}R_b + U_{BEQ} = V_{CC} \quad (6.8)$$

类似地,输出回路是从直流电压源 V_{CC} 经集电极电阻 R_c 、三极管集电极和发射极后到达参考地回路,则输出回路方程为

$$I_{CQ}R_c + U_{CEQ} = V_{CC} \quad (6.9)$$

可求得静态工作点 Q 的取值为

$$I_{BQ} = \frac{V_{CC} - U_{BEQ}}{R_b} \quad (6.10)$$

$$I_{CQ} = \beta I_{BQ} \quad (6.11)$$

$$U_{CEQ} = V_{CC} - I_{CQ} R_c \quad (6.12)$$

2. 图解法

将式(6.8)表示的直线画在输入特性曲线 $i_B - u_{BE}$ 坐标系中,如图 6.10(a)所示。直线与横轴的交点为 $(V_{CC}, 0)$,与纵轴的交点为 $(0, V_{CC}/R_b)$,斜率为 $-1/R_b$ 。直线与曲线的交点就是静态工作点 Q ,其坐标为 (U_{BEQ}, I_{BQ}) 。

将式(6.9)表示的直线画在输出特性曲线 $i_C - u_{CE}$ 坐标系中,该直线称为输出直流负载线,与横轴的交点为 $(V_{CC}, 0)$,与纵轴的交点为 $(0, V_{CC}/R_c)$,斜率为 $-1/R_c$ 。输出直流负载线与输出特性曲线簇中的 $i_B = I_{BQ}$ 曲线交于一点,即为静态工作点 Q ,如图 6.10(b)所示,其坐标为 (U_{CEQ}, I_{CQ}) 。

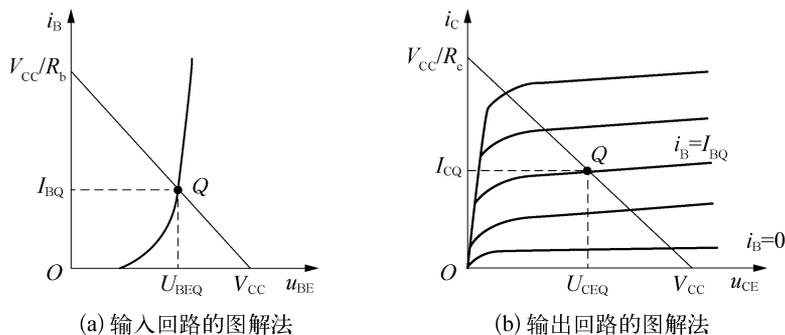


图 6.10 静态工作点的图解法



思考题

放大电路中为什么要设置静态工作点? 静态工作点不合适会对放大电路产生什么影响?

6.5 放大电路的动态分析

放大电路的动态分析是指在输入信号 $u_i \neq 0$ 时分析放大电路的动态特性,即在交流通路中计算交流信号的放大倍数、输入电阻、输出电阻等性能指标。

由于三极管的非线性特性,给定量动态分析造成困难,因此,在误差允许的条件下,我们将三极管做合理的线性化处理,简化计算过程,即将图 6.9 所示的交流通路简化为微变(小信号)等效电路,如图 6.11 所示。

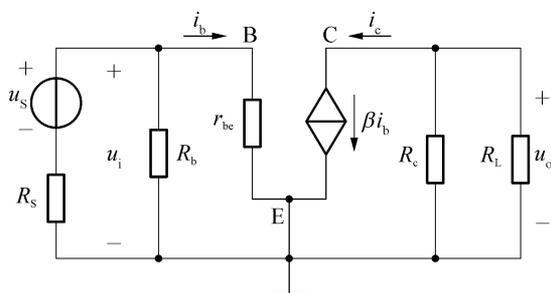


图 6.11 微变等效电路

图 6.11 中,将三极管的输入回路用等效电阻 r_{be} 代替,输出回路用受控电流源代替。图 6.12(a)、(b)是基于三极管输入、输出特性曲线的分析。当放大电路输入信号很小时,静态工作点 Q 附近的曲线段 ab 和 cd 均可按直线段处理。在图 6.12(a)上,当 $u_{CE}=U_{CEQ}$ 为常数时, Δu_{BE} 和 Δi_B 可认为是小信号 u_{be} 和 i_b , 两者的比值为电阻 r_{be} 。

基极—发射极之间的等效电阻 r_{be} , 又称为交流输入电阻, 可由下式求得:

$$r_{be} = r_{bb'} + (1 + \beta) \frac{26 \text{ mV}}{I_{EQ}} \quad (6.13)$$

其中: $r_{bb'}$ 为基区体电阻, 计算时通常取 $r_{bb'} = 300 \Omega$ 。

在输出特性曲线上, 可看出 i_c 主要由 i_b 决定, $i_c = \beta i_b$, 与 u_{ce} 关系不大。因此, 集电极和发射极之间可用等效受控电流源来替代, 如图 6.12 所示。

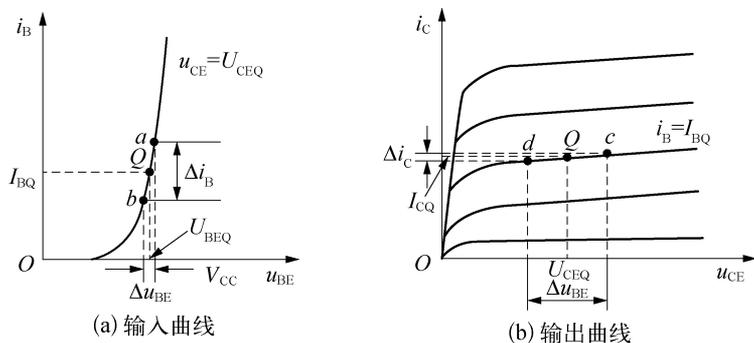


图 6.12 基于三极管输入、输出特性曲线的分析

图 6.12 中,输出电压 $u_o = -i_c(R_c // R_L)$, 输入电压 $u_i = i_b r_{be}$, 电压放大倍数为

$$A_u = \frac{u_o}{u_i} = - \frac{i_c(R_c // R_L)}{i_b r_{be}} = - \frac{\beta(R_c // R_L)}{r_{be}} \quad (6.14)$$

输入电阻

$$R_i = R_b // r_{be} \quad (6.15)$$

输出电阻

$$R_o = R_c \quad (6.16)$$

6.6 非线性失真

如果静态工作点位置设置不合适,或者信号幅度过大,三极管的工作范围将超出其特性曲线的线性区而进入非线性区,导致输出信号的波形不能完全重现输入信号的波形,这种现象称为非线性失真。

1. 饱和失真

当工作点偏高时,如图 6.13 中 Q_1 ,虽然基极电流 i_{b1} 为不失真的正弦波,但是由于输入信号 i_{b1} 的正半周靠峰值的一段时间内三极管进入了饱和区,导致集电极电流 i_{c1} 产生顶部失真,集电极电阻 R_c 上的电压也产生同样的失真,从而导致 u_o 波形产生底部失真,其波形如图 6.13 所示,这种因三极管饱和而产生的失真称为饱和失真。

避免饱和失真就要降低静态工作点,即减小 i_B 或 i_C 的值。根据输入回路和输出回路的 KVL 方程,可通过增大 R_b 或者减小 R_c 来调节。

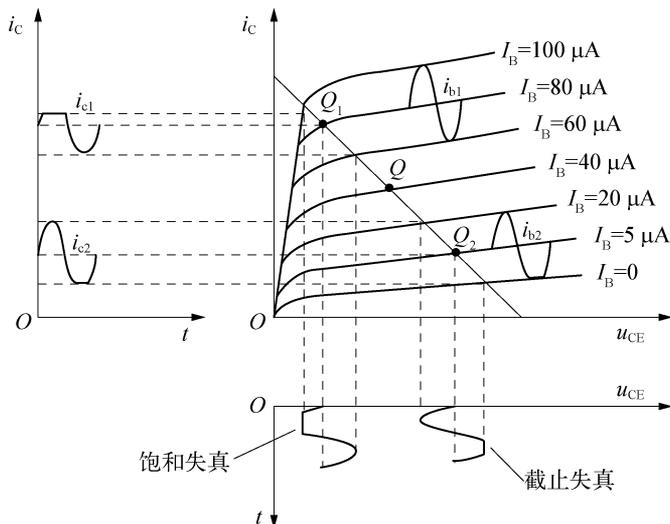


图 6.13 工作点不合适引起输出波形失真

2. 截止失真

当工作点偏低时,如图 6.13 中 Q_2 ,在信号负半周靠近峰值的一段时间内,三极管 B-E 极电压 u_{BE} 小于其死区电压,三极管截止,基极电流 i_{b2} 将产生底部失真,如图 6.13 所示。集电极电流 i_{c2} 和集电极电阻 R_c 上的电压也随之产生同样的失真,从而导致 u_o 波形产生顶部失真,如图 6.13 所示,这种因三极管截止而产生的失真称为截止失真。

避免截止失真,就要提高静态工作点,可通过减小 R_b 的阻值来调节。

6.7 放大电路静态工作点的稳定

通过前面章节的分析,知道放大电路应有合适的静态工作点,才能保证有良好的放大效果。静态工作点不但决定了放大电路是否会产生失真,而且还影响着放大电路的电压放大

倍数、输入电阻等动态参数。在引起静态工作点不稳定的诸多因素中,温度是主要影响因素。

稳定静态工作点意味着在温度发生变化时,静态集电极电流 I_{CQ} 、管压降 U_{CEQ} 基本保持不变,即 Q 点在三极管输出特性曲线中的位置基本不变。这一般需要依靠 I_{BQ} 的变化抵消 I_{CQ} 和 U_{CEQ} 的变化,通常通过引入直流负反馈或温度补偿的方法使 I_{BQ} 与 I_{CQ} 呈现相反的变化。

稳定静态工作点的典型共射放大电路如图 6.14(a)所示,称为分压式电流负反馈偏置放大电路,该电路的直流通路如图 6.14(b)所示。 R_{b1} 与 R_{b2} 构成分压器,为三极管基极提供一个固定电位 U_B ; R_e 为发射极电阻,提供直流负反馈; R_{b1} 、 R_{b2} 及 R_e 构成偏置电路,为三极管提供合适的偏置电压,确保其工作在放大区。

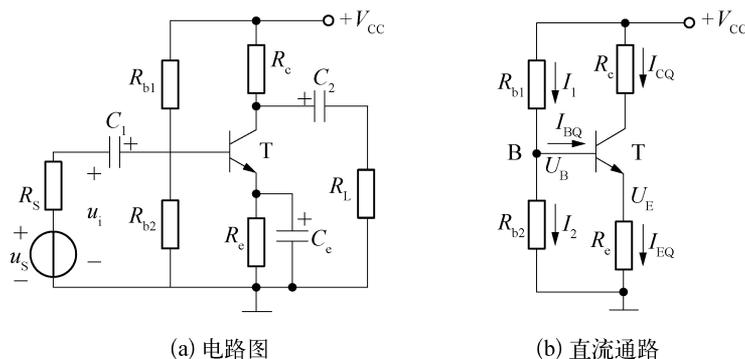


图 6.14 分压式电流负反馈偏置放大电路

下面分析其静态工作点稳定的原理。

由图 6.14(b)可知,节点 B 的电流方程为 $I_1 = I_2 + I_{BQ}$ 。为了稳定静态工作点,通常调整外电源 V_{CC} 和偏置电阻,使得 $I_{BQ} \ll I_2$,可近似认为 $I_1 = I_2$ 。 V_{CC} 、 R_{b1} 和 R_{b2} 构成闭合回路,根据分压公式,节点 B 的电位 U_B 为

$$U_B = \frac{R_{b2}}{R_{b1} + R_{b2}} V_{CC} \quad (6.17)$$

这表明三极管的基极电位基本保持不变,只取决于 R_{b1} 和 R_{b2} 对电源电压的分压,而与环境温度无关。而根据三极管输入端的电压降,有 $U_B = U_{BE} + I_{EQ} R_e$ 。当温度升高时, β 增大,引起集电极电流 I_{CQ} 和发射极电流 I_{EQ} 增加,由于 U_B 不变,则 U_{BE} 减小, I_{BQ} 相应减小,反过来导致 I_{CQ} 和 I_{EQ} 减小,从而抵消了温度上升带来的输出电流的增加。过程如下:

$$\text{温度 } T(^{\circ}\text{C}) \uparrow \rightarrow I_{CQ} \uparrow \rightarrow I_{EQ} \uparrow \rightarrow I_{EQ} R_e \uparrow \rightarrow U_{BE} \downarrow \rightarrow I_{BQ} \downarrow \rightarrow I_{CQ} \downarrow$$

温度降低时,各参数的变化过程与上述过程类似,只是向着相反方向变化,最终 I_{CQ} 和 U_{CE} 保持稳定,基本不变。

【例 6-1】 如图 6.14(a)所示电路,已知 $V_{CC} = 12 \text{ V}$, $R_{b1} = 30 \text{ k}\Omega$, $R_{b2} = 10 \text{ k}\Omega$, $R_c = 3 \text{ k}\Omega$, $R_e = 1.5 \text{ k}\Omega$, $R_L = 6 \text{ k}\Omega$,三极管电流放大系数 $\beta = 100$, $U_{BE} = 0.6 \text{ V}$ 。求:(1) 放大电路的静态工作点;(2) 电压放大倍数、输入电阻和输出电阻。

解 (1) 静态工作点

$$U_B = \frac{R_{b2}}{R_{b1} + R_{b2}} V_{CC} = \frac{10}{30 + 10} \times 12 \text{ V} = 3 \text{ V}$$

$$U_E = R_e I_{EQ} = U_B - U_{BE} = 3 - 0.6 = 2.4 (\text{V})$$

$$I_{EQ} \approx I_{CQ} = \frac{U_E}{R_e} = \frac{2.4}{1.5} \text{ mA} = 1.6 \text{ mA}$$

$$I_{BQ} = \frac{I_{CQ}}{\beta} = 16 \mu\text{A}$$

$$U_{CE} = V_{CC} - R_c I_{CQ} - R_e I_{EQ} = 4.8 \text{ V}$$

(2) 电压放大倍数

交流通路微变等效电路如图 6.15 所示。

$$u_i = i_b r_{be}$$

$$u_o = -i_c (R_c // R_L)$$

$$r_{be} = 300 + (1 + \beta) \frac{26 \text{ mV}}{I_{EQ}} = 1.94 \text{ k}\Omega$$

$$A_u = \frac{u_o}{u_i} = -\frac{i_c (R_c // R_L)}{i_b r_{be}} = -\frac{\beta (R_c // R_L)}{r_{be}} = -103.1$$

$$R_i = R_{b1} // R_{b2} // r_{be} = 1.54 \text{ k}\Omega$$

$$R_o = R_c = 3 \text{ k}\Omega$$

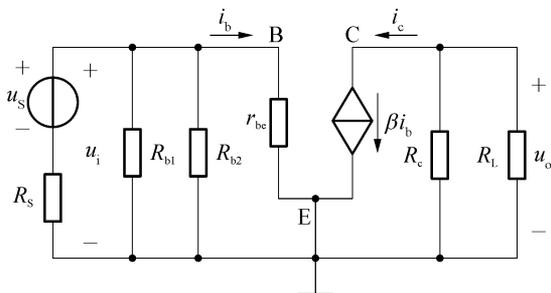


图 6.15 [例 6-1] 微变等效电路

6.8 共集电极和共基极放大电路

除了上面讨论的共射极放大电路外,还有共集电极和共基极两种放大电路,虽然它们的性能指标有差异,但它们的静态、动态分析方法相同。下面做简要讨论。

1. 共集电极放大电路

图 6.16(a)是共集电极放大电路,图 6.16(b)、(c)分别是它的直流通路和交流通路。由交流通路可见,信号由基极输入、发射极输出,所以该电路为共集电极电路,也称为射极输

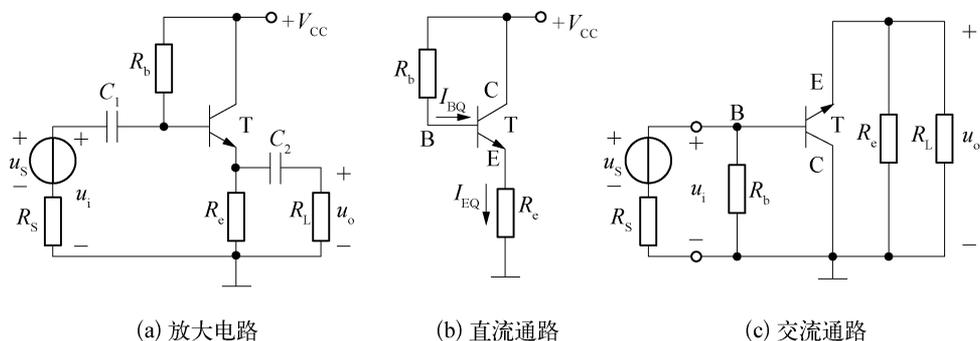


图 6.16 共集电极放大电路

出器。

(1) 静态分析

由图 6.16(b) 的直流通路可求得

$$I_{BQ} = \frac{V_{CC} - U_{BEQ}}{R_b + (1 + \beta)R_e} \quad \text{或} \quad I_{EQ} = \frac{V_{CC} - U_{BEQ}}{\frac{R_b}{1 + \beta} + R_e} \quad (6.18)$$

$$I_{CQ} = \beta I_{BQ} \approx I_{EQ} \quad (6.19)$$

$$U_{CEQ} = V_{CC} - I_{EQ}R_e \quad (6.20)$$

(2) 动态分析

图 6.17 是图 6.16 中共集电极放大电路的微变等效电路, 由图可以分别写出 u_o 和 u_i 的表达式

$$\begin{cases} u_o = i_e(R_e // R_L) = (1 + \beta)i_b(R_e // R_L) \\ u_i = i_b r_{be} + u_o = i_b[r_{be} + (1 + \beta)(R_e // R_L)] \end{cases} \quad (6.21)$$

则电压放大倍数

$$A_u = \frac{u_o}{u_i} = \frac{(1 + \beta)(R_e // R_L)}{r_{be} + (1 + \beta)(R_e // R_L)} \quad (6.22)$$

式(6.22)表明 $A_u < 1$, 且 u_o 与 u_i 同相。通常有 $(1 + \beta)(R_e // R_L) \gg r_{be}$, 所以 $A_u \approx 1$, 即输出电压 u_o 约等于输入电压 u_i 。因此, 共集电极放大电路又称为射极跟随器。

输入电阻

$$R_i = \frac{u_i}{i_i} = \frac{u_i}{\frac{u_i}{R_b} + \frac{u_i}{r_{be} + (1 + \beta)(R_e // R_L)}} = R_b // [r_{be} + (1 + \beta)(R_e // R_L)] \quad (6.23)$$

可见, 负载会影响输入电阻。

输出电阻

$$R_o = R_e // \frac{r_{be} + R_s // R_b}{1 + \beta} \quad (6.24)$$

可以看出,共集电极放大电路具有输入电阻大、输出电阻小的特点。

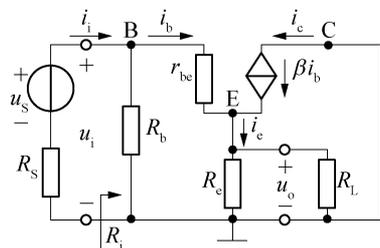


图 6.17 共集电极放大电路的微变等效电路

2. 共基极放大电路

共基极放大电路如图 6.18 所示,同样需要确保三极管工作在放大区,即确保发射结正偏,集电结反偏,其直流通路、微变等效电路分别如图 6.19(a)和 6.19(b)所示。

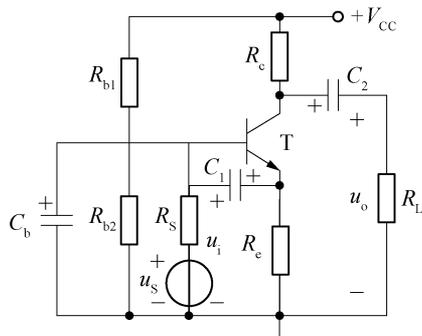


图 6.18 共基极放大电路

由图 6.19(a)可知,静态工作点为

$$U_B = \frac{R_{b2}}{R_{b1} + R_{b2}} V_{CC} \quad (6.25)$$

$$I_{CQ} \approx I_{EQ} = \frac{U_B - U_{BEQ}}{R_e} = \beta I_{BQ} \quad (6.26)$$

$$U_{CEQ} \approx V_{CC} - I_{CQ}(R_c + R_e) \quad (6.27)$$

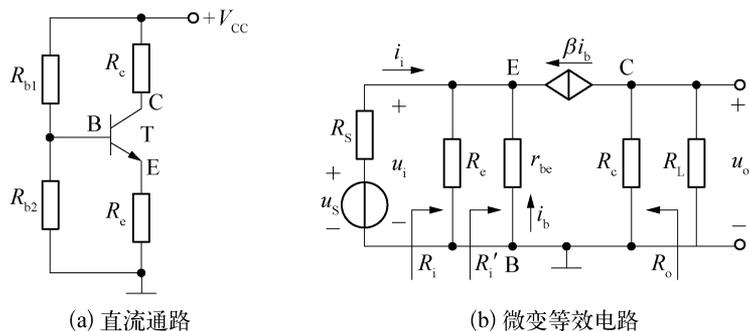


图 6.19 共基极放大电路的等效电路

根据图 6.19(b)可得共基极放大电路的动态分析结果为：
电压放大倍数

$$A_u = \frac{u_o}{u_i} = \frac{\beta i_b (R_c // R_L)}{i_b r_{be}} = \frac{\beta (R_c // R_L)}{r_{be}} \quad (6.28)$$

输入电阻

$$R'_i = \frac{u_i}{i_i} = \frac{i_b r_{be}}{i_b + \beta i_b} = \frac{r_{be}}{1 + \beta} \quad (6.29)$$

$$R_i = R_c // R'_i = R_c // \frac{r_{be}}{1 + \beta}$$

输出电阻

$$R_o = R_c \quad (6.30)$$

3. 三种基本组态放大电路的性能比较

根据上述分析,共射极、共集电极和共基极放大电路在放大倍数、输入电阻、输出电阻等参数上各有特点。总结如下:

(1) 共射极放大电路既能放大电压又能放大电流,输出电压与输入电压反相。输入电阻和输出电阻在三种组态电路中居中,频带较窄,常用作低频电压放大电路中的单元电路。

(2) 共集电极放大电路只能放大电流而不能放大电压,电压放大倍数小于且近似等于 1,具有电压跟随的特点,因此也称为电压跟随器;其输入电阻较大,输出电阻较小,常被用于多级放大电路的输入级和输出级,或作为隔离用的中间级。

(3) 共基极放大电路只能放大电压而不能放大电流,且具有很低的输入电阻,这使得三极管的结电容影响不明显,所以其频率特性是三种组态中最好的,常用于宽频带放大电路。

习 题

一、单选题

- 信号源的内阻 R_s 对放大电路的影响是()。
 - 没有影响
 - 使得加在放大器输入端的电压值变小
 - 使得加在放大器输入端的电压值变大
 - 使得放大器的偏置电压变小
- 放大电路将小信号放大几十至几百倍,其能量来自()。
 - 信号源
 - 三极管的 PN 结
 - 负载
 - 直流偏置电源
- 在放大电路的三种接法中,可以作为输入回路和输出回路的公共端的是()。
 - 发射极
 - 集电极
 - 基极
 - 以上三项都可以
- 在放大电路中接直流偏置电源的作用是()。

- A. 把交流变成直流
B. 把直流变成交流
C. 让三极管导通并提供能量
D. 作用不大,可不接
5. 放大电路进入截止状态,说明()。
A. 静态工作点取得过低
B. 静态工作点取得过高
C. 电流被削顶
D. 输出电压被削底
6. 放大电路进入饱和状态,说明()。
A. 静态工作点取得过低
B. 静态工作点取得过高
C. 电流被削底
D. 输出电压被削顶
7. 温度升高,会给放大电路造成一定的影响,以下说法错误的是()。
A. 输出电流 i_C 增大
B. 基极电流 i_B 增大
C. 发射结电压 U_{BE} 减小
D. 射极电流 i_E 减小
8. 关于放大电路中各物理量的符号表示,以下说法错误的是()。
A. i_C 表示直流分量和交流分量的总和
B. I_C 表示直流分量
C. U_{BE} 表示直流分量
D. u_{be} 表示直流分量和交流分量的总和
9. 有关通频带说法正确的是()。
A. 通频带是指较低的频率范围
B. 通频带是指较高的频率范围
C. 输入信号的频率在通频带内,放大倍数性能较好
D. 以上都不对
10. 关于三种接法的放大电路,以下说法错误的是()。
A. 共射极接法电压和电流都能放大
B. 共集电极接法输入电阻较大,输出电阻也较大
C. 共基极接法输出电压与输入电压同相
D. 共射极接法输出电压与输入电压反相

二、填空题

1. 放大电路的电压放大倍数 A_u 等于 _____ 与 _____ 之比;源电压放大倍数 A_{us} 等于 _____ 与 _____ 之比。
2. 测得三极管三个电极的静态电流分别为 0.06 mA、3.66 mA、3.6 mA。则该管的 β 为 _____。
3. 放大电路的静态通路分析是指求取 I_B 、_____、_____、_____ 四个量。
4. 静态工作点是指直流分量在输入特性曲线和输出特性曲线上对应的点,其中输出特性曲线上的点对应着 _____、_____、_____ 三个量。
5. 可用微变等效电路分析交流通路,此时三极管的输入端可等效为 _____,输出端可等效为 _____。
6. 输出电压倍数总是小于 1 且约等于 1 的是共 _____ 极放大电路。
7. 通频带是指放大倍数不低于 _____ % 的频率范围。
8. 共射极放大电路中,输出电压与输入电压 _____ (同相、反相)。
9. 共射极放大电路中,输出电压与集电极电流 i_c _____ (同相、反相)。
10. 共集电极放大电路中,输出电压与输入电压 _____ (同相、反相)。

三、分析计算题

1. 在某放大电路中,三极管三个电极的电流如图 6.20 所示,试回答以下问题:

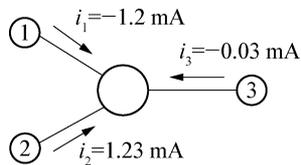


图 6.20 题 1 电路图

- (1) 电极①②③分别为什么极?
 - (2) β 约为多少?
 - (3) 此三极管是什么类型的管子?
2. 放大电路如图 6.21 所示,设三极管的输入电阻为 r_{be} 。
- (1) 画出电路的微变等效电路;
 - (2) 写出两电路的输入电阻、电压放大倍数的表达式,比较其各自有何不同?

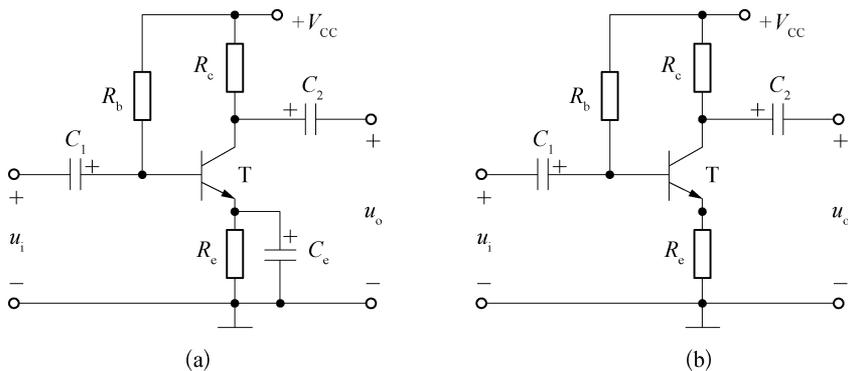


图 6.21 题 2 电路图

3. 有一共射极放大电路如图 6.22 所示,输出电压波形如图 6.23 所示,试分析这是饱和失真还是截止失真? 应如何调节?

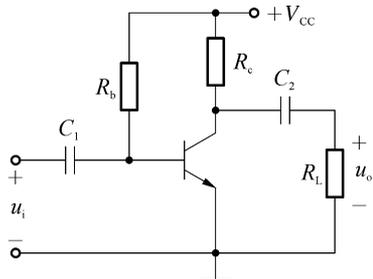


图 6.22 题 3、4 电路图

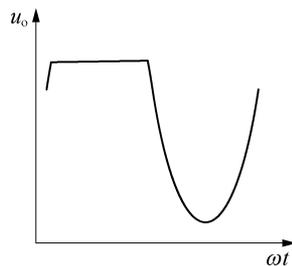


图 6.23 题 3 电压失真波形图

4. 共射极放大电路如图 6.22 所示, $V_{CC}=12\text{ V}$, $R_b=200\text{ k}\Omega$, $R_c=2\text{ k}\Omega$, $R_L=3\text{ k}\Omega$, $\beta=80$ 。

(1) 在输出特性曲线上, 画直流负载线, 确定静态工作点;

(2) 运用计算法求静态工作点;

(3) 求 A_u 、 R_i 和 R_o 。

5. 射极输出器如图 6.24 所示, $V_{CC}=10\text{ V}$, $R_b=300\text{ k}\Omega$, $R_e=4\text{ k}\Omega$, $R_L=3\text{ k}\Omega$, $\beta=60$ 。

求: (1) 静态工作点; (2) 计算 A_u 、 R_i 和 R_o 。

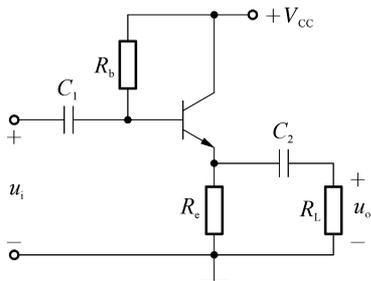


图 6.24 题 5 电路图

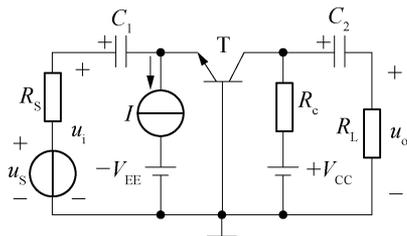


图 6.25 题 6 电路图

6. 放大电路如图 6.25 所示, 已知 $V_{CC}=15\text{ V}$, $-V_{EE}=-10\text{ V}$, $I=1.01\text{ mA}$, $R_c=R_L=10\text{ k}\Omega$, $R_s=0.5\text{ k}\Omega$, 设三极管的 $\beta=100$, $U_{BE}=0.7\text{ V}$, $r_{bb'}=300\ \Omega$ 。

(1) 分析放大电路的组态;

(2) 画出直流通路, 计算静态工作点;

(3) 画出交流通路和微变等效电路;

(4) 计算电压放大倍数 A_u 、输入电阻 R_i 和输出电阻 R_o 。



【微信扫码】

本章相关资源

第 7 章

多级放大电路

单级放大电路的电压放大倍数一般只能做到几十倍,而实际应用中往往要把一个微弱信号放大几千倍,这是单级放大电路所不能完成的。为了解决这个问题,可以把若干单级放大电路级联起来,组成多级放大电路,以达到所需要的放大需求。本章主要介绍多级放大电路的组成方式及简单的分析方法。图 7.1 是本章知识结构的思维导图。

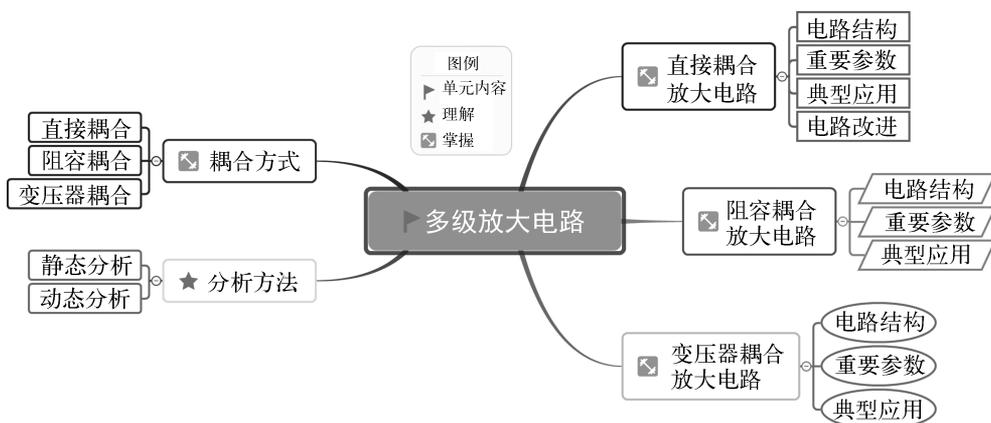


图 7.1 多级放大电路知识点思维导图

7.1 多级放大电路的耦合方式

多级放大电路中每个单管基本放大电路称为“级”,级与级之间的连接称为耦合。常用的耦合方式包括直接耦合、阻容耦合和变压器耦合。图 7.2 为多级放大电路的组成框图。

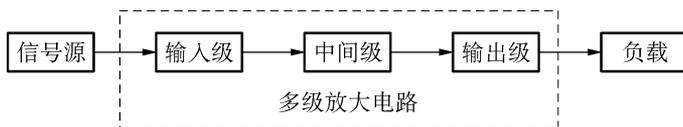


图 7.2 多级放大电路组成框图

第一级为输入级,根据应用电路的要求可选用不同的放大电路。例如,若需要较高的输入电阻,则可选用共集电极放大电路。若需要克服零点漂移、温度漂移等问题,可选用差分放大电路。

中间级可由很多级组成,作用是提供足够大的电压放大倍数。

最后一级为输出级,与负载相连。如需要较强的带负载能力,应选用输出电阻较小的放大电路。为了得到尽可能大的不失真输出电压,也可选用互补输出级放大电路。

无论采用何种耦合方式,都必须满足下列基本要求,多级放大电路才能正常工作:

- (1) 保证交流信号能够顺利地由前级传送到后级;
- (2) 耦合之后,各级放大器均有正常的静态工作点;
- (3) 信号在传送过程中失真要小,级间传输效率要高。

7.2 直接耦合放大电路

直接耦合放大电路是集成电路中主要的一种级联方式,它将前、后级电路直接连接(或采用电阻、二极管元件的连接方式),如图 7.3 所示。该电路省略了第二级的基极电阻,而用 R_{c1} 同时作为第一级的集电极偏置电阻和第二级的基极偏置电阻。 R_{c1} 只要取值合适,就可兼顾前后两级的电流要求。

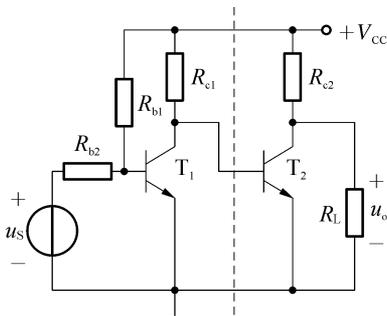


图 7.3 直接耦合放大电路

1. 静态分析

直接耦合电路前一级的直流分量会传递到下一级,因此静态工作点相互影响。分析时需将各级静态工作点的方程联立求解。图 7.3 所示两级放大电路的静态工作点可通过下列方程组求出

$$I_{B1Q} = \frac{V_{CC} - U_{BE1}}{R_{b1}} - \frac{U_{BE1}}{R_{b2}} \quad (7.1)$$

$$I_{C1Q} = \beta_1 I_{B1Q}$$

$$U_{CE1Q} = V_{CC} - (I_{C1Q} + I_{B2Q})R_{c1} = U_{BE2Q} \quad (7.2)$$

$$I_{C2Q} = \beta_2 I_{B2Q}$$

$$U_{CE2Q} = V_{CC} - \left(I_{C2Q} + \frac{U_{CE2Q}}{R_L} \right) R_{c2} \quad (7.3)$$

放大电路级数较多时,一般需要借助计算机软件进行运算。另外,如果能确保前一级的集电极电流远远大于后一级的基极电流,即 $I_{C1} \gg I_{B2}$,则各级的静态工作点可单独计算。

2. 动态分析

图 7.3 中直接耦合放大电路的微变等效电路如图 7.4 所示。

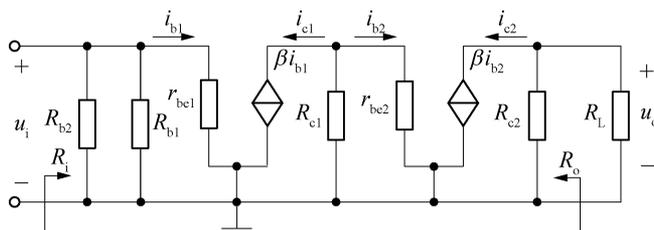


图 7.4 图 7.3 微变等效电路

计算多级放大电路的电压放大倍数 A_u 时,需要将各级放大电路的 A_u 分别计算出来,然后相乘,即多级放大电路的总电压增益等于各级放大电路的电压增益之积。但要注意,后一级作为前一级的负载,计算前一级的输出电压时要考虑后一级的输入电阻。

图 7.4 中,第一级的放大倍数为

$$A_{u1} = \frac{u_{o1}}{u_i} = -\frac{\beta_1 (R_{c1} // r_{be2})}{r_{be1}} \quad (7.4)$$

第二级的放大倍数为

$$A_{u2} = \frac{u_o}{u_{o1}} = -\frac{\beta_2 (R_{c2} // R_L)}{r_{be2}} \quad (7.5)$$

总放大倍数为

$$A_u = A_{u1} A_{u2} = \frac{\beta_1 \beta_2 (R_{c2} // R_L) (R_{c1} // r_{be2})}{r_{be1} r_{be2}} \quad (7.6)$$

多级放大电路的输入电阻为第一级的输入电阻,图 7.4 所示电路的输入电阻为

$$R_i = R_{i1} = R_{b1} // R_{b2} // r_{be1}$$

有些放大电路的后一级电路会影响前一级的输入电阻,例如第一级为共集电极放大电路,分析微变等效电路时应当注意。

多级放大电路的输出电阻为最后一级的输出电阻。图 7.4 所示电路的输出电阻为

$$R_o = R_{c2}$$

同样,也存在一些放大电路的前一级电路会影响后一级的输出电阻。前一级为共集电极放大电路即属于此种情况。

3. 直接耦合放大电路的改进

通过图 7.3 及其静态分析可知, T_1 的管压降 U_{CEQ} 等于 T_2 的发射结电压 U_{BEQ} 。假如图 7.3 中的三极管均为硅三极管,则 $U_{CEQ} = U_{BEQ} = 0.7 \text{ V}$, T_1 的静态工作点 Q 靠近饱和区,容易引起饱和和失真。因此,需要提高 T_2 的基极电位,即在 T_2 发射极增加电阻 R_{e2} ,如图

7.5(a)所示,这时 $U_{CE1} = I_{E2}R_{e2} + U_{BE2}$, U_{CE1} 增大。然而, R_{e2} 的引入会降低第二级放大电路的电压放大倍数,因此 R_{e2} 的阻值不宜过大。改善的方法是用二极管或稳压二极管代替 R_{e2} ,分别如图7.5(b)和7.5(c)所示。当二极管正向导通或稳压管反向击穿时, $U_{CE1} = U_D + U_{BE2}$ 或 $U_{CE1} = U_Z + U_{BE2}$, U_{CE1} 增大,而二极管和稳压管的等效电阻都很小,不会显著降低电压放大倍数。

然而,当放大电路级数较多时, U_{CE} 逐级抬高将会导致后级放大电路的静态工作点难以选取,因此直接耦合放大电路经常选用NPN管和PNP管混合使用的电路接法,如图7.5(d)所示。其中 T_1 的集电极电位 U_{C1} 高于其基极电位 U_{B1} ,而 T_2 的集电极电位 U_{C2} 应低于其基极电位 U_{B2} 。

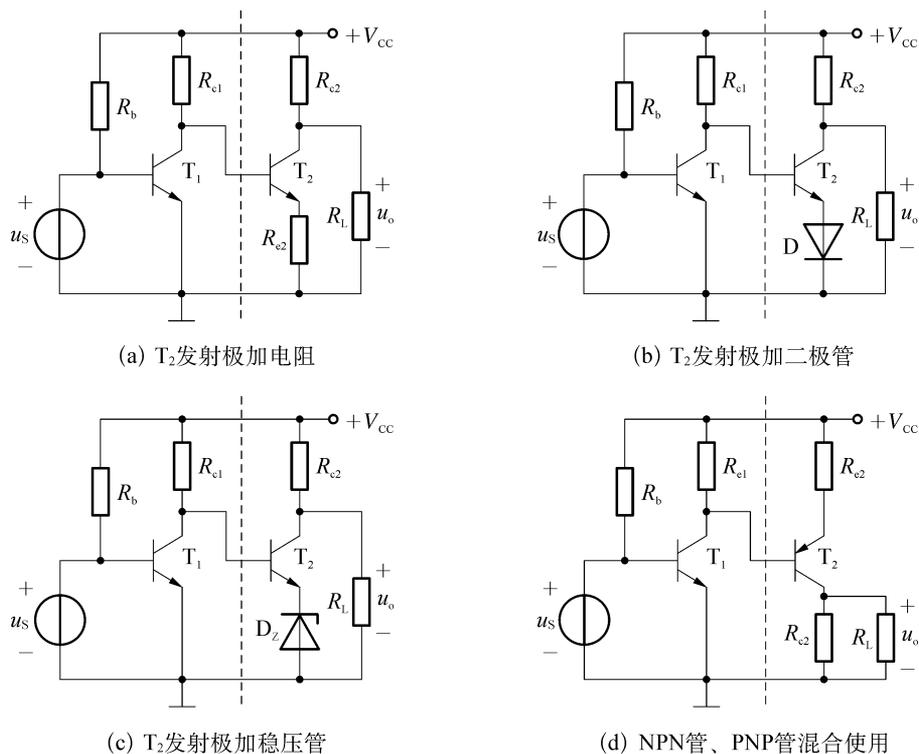


图 7.5 直接耦合放大电路的改进电路

直接耦合放大电路可以放大直流信号也可以放大交流信号,低频特性好且没有大电容,适合将所有电路集成到一片硅片上,做成集成电路。值得注意的是,直接耦合放大电路还存在零点漂移的问题,即输入信号为零时,输出电压产生变化。温度变化引起的半导体器件参数的变化是产生零点漂移现象的主要原因,这种现象导致在输出端无法区分有用信号和干扰噪声,可以通过引入直流负反馈、温度补偿的方法抑制零点漂移,也可以使用第10章中介绍的差分放大电路抑制零点漂移。



思考题

你能画出图 7.5 所示各电路的微变等效电路吗?

7.3 阻容耦合放大电路

阻容耦合放大电路如图 7.6 所示。两级放大电路之间通过耦合电容连接起来,后级放大电路的输入电阻充当了前级放大电路的负载,因此称为阻容耦合。由于电容具有隔离直流、耦合交流的作用,在电容取值较大的情况下,前级放大电路的输出信号经耦合电容后可以几乎无衰减地传递到后级放大电路的输入端。由于电容对直流分量的隔离作用,两级放大电路的静态工作点 Q 互补影响,分析或调试 Q 点时可按照单级放大电路处理,因此便于放大器的设计、调试和维修。

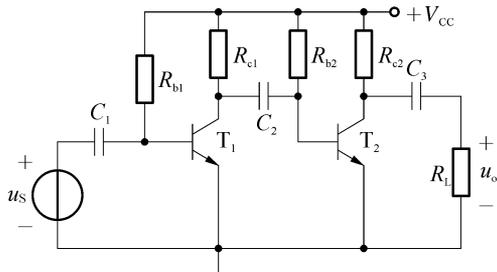


图 7.6 阻容耦合放大电路

图 7.6 中阻容耦合放大电路的微变等效电路如图 7.7 所示。电压放大倍数 A_u 、输入电阻和输出电阻的分析方法与直接耦合放大电路是一致的。

【例 7-1】 如图 7.6 所示阻容耦合放大电路, $V_{CC} = 12\text{ V}$, $R_{b1} = 300\text{ k}\Omega$, $R_{b2} = 200\text{ k}\Omega$, $R_{c1} = 5\text{ k}\Omega$, $R_{c2} = 2\text{ k}\Omega$, $R_L = 5\text{ k}\Omega$, $U_{BE} = 0.7\text{ V}$, $\beta_1 = \beta_2 = 50$ 。求: (1) 各级静态工作点; (2) 计算 A_u 、 R_i 、 R_o 。

解 (1) 静态工作点

$$\text{第一级: } I_{B1Q} = \frac{V_{CC} - U_{BE}}{R_{b1}} = \frac{12 - 0.7}{300} \text{ mA} = 0.038 \text{ mA}$$

$$I_{C1Q} = \beta_1 I_{B1Q} = 1.88 \text{ mA}$$

$$U_{CE1} = V_{CC} - I_{C1Q} R_{c1} = 2.6 \text{ V}$$

$$\text{第二级: } I_{B2Q} = \frac{V_{CC} - U_{BE}}{R_{b2}} = \frac{12 - 0.7}{200} \text{ mA} = 0.057 \text{ mA}$$

$$I_{C2Q} = \beta_2 I_{B2Q} = 2.83 \text{ mA}$$

$$U_{CE2} = V_{CC} - I_{C2Q} R_{c2} = 6.34 \text{ V}$$

(2) 微变等效电路如图 7.7 所示。

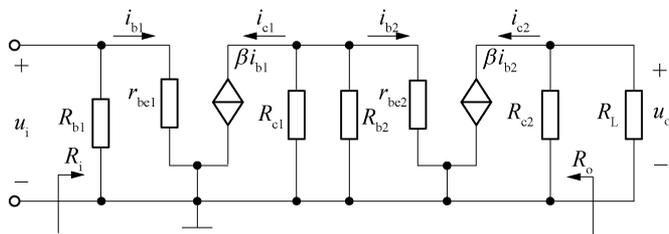


图 7.7 例 7-1 微变等效电路

$$r_{be1} = 300 \text{ k}\Omega + (1 + \beta) \frac{26}{I_{E1Q}} \text{ k}\Omega = 0.99 \text{ k}\Omega$$

$$r_{be2} = 300 \text{ k}\Omega + (1 + \beta) \frac{26}{I_{E2Q}} \text{ k}\Omega = 0.76 \text{ k}\Omega$$

$$R_{i1} = R_{b1} // r_{be1} = 0.99 \text{ k}\Omega$$

$$R_{i2} = R_{b2} // r_{be2} = 0.76 \text{ k}\Omega$$

$$A_{u1} = -\frac{i_{c1}(R_{c1} // R_{i2})}{i_{b1}r_{be1}} = -\frac{\beta_1(R_{c1} // R_{i2})}{r_{be1}} = -33.32$$

$$A_{u2} = -\frac{i_{c2}(R_{c2} // R_L)}{i_{b2}r_{be2}} = -\frac{\beta_2(R_{c2} // R_L)}{r_{be2}} = -93.98$$

$$A_u = A_{u1}A_{u2} = 3131.41$$

$$R_i = R_{i1} = 0.99 \text{ k}\Omega$$

$$R_o = R_{c2} = 2 \text{ k}\Omega$$

虽然阻容耦合放大电路的体积小、质量轻,在多级放大电路中得到了广泛应用,但阻容耦合放大电路仅能放大交流信号,低频特性差,不能放大直流和变化缓慢的信号。另外,由于大电容不易集成,因此它只适合于信号频率高、放大功率高的分立元件电路。

7.4 变压器耦合放大电路

利用变压器实现级间耦合的放大电路称为变压器耦合放大电路,如图 7.8 所示,即变压器 T_{r1} 将第一级放大电路的输出信号传递给第二级放大电路,变压器 T_{r2} 将第二级放大电路的输出信号耦合给负载。由于变压器利用电磁互感效应实现前、后级之间的信号传递,因此采用变压器耦合方式的放大电路,其各级静态工作点 Q 是独立的,有利于电路的设计与调试。这种耦合方式的最大优点是能够实现电压、电流和阻抗的变换,特别适合于放大电路之间、放大电路与负载之间的匹配,这是高频信号传递和功放电路设计所需重点考虑的问题。然而,变压器耦合放大电路的缺点是体积大、不能集成化;仅能放大频率较高的信号,不能放大直流和变化缓慢信号。此外,由于其频率特性差,一般只应用于低频功率放大和中频调谐电路。

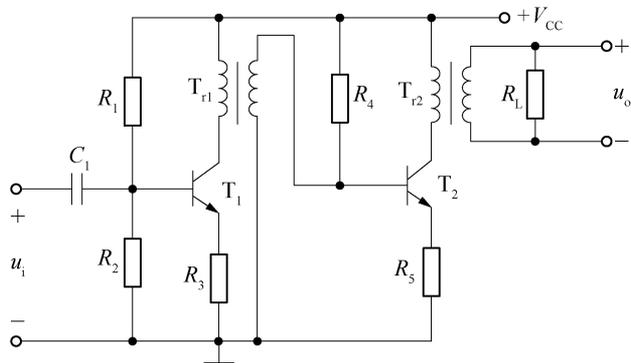


图 7.8 电压器耦合放大电路

习 题

一、单选题

- 直接耦合放大电路不能放大()。
 - 缓慢变化的交流信号
 - 交流信号
 - 直流信号
 - 频率远大于该电路上限频率的信号
- 有关阻容耦合放大电路说法正确的是()。
 - 可放大直流,不能放大交流
 - 可放大交流,不能放大直流
 - 直流和交流都可放大
 - 前后级的误差会相互影响
- 有关变压器耦合放大电路说法正确的是()。
 - 可放大直流,不能放大交流
 - 可放大交流,不能放大直流
 - 直流和交流都可放大
 - 低频电路经常使用
- 适合做成集成电路的多级放大电路是()。
 - 直接耦合
 - 阻容耦合
 - 变压器耦合
 - 直接耦合和阻容耦合
- 为了适合阻抗变换,应当选用()方式。
 - 直接耦合
 - 阻容耦合
 - 变压器耦合
 - 以上三项都可以
- 为了放大变化缓慢的微弱信号,应当选用()方式。
 - 直接耦合
 - 阻容耦合
 - 变压器耦合
 - 以上三项都可以
- 射极输出器可以作为多级放大电路的输出级,是因为它具有()特点。
 - 输入电阻高
 - 输入电阻低
 - 输出电阻高
 - 输出电阻低
- 一个三级放大电路,各级的放大倍数分别为 1、100、10,那么总的电压放大倍数为()。
 - 111
 - 1 000
 - 110
 - 11

9. 相同条件下,阻容耦合多级放大器的零点漂移和直接耦合放大器的零点漂移相比()。
- A. 小
B. 大
C. 相同
D. 不一定
10. 在晶体管构成的三极放大电路中,测得 $A_{u1} = -50, A_{u2} = 50, A_{u3} = 0.98$,则可判断这三极电路的组态分别是()。
- A. 共射极、共基极、共集电极
B. 共基极、共射极、共集电极
C. 共基极、共基极、共集电极
D. 共集电极、共基极、共基极

二、填空题

- 多级放大电路中常用的耦合方式有_____、_____、_____三种。
- 多级放大电路的放大倍数是各级放大电路的_____ (乘积、加和)。
- 多级放大电路的输入电阻是_____ (第一级、中间级、最后一级)的输入电阻,输出电阻是_____ (第一级、中间级、最后一级)的输出电阻。
- 多级放大电路中间级的作用是提高放大倍数,应选用共_____极放大电路。
- 共射极和共集电极放大电路级联,总的输出电压与输入电压_____ (同相、反相)。
- 图(7.5)b所示电路中,若采用硅二极管和硅三极管,则电压 U_{CE1} 为_____ V。
- 图(7.5)c所示电路中,若采用硅三极管,稳压管的稳定电压为 10 V,则电压 U_{CE1} 为_____ V。
- 阻容耦合电路的各级静态工作点可单独计算,主要是因为直流电路中电容可看作_____。
- 在多级放大电路中,后级的输入电阻是前级的_____,而前级的输出电阻则可视作后级的_____。
- 直接耦合放大电路中零漂危害最大的一级是_____级。

三、分析计算题

- 如图 7.9 所示的直接耦合放大电路, $V_{CC} = 10 \text{ V}, R_{b1} = 300 \text{ k}\Omega, R_{b2} = 250 \text{ k}\Omega, R_{c1} = 4 \text{ k}\Omega, R_{c2} = 200 \Omega, R_L = 5 \text{ k}\Omega, \beta_1 = \beta_2 = 60$ 。求:(1) 各级静态工作点;(2) 计算 A_u, R_i 和 R_o 。

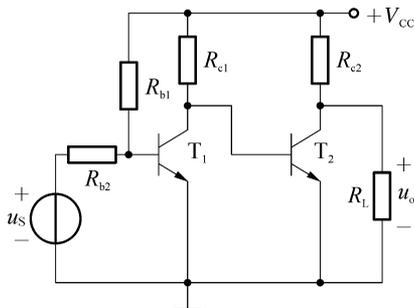


图 7.9 题 1 电路

2. 如图 7.10 所示阻容耦合放大电路, 画出其微变等效电路, 并求 A_u 、 R_i 和 R_o 的表达式。

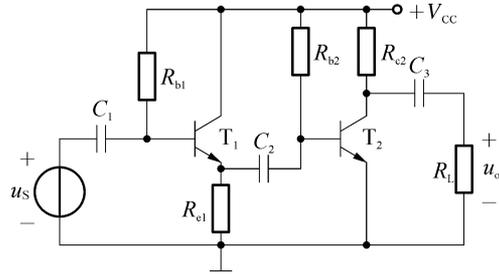


图 7.10 题 2 电路



【微信扫码】

本章相关资源

第 8 章

负反馈放大电路

前两章介绍了放大电路的基础知识,在一些电路中需要将放大后的信号通过适当的方式引入输入端来改善电路的性能,这就是反馈。本章将介绍反馈的概念,重点讨论负反馈放大电路的基本原理以及负反馈对放大电路性能的影响。图 8.1 是本章知识结构的思维导图。

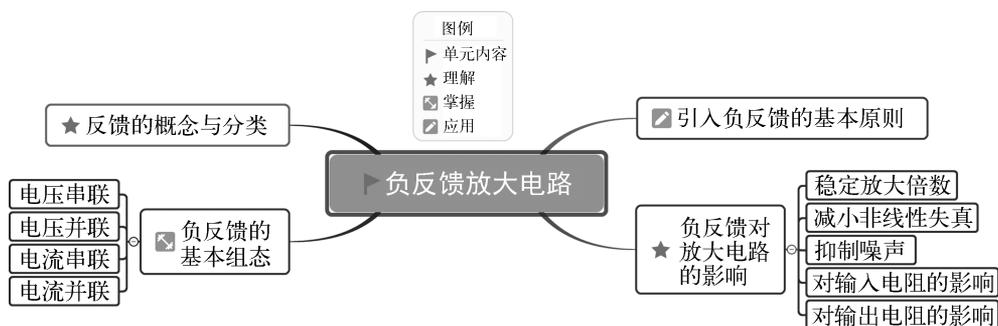


图 8.1 负反馈放大电路知识点思维导图

8.1 反馈的基本概念

8.1.1 反馈的定义

反馈是控制论的基本概念,是指将系统的输出返回到输入端并以某种方式改变输入,它们之间存在因果关系的回路,进而影响系统功能的过程。在电子电路中到处都能看到反馈的应用实例。以传统的晶体管调幅收音机为例,收音机的高频放大电路的输入电阻要高,以适应微弱天线信号的放大需求;在功率放大环节,又要求有较低的输出电阻以提高带负载的能力。此外,收音机电路中有一个名为自动增益控制(Automatic Gain Control, AGC)电路,其功能是自动适应电台信号强度的变化,使得信号能够在一定的幅度范围内较为平稳地进行放大。所有这些功能需求往往是通过在具体的放大电路中引入反馈来实现的。

在电子电路中,将放大电路输出量(电压或电流量)的部分或全部通过一定的方式送回

到放大电路的输入端从而影响输入输出的过程称为反馈。图 8.2 是反馈电路的原理框图。

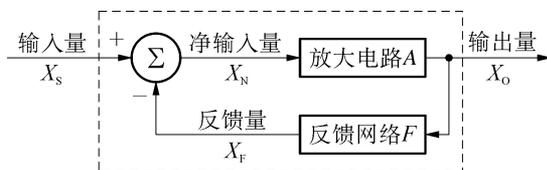


图 8.2 反馈放大电路原理框图

引入了反馈的放大电路称为反馈放大电路，又称为闭环放大电路。而未引入反馈的放大电路称为开环放大电路。在图 8.2

中，反馈放大电路是由放大电路和反馈网络构成的一个闭合环路。其中， X_s 是输入信号， X_o 是输出信号，输出信号的部分或全部通过反馈网络得到反馈信号 X_f ，该反馈信号与输入信号进行叠加得到净输入信号 X_N 。由于输入信号、输出信号和反馈信号可能是电压也可能是电流，故在上述电路变量中，用字母“X”来表示相关信号^①，其实际的物理意义和量纲与反馈组态有关。

8.1.2 反馈的一般表达式

为了深入研究放大电路中反馈的一般规律，针对图 8.2 所示电路给出引入反馈后放大电路中各变量之间的关系，即给出反馈的一般表达式。

图 8.2 所示电路，在没有反馈时（ $X_f=0$ ），放大电路的开环放大倍数为

$$A = \frac{X_o}{X_s} \quad (8.1)$$

在有反馈时，净输入量的计算公式为

$$X_N = X_s - X_f \quad (8.2)$$

称

$$F = \frac{X_f}{X_o} \quad (8.3)$$

为反馈网络的反馈系数。

在有反馈时，放大电路的输出为

$$X_o = A(X_s - X_f) = A(X_s - FX_o) = AX_s - AFX_o \quad (8.4)$$

整理公式(8.4)，有

$$X_o = \frac{A}{1 + AF} X_s \quad (8.5)$$

从而引入反馈后电路的放大倍数(即闭环放大倍数)为

$$A_F = \frac{A}{1 + AF} \quad (8.6)$$

公式(8.5)和(8.6)是反馈的一般表达式，表明引入反馈后放大电路的输出与输入的基

^① 实际上，字母“X”所描述的相关电路变量是向量，即所描述的电压或者电流可能取正也可能取负。为了简化问题，便于后续内容的理解，本文中字母“X”并没有采用向量形式的符号来表示。

本关系,这是分析反馈问题的基本出发点。 AF 称为回路增益,表示在反馈放大电路中,信号在放大电路和反馈网络组成的闭合回路中所得到的放大倍数。“ $1+AF$ ”称为反馈深度,是描述反馈强弱的物理量,也是反馈电路定量分析的基础。具体地,当 $|1+AF|>1$,则 $|A_F|<|A|$,说明引入反馈后,放大电路的放大倍数比没有引入反馈时减小,称这种反馈为负反馈。当 $|1+AF|<1$,则 $|A_F|>|A|$,说明引入反馈后,放大电路的放大倍数比没有引入反馈时增大,称这种反馈为正反馈。

之所以要给基本放大电路中引入反馈是因为在一些特定的应用场景,基本放大电路无法满足实际的需求,例如前面所举的收音机的例子。通过引入反馈,特别是负反馈,可以减小元器件参数变化对电路性能的影响、稳定输出电流、减小输出电压受负载变化的影响以及改变输入和输出电阻。总之,加入反馈的目的是改善放大电路的性能。

8.1.3 反馈的分类

1. 正反馈与负反馈

按照反馈的极性来划分,反馈可分为正反馈和负反馈。如果引入的反馈信号使净输入信号增加,从而使放大电路的放大倍数增大,则称这样的反馈为正反馈。正反馈往往用于振荡电路中。如果引入的反馈信号使净输入信号减小,从而使放大电路的放大倍数减小,则称这样的反馈为负反馈。负反馈往往用于改善放大电路的性能。

判断所引入的反馈是正反馈还是负反馈,可以采用瞬时极性法,其具体步骤如下:

(1) 假定输入信号在某一时刻的瞬时对地极性,用符号“ \oplus ”和“ \ominus ”来分别表示瞬时对地极性为正和负。

(2) 沿着信号传输的路径,逐级判断各级放大电路中各相关节点信号的极性,从而得到输出信号的瞬时极性。

(3) 根据输出信号的极性来判断反馈信号的瞬时极性。

(4) 根据反馈信号的瞬时极性来判断净输入信号的变化情况,若反馈信号使电路的净输入信号增大,则引入的反馈是正反馈;若反馈信号使电路的净输入信号减小,则引入的反馈是负反馈。

【例 8-1】 判断图 8.3 所示电路的反馈是正反馈还是负反馈。

解 图 8.3 所示电路为两级共发射极放大电路,反馈网络由电阻 R_f 构成。假设输入电压 u_s 的瞬时对地极性为正,则三极管 T_1 集电极的瞬时对地极性为负, T_1 集电极的输出信号经过三极管 T_2 放大后,输出电压 u_o 的瞬时对地极性为正。因此,反馈信号 u_f 的瞬时对地极性也为正。此时,输入信号和反馈信号的瞬时对地极性均为正,净输入信号 $u_N = u_s + u_f$,即净输入信号增加,故图 8.3 所示电路为正反馈放大电路。

【例 8-2】 判断图 8.4 所示电路的反馈是正反

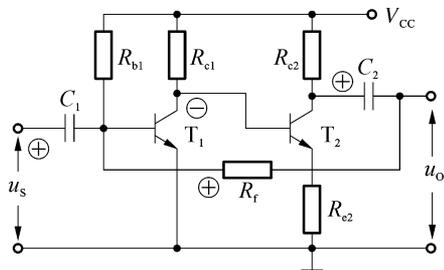


图 8.3 例 8-1 电路图

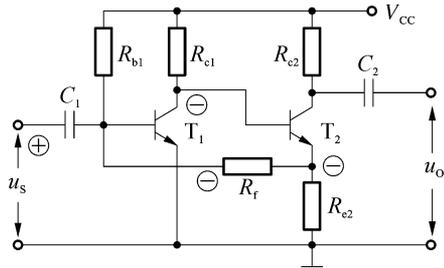


图 8.4 例 8-2 电路图

馈还是负反馈。

解 图 8.4 所示电路为两级共发射极放大电路,反馈网络由电阻 R_f 构成,该电阻连接在三极管 T_2 的发射极和三极管 T_1 的基极。假设输入电压 u_s 的瞬时对地极性为正,则三极管 T_1 集电极的瞬时对地极性为负, T_1 集电极的输出信号经过三极管 T_2 放大后,输出电压 u_o 的瞬时对地极性也为正。但要注意,反馈网络的输入信号取自三极管 T_2 的发射极,其瞬时对地极性为负。因此,反馈信号 u_f 的瞬时对地极性也为负。最终,输入信号和反馈信号的瞬时对地极性正好相反,净输入信号 $u_N = u_s - u_f$,即净输入信号减小,故图 8.4 所示电路为负反馈放大电路。

2. 直流反馈与交流反馈

按照反馈信号的交、直流性质来划分,反馈可分为直流反馈和交流反馈。如果反馈信号中只含有直流成分,则称为直流反馈;直流反馈主要用于稳定放大电路的静态工作点。如果反馈信号中只含有交流成分,则称为交流反馈;交流反馈主要用于改善放大电路的性能。图 8.3 中,反馈信号 u_f 中的直流成分被耦合电容 C_2 阻断,因此,图 8.3 所示电路的反馈属于交流反馈。然而,在大多数电路中,反馈信号中既有直流成分又有交流成分。例如图 8.4 中,反馈信号 u_f 中既有直流成分又有交流成分。为了使图 8.4 所示电路的反馈信号只有直流成分,我们对其进行改进,具体见图 8.5。

将图 8.4 的发射极电阻 R_{e2} 两端并联一个大容量的电解电容 C_3 ,就得到了图 8.5。利用电解电容 C_3 的“旁路”作用,三极管 T_2 发射极信号中的交流成分通过 C_3 入地,使得通过反馈电阻 R_f 的反馈信号只含有直流成分,从而图 8.5 所示电路为直流反馈电路。

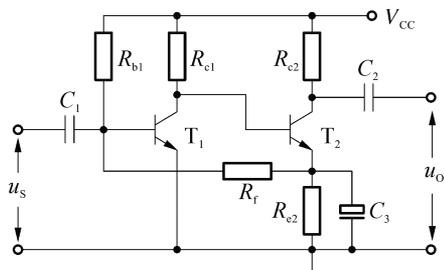


图 8.5 直流反馈电路图

3. 电压反馈与电流反馈

按照反馈信号在放大电路输出端采样的方式来划分,反馈可分为电压反馈和电流反馈。如果反馈信号的取样对象是输出电压,则称为电压反馈,此时反馈信号 u_f 和输出电压 u_o 成正比: $u_f = Fu_o$ 。如果反馈信号的取样对象是输出电流,则称为电流反馈。判断电路所引入的反馈是电压反馈还是电流反馈,可以采用输出短路法,即将输出端对地短路,如果此时反馈消失,则所引入的反馈是电压反馈;如果反馈仍然存在,则是电流反馈。图 8.3 所示电路的反馈属于电压反馈。图 8.4 和图 8.5 所示电路的反馈属于电流反馈。

另外,从电路结构上来看,可根据反馈取样端与放大电路输出端的连接状态来判断反馈类型。若反馈网络的取样端并联接在放大电路的输出端,即反馈取样端与放大电路输出端连接在三极管同一极上的反馈是电压反馈。在图 8.3 中,反馈网络(即电阻 R_f)与放大电路输出端均接在三极管的集电极,图 8.3 所示电路的反馈属于电压反馈。若反馈网络的取样端串联接在放大电路的输出端,即反馈取样端与放大电路输出端连接在三极管不同极上的反馈是电流反馈。在图 8.4 中,反馈网络接在三极管的发射极,而放大电路的输出是三极管的集电极,即取样端与放大电路输出端连接在三极管的不同极上,因此图 8.4 所示电路的反馈属于电流反馈。

4. 串联反馈与并联反馈

按照反馈信号与输入信号在放大电路输入回路中求和的形式来划分,反馈可分为串

联反馈和并联反馈。若反馈信号以电压形式串联接在输入回路中(即反馈信号与输入信号串联),则称为串联反馈。若反馈信号以电流形式并联接在输入回路中(即反馈信号与输入信号并联),则称为并联反馈。

从电路结构上来看,若反馈输出端与输入信号端为三极管的不同极,则是串联反馈。如图 8.6 所示,反馈输出端接在三极管 T_1 的发射极,而输入信号接在 T_1 的基极,因此该图所示电路的反馈属于串联反馈。如果反馈输出端与输入信号端接在三极管的同一极,则是并联反馈,如图 8.4 所示,反馈输出端和信号输入端均接在三极管 T_1 的基极。

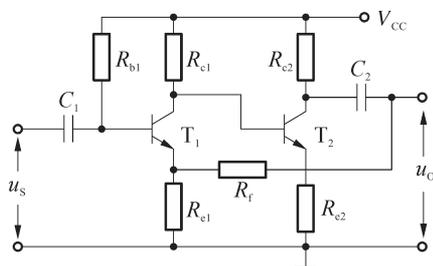


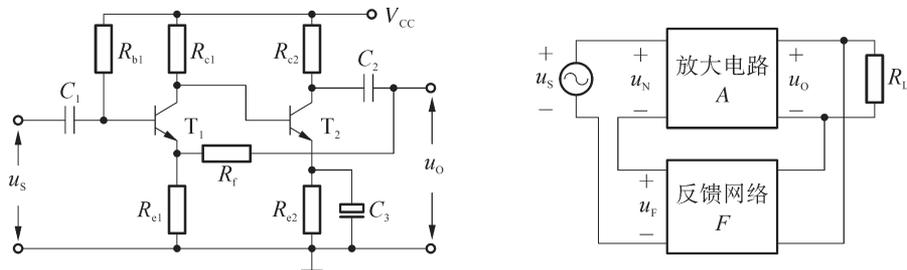
图 8.6 串联反馈电路图

8.2 负反馈放大电路的四种基本组态

根据以上内容可知,在实际的放大电路中,反馈的形式是多种多样的。例如图 8.5 所示电路中的反馈形式包括:负反馈、直流反馈、并联反馈和电流反馈。对于大多数电路,为了改善电路的性能,我们主要使用负反馈。根据反馈信号在输出端的采样方式以及在输入回路中求和的形式来划分,负反馈的基本组态有:电压串联负反馈、电压并联负反馈、电流串联负反馈和电流并联负反馈。通过选择不同的反馈组态可以提高放大倍数的稳定性,改变输入和输出电阻的大小,减小非线性失真和抑制干扰噪声。

8.2.1 电压串联负反馈

在图 8.7(a)所示放大电路中,反馈电阻 R_f 从放大电路的输出端引入反馈信号,而该反馈信号加载到三极管 T_1 的发射极,因此该电路是电压串联负反馈。电压串联负反馈组态可以用图 8.7(b)所示的原理框图表示。要注意,该图中电压源“ u_s ”是有内阻的,为了分析方便起见,并没有在框图中将其画出,在本章后续的框图中均采用类似的处理方式。



(a) 电路实例

(b) 原理框图

图 8.7 电压串联负反馈放大电路

结合公式(8.4),电压串联负反馈放大电路的输出为

$$u_o = A(u_s - u_f) = A(u_s - Fu_o) = Au_s - AFu_o \quad (8.7)$$

整理公式(8.7),有

$$u_o = \frac{A}{1+AF}u_s \quad (8.8)$$

则电压串联负反馈放大电路的放大倍数为

$$A_F = \frac{A}{1+AF} \quad (8.9)$$

公式(8.9)表明,引入电压串联负反馈后,电路的放大倍数降为原来的 $1/(1+AF)$ 。实际上,电压负反馈对输出电压具有稳定功能。例如,假设输入信号电压不变,当负载电阻阻值降低时,输出电压也随之降低,从而反馈电压也降低。根据公式(8.2),净输入电压会增加,经过放大电路放大后,输出电压会提升。因此,由于电压负反馈的作用使得输出电压基本保持不变。需要注意的是,稳定输出电压是以牺牲放大电路的放大性能为代价实现的。

接下来分析串联反馈对放大电路性能的影响,这一影响主要体现在输入电阻上。输入电阻是从放大电路的输入端看进去的等效内阻,因此反馈对输入电阻的影响是受放大电路与反馈网络在输入端的连接方式决定的,而与输出端的连接方式无关,即由所引入的反馈是串联反馈还是并联反馈决定。假设引入串联反馈后的输入电阻(闭环输入电阻)为 r_{if} ,输入回路电流为 i ,根据图 8.7(b)及公式(8.3),有

$$r_{if} = \frac{u_s}{i} = \frac{u_N + u_F}{i} = \frac{u_N + Fu_O}{i} = \frac{u_N + AFu_N}{i} \quad (8.10)$$

式中: u_N/i 表示没有引入反馈时的输入电阻(即开环输入电阻),用 r_i 来表示,从而公式(8.10)可化简为

$$r_{if} = (1+AF)r_i \quad (8.11)$$

公式(8.11)表明,串联负反馈使输入电阻提高,变为原来的 $(1+AF)$ 倍。

前面已经分析了引入电压负反馈后,放大电路能够在负载电阻发生变化时保持输出电压的稳定性,因此其效果相当于减小了输出电阻。输出电阻是从放大电路的输出端看进去的等效内阻,因此反馈对输出电阻的影响是由放大电路与反馈网络在输出端的连接方式决定的,而与输入端的连接方式无关,即由所引入的反馈是电压反馈还是电流反馈决定。接下来,定量地分析引入电压负反馈后,输出电阻的变化情况。

假设 r_o 为无反馈时放大电路的输出电阻(开环输出电阻), r_{of} 为有反馈时放大电路的输出电阻(闭环输出电阻),采用“外加电源法”来求输出电阻。令 $u_s=0$,在反馈放大电路的输出端加载一个电压 u_o ,并假设此时的输出电流为 i_o 。根据戴维南定理,将反馈放大电路的输出端用电压源和电阻(即输出电阻)串联的形式进行等效替换,具体参见图 8.8。

为了简化分析,假设反馈网络的输入电阻为无穷大,从而反馈网络对放大电路的输出端没有负载效应。根据图 8.8 并结合公式(8.2),有

$$u_N = -u_F = -Fu_O \quad (8.12)$$

从而 $Au_N = -AFu_O$ 。对于不考虑反馈网络的输出回路,利用基尔霍夫电压定律有

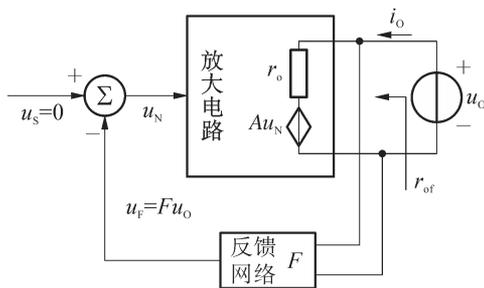


图 8.8 求电压负反馈放大电路输出电阻的框图

$$u_o = r_o i_o + Au_N = r_o i_o - AFu_o \quad (8.13)$$

整理公式(8.13),有

$$i_o = \frac{(1 + AF)u_o}{r_o} \quad (8.14)$$

将公式(8.14)代入闭环输出电阻的计算公式,有

$$r_{of} = \frac{u_o}{i_o} = \frac{r_o}{1 + AF} \quad (8.15)$$

公式(8.15)表明,引入电压负反馈后输出电阻减小到原来的 $1/(1+AF)$ 。

8.2.2 电压并联负反馈

在图 8.9(a)所示放大电路中,反馈电阻 R_f 从放大电路的输出端引入反馈信号,而该反馈信号加载到三极管 T_1 的基极,因此该电路是电压并联负反馈。电压并联负反馈组态可以用图 8.9(b)所示的原理框图表示。

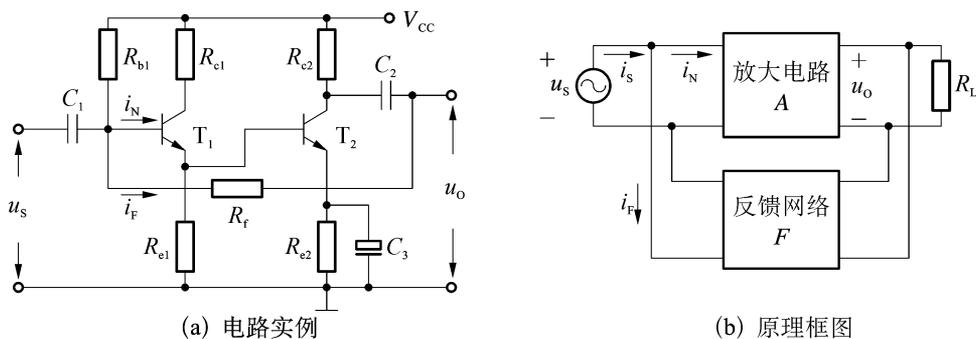


图 8.9 电压并联负反馈放大电路

接下来结合图 8.9(b)分析并联反馈对输入电阻的影响。假设没有引入反馈时的输入电阻是 r_i ,引入并联负反馈后的输入电阻为 r_{if} ,输入回路的净输入电流为 i_N ,反馈电流为 i_F 。结合公式(8.3),有 $i_F = Fi_o$ 。而 $i_o = Ai_N$,从而

$$i_F = AFi_N \quad (8.16)$$

引入并联负反馈后,放大电路的输入电压 u_s 、净输入电压 u_N 和反馈网络的输入电压 u_F 均相等,则闭环输入电阻 r_{if} 为

$$r_{if} = \frac{u_s}{i_s} = \frac{u_N}{i_N + i_F} = \frac{u_N}{i_N + AFi_N} \quad (8.17)$$

公式(8.17)最右侧等式的分子和分母同时除以 i_N ,可以得到引入并联负反馈后输入电阻与没引入反馈的输入电阻间关系为

$$r_{if} = \frac{r_i}{1 + AF} \quad (8.18)$$

公式(8.18)表明,并联负反馈使输入电阻变为原来的 $1/(1+AF)$ 。和前面的分析一样,图8.9所示的电压(并联)负反馈使输出电阻减小到原来的 $1/(1+AF)$ 。

8.2.3 电流串联负反馈

在图8.10(a)所示放大电路中,反馈电阻 R_f 接在三极管 T_1 的发射极上,将输出回路的电流又“送回”输入回路中,是典型的电流串联负反馈电路,主要用于放大电路静态工作点的稳定。电流串联负反馈组态可以用图8.10(b)所示的原理框图表示。

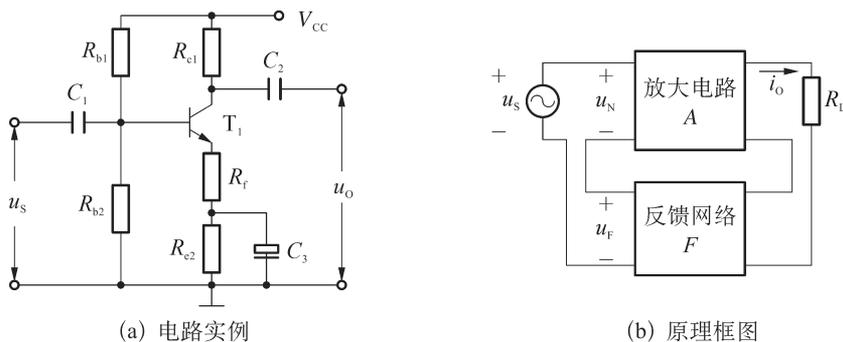


图 8.10 电流串联负反馈放大电路

引入电流负反馈后,放大电路能够在负载电阻发生变化时保持输出电流的稳定性,因此其效果相当于增加了输出电阻。接下来,定量地分析引入电流负反馈后,输出电阻的变化情况。假设 r_o 为无反馈时放大电路的输出电阻, r_{of} 为有反馈时放大电路的输出电阻,采用“外加电源法”来求输出电阻。令 $u_s=0$,在反馈放大电路的输出端加载一个电压 u_o ,并假设此时的输出电流为 i_o 。根据诺顿定理,将反馈放大电路的输出端用电流源和电阻(即输出电阻)并联的形式进行等效替换,具体参见图8.11。

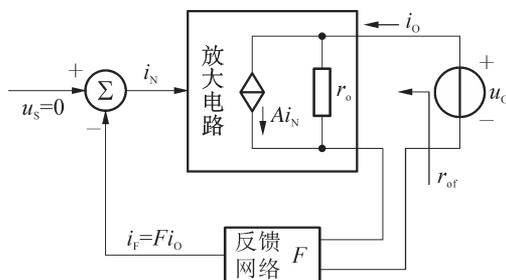


图 8.11 求电流负反馈放大电路输出电阻的框图

为了简化分析,假设反馈网络的输入电阻为零,从而反馈网络对放大电路的输出端没有负载效应。根据图8.11并结合公式(8.2),有

$$i_N = -i_F = -Fi_o \quad (8.19)$$

从而 $Ai_N = -AFi_o$ 。根据基尔霍夫电流定律,有

$$i_o = \frac{u_o}{r_o} + Ai_N = \frac{u_o}{r_o} - AFi_o \quad (8.20)$$

整理公式(8.20),有

$$i_o = \frac{u_o}{(1+AF)r_o} \quad (8.21)$$

将公式(8.21)代入闭环输出电阻的计算公式,有

$$r_{of} = \frac{u_o}{i_o} = (1 + AF)r_o \quad (8.22)$$

公式(8.22)表明,引入电流负反馈后的闭环输出电阻是开环输出电阻的 $(1 + AF)$ 倍。当 $(1 + AF)$ 趋于无穷大时,闭环输出电阻也趋于无穷大,电路的输出等效于恒流源。

8.2.4 电流并联负反馈

在图 8.12(a)所示放大电路中,反馈电阻 R_f 从放大电路中三极管 T_2 的发射极引入反馈信号,而该反馈信号又加载到三极管 T_1 的基极,因此该电路是电流并联负反馈。电流并联负反馈组态可以用图 8.12(b)所示的原理框图表示。

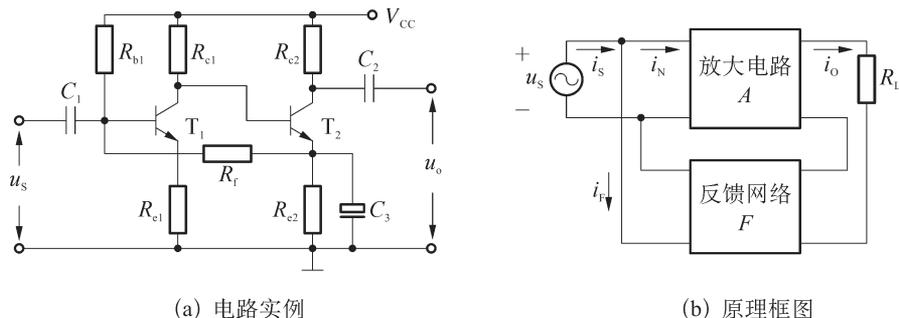


图 8.12 电流并联负反馈放大电路

电流并联负反馈对输入和输出电阻的影响均在前面的几种组态中涉及,这里不再一一叙述。正确判断负反馈放大电路的组态十分重要,不同的组态,其对信号放大的性能均不相同。

【例 8-3】 判断图 8.13 所示电路引入了哪种组态的负反馈。

解 图 8.13 所示电路的反馈网络是由电阻 R_f 构成。假设输入电压 u_s 的瞬时对地极性为正,则三极管 T_1 集电极的瞬时对地极性为负, T_1 集电极的输出信号经过三极管 T_2 放大后, T_2 发射极的瞬时对地极性为负。因此,反馈信号 u_f 的瞬时对地极性也为负,从而净输入信号减小,即图 8.13 所示电路为负反馈放大电路。反馈信号取样端口接到 T_2 发射极,而第二级放大电路集电极输出放大信号,因此是电流负反馈。反馈输出信号与输入信号 u_s 一并接入三极管的基极,因此是并联负反馈。综上所述,图 8.13 所示电路为电流并联负反馈放大电路。

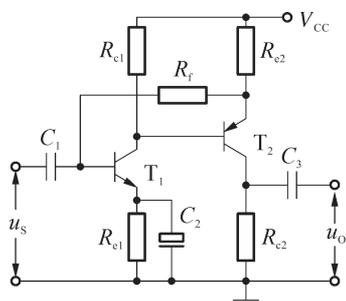


图 8.13 例 8-3 电路图

【例 8-4】 某放大电路的开环放大倍数 $A = -100$,开环输入电阻 $r_i = 10 \text{ k}\Omega$,开环输出电阻 $r_o = 1 \text{ k}\Omega$ 。若该电路引入电压串联负反馈后,计算在反馈系数 $F = -0.1$ 和 $F = -0.5$ 时,反馈电路的闭环放大倍数 A_f 、闭环输入电阻 r_{if} 和闭环输出电阻 r_{of} 。

解 根据公式(8.9)、(8.11)和(8.15),当 $F = -0.1$ 时,有

$$A_F = \frac{A}{1+AF} = \frac{-100}{1+(-100) \times (-0.1)} = -9.09$$

$$r_{if} = (1+AF)r_i = (1+10) \times 10 = 110(\text{k}\Omega)$$

$$r_{of} = \frac{r_o}{1+AF} = \frac{1\ 000}{1+10} = 90.9(\Omega)$$

当 $F = -0.5$ 时,有

$$A_F = \frac{A}{1+AF} = \frac{-100}{1+(-100) \times (-0.5)} = -1.96$$

$$r_{if} = (1+AF)r_i = (1+50) \times 10 = 510(\text{k}\Omega)$$

$$r_{of} = \frac{r_o}{1+AF} = \frac{1\ 000}{1+50} = 19.6(\Omega)$$



思考题

对于例 8-4,在相关参数不变的条件下,若引入的反馈分别是电压并联负反馈、电流串联负反馈和电流并联负反馈,计算相应的闭环放大倍数、闭环输入电阻和输出电阻。

8.3 负反馈对放大电路性能的影响

前面介绍的几种类型负反馈可以改变放大电路的输入、输出电阻,稳定输出电压、电流。此外,负反馈可以对放大电路其他方面的性能进行改善。例如,可以稳定放大倍数,减小非线性失真。

8.3.1 提高放大倍数的稳定性

对于一个放大电路,其放大倍数会受到环境温度变化、元件老化、电源电压波动以及负载大小变化等因素的影响,特别是受 20 世纪半导体工艺的制约,20 世纪早期所生产的三极管温度稳定性比较差,温度的变化会导致放大倍数有明显的波动。一个有效的解决方案是引入负反馈,可以稳定放大倍数。

当对电路进行深度负反馈时,即 $(1+AF) \gg 1$,则公式(8.6)可近似等效为

$$A_F = \frac{A}{1+AF} \approx \frac{1}{F} \quad (8.23)$$

公式(8.23)表明,当放大电路引入深度负反馈后,其放大倍数基本由反馈网络决定,而与放大电路本身几乎没有关系。这样一来,放大电路将不受上述因素的影响,稳定了放大倍数。

对于一般的负反馈,用放大倍数的相对变化量来衡量放大倍数的稳定性。对公式(8.6)

进行关于 A 的求导运算,有

$$\frac{dA_F}{dA} = \frac{1}{(1+AF)^2} \quad (8.24)$$

将公式(8.24)进行适当的变形处理,等式两边分别除以公式(8.6),有

$$\frac{dA_F}{A_F} = \frac{1}{1+AF} \frac{dA}{A} \quad (8.25)$$

公式(8.25)表明,负反馈放大电路放大倍数(闭环放大倍数)的相对变化量 dA_F/A_F 仅为开环放大倍数相对变化量 dA/A 的 $1/(1+AF)$,即 A_F 的稳定性是 A 的 $(1+AF)$ 倍。电压负反馈和电流负反馈能够分别稳定输出电压和电流,因此在输入信号一定的情况下,放大电路的输出受电路参数变化的影响较小,也就是提高了放大倍数的稳定性。负反馈越深,闭环放大倍数的稳定性越好。但从例 8-4 可以看出,反馈越深,闭环放大倍数也越低,即 A_F 的稳定性是以牺牲放大电路放大倍数为代价得到的。

8.3.2 减小非线性失真

对于理想放大电路,其输出与输入之间是线性关系。然而,实际的三极管放大电路在信号放大时会受到各种因素的影响而出现非线性失真。特别是在输入信号幅度较大时这种非线性失真会更为明显。图 8.14 是三极管放大电路的非线性失真实例,放大电路的输入端加载一个标准的正弦波信号,由于受到非线性失真的影响,输出信号并不是标准的正弦波信号,其输出信号的正半周幅度大于负半周幅度。

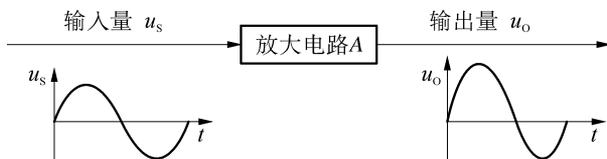


图 8.14 三极管放大电路的非线性失真实例

为了消除这种非线性失真,一个直观的思路是减小输入的正弦波信号的正半周幅度,同时增大负半周的幅度,这样一来,这种“修正”后的正弦波再通过放大电路就可以得到较为标准的正弦波输出。这一“修正”过程可以通过负反馈来加以解决,具体原理参考图 8.15。在图 8.15 中,输入信号 u_s 是一个标准的正弦波信号,由于非线性失真的因素,其输出信号 u_o 会发生失真,从而反馈信号 u_f 也会发生等比例的失真,即 u_f 的正半周信号幅度大于负半周幅度。该失真的反馈信号与输入信号进行叠加,净输入信号 u_N 不再是标准的正弦波信号,会发生失真现象。需要注意的是,净输入信号 u_N 的正半周信号幅度小于负半周幅度,将其称为“预失真”。将这一“预失真”的净输入信号进行放大就会得到较为标准的正弦波信号输出。根据前面的分析,在非线性失真不严重时,图 8.15 所示方案可以将输出波形中的非线性失真减小到原来的 $1/(1+AF)$ 。

类似的,对于环内放大电路中三极管载流子热运动所导致的电子噪声也有较好的抑制效果。如果噪声干扰来自反馈环外,引入负反馈也无济于事。实际上,引入负反馈后输入信号也按同样的规律减少,反馈的结果对输出端的信噪比并没有提高。

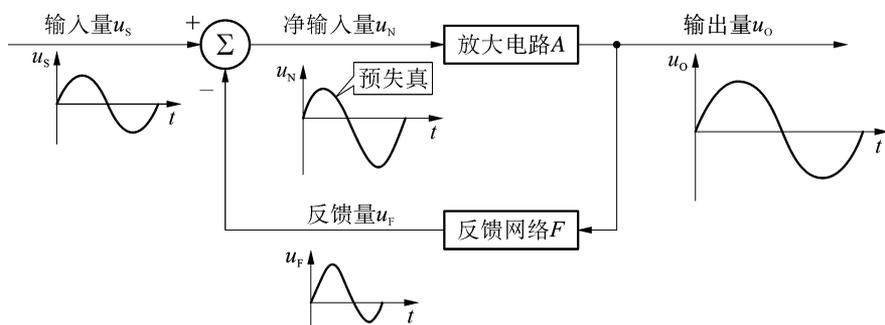


图 8.15 负反馈减小非线性失真的原理图

8.3.3 引入负反馈的一般原则

通过以上几节内容的分析,得出负反馈对放大电路性能的影响均与反馈深度 $(1+AF)$ 有关,且均是牺牲放大电路的放大倍数为代价换取的。负反馈的程度越深,对放大电路的性能改善越好,但也要注意防止负反馈在一定的条件下转变为正反馈,从而形成自激振荡,使放大电路失去放大能力。在具体的电路设计中,引入负反馈应遵循如下基本原则。

(1) 如果想稳定电路的静态工作点,可以选择直流负反馈;如果想改善放大电路的动态性能,可以选择交流负反馈。

(2) 如果想增加放大电路的输入电阻来适应内阻较小的信号源,可以选择串联负反馈;反之,如果想减小放大电路的输入电阻,可以选择并联负反馈。

(3) 如果想降低放大电路的输出电阻来提升电路带负载的能力,可以选择电压负反馈,同时,电压负反馈对输出电压具有稳定作用;如果想使负载获得稳定的电流输出,可以选择电流负反馈。

(4) 如果想将电流信号转换为电压信号,可以选择电压并联负反馈;反之,如果想将电压信号转换为电流信号,可以选择电流串联负反馈。

习 题

一、填空题

1. 为了稳定放大电路的输出电压,应引入_____负反馈。
2. 为了稳定静态工作点,应引入_____负反馈。
3. 为了稳定放大倍数,应引入_____负反馈。
4. 为了抑制温漂,应引入_____负反馈。
5. 为了稳定放大电路的输出电流,应引入_____负反馈。
6. 为了增大放大电路的输入电阻,应引入_____负反馈。
7. 为了减小放大电路的输入电阻,应引入_____负反馈。
8. 为了增大放大电路的输出电阻,应引入_____负反馈。
9. 为了减小放大电路的输出电阻,应引入_____负反馈。
10. 某反馈放大电路中,基本放大电路的增益为 A , 反馈网络的反馈系数为 F , 则该电路的反馈深度计算公式为_____。

二、分析设计题

1. 分析图 8.16(a)~(c)所示电路中引入了哪种组态的负反馈。
2. 分析图 8.16 所示三个电路中,哪个电路能够稳定输出电压? 哪个能够稳定输出电流? 哪个能够提高输入电阻? 哪个能够降低输出电阻?
3. 分析图 8.17 所示反馈放大电路的框图,推导其闭环放大倍数 X_O/X_S 的表达式。

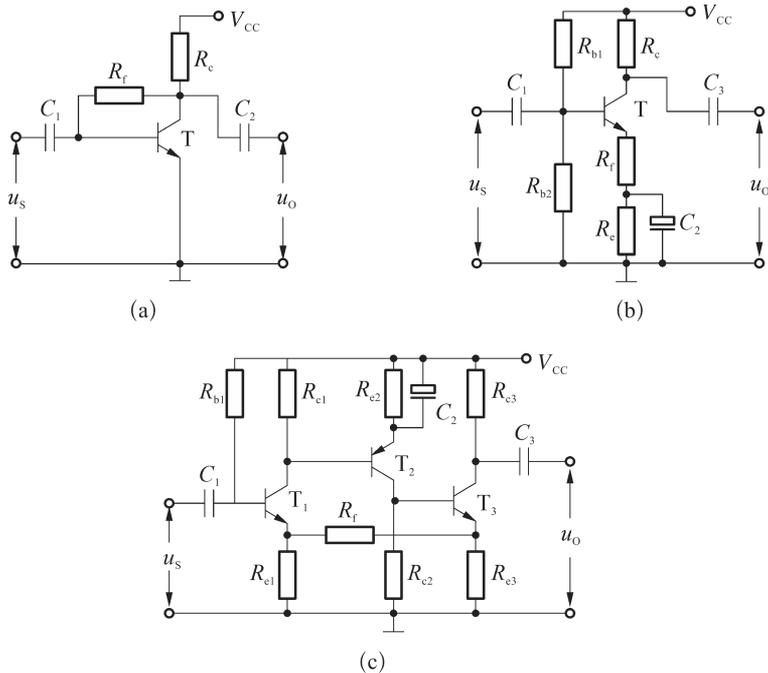


图 8.16 题 1 的电路图

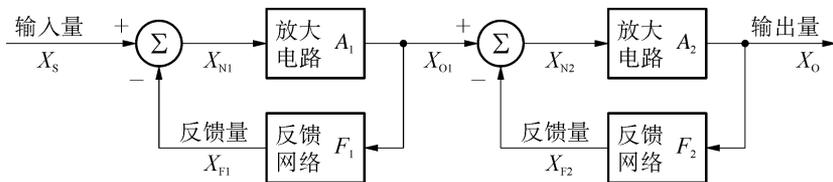


图 8.17 题 3 的框图



【微信扫码】
本章相关资源